

В.Т.ЛИЗИН В.А.ПЯТКИН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

G



techlib.alfamoon.com

В. Г. ЛИЗИН, В. А. ПЯТКИН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ТОНКОСТЕННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ



Москва
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1976

Рецензент д-р техн. наук проф. *В. В. Васильев*

Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. М., «Машиностроение», 1976, 408 с.

В книге изложены инженерные методы расчета и проектирования элементов оболочковых конструкций минимальной массы.

Рассмотрены методические вопросы проектирования конструкций, связанные с выбором материалов, расчетных схем, назначением коэффициентов безопасности, критериями рационального использования материала конструкции. Приведены расчетные зависимости, позволяющие оценивать напряженное состояние емкостей цилиндрических оболочек при локальном нагружении и рассчитывать оболочки и подкрепляющие элементы.

Книга предназначена для инженерно-технических работников проектных организаций и конструкторских бюро, она может быть также полезна студентам вузов в качестве пособия по курсовому и дипломному проектированию.

Табл. 72, ил. 277, список лит. 53 назв.

Л 31808-148
038 (01)-76 148-76

© Издательство «Машиностроение», 1976 г.

Валерий Товьевич Лизин, Виктор Александрович Пяткин

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИИ

Редактор издательства *А. А. Хрусталева*
Технический редактор *В. И. Орешкина*

Художник *Е. В. Бекетов*
Корректор *А. И. Карамышкина*

Сдано в набор 14/1 1975 г. Подписано к печати 25/II 1976 г. Т—03063
Формат 60×90¹/₁₆ Бумага № 2
Печ л 25,5 Уч.-изд. л 24,8 Тираж 4300 экз.
Цена 1 р. 48 к.

Издательство «Машиностроение», 107885 Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., 3.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательства, полиграфии и книжной торговли,
Хохловский пер., 7. Тип. зак. 61.

ПРЕДИСЛОВИЕ

При проектировании тонкостенных конструкций широко используются результаты теоретических исследований в области строительной механики и теории упругости. Однако теоретические зависимости, используемые в расчетах, нередко сложны и в основном справедливы для идеальных схем. Разобщенность методических сведений, которые не отражают в достаточной мере экспериментальных данных и особенностей поведения конструкций под нагрузкой, затрудняет их практическое использование. Большинство методического материала дает возможность определить несущую способность конструкции, что, к сожалению, не в полной мере удовлетворяет инженера-проектировщика, основная задача которого состоит в определении параметров конструкции при ее оптимальной массе.

В предлагаемой книге сделана попытка переработать и систематизировать известные методические материалы по расчету прочности конструкций и на этой основе разработать методики определения оптимальных параметров конструкции.

Материал книги авторы стремились представить в простом, удобном и наглядном виде. В основу положены лишь достаточно простые, проверенные практикой формулы, а сложные и громоздкие приведены к простому виду. В книге приведены также сведения о поведении конструкции под нагрузкой, о влиянии технологических факторов на несущую способность, о характере напряженного состояния, а также некоторый материал справочного характера, сопутствующий направленности книги.

Для решения задач проектирования проведен анализ оптимальной массы тонкостенных конструкций, разработаны алгоритмы определения оптимальных параметров для различных видов оболочек и схем нагружения. Чтобы найти правильное конструктивное решение, обеспечивающее минимальную массу, необходимо знать, как и в какой степени те или иные конструктивные параметры и технология изготовления влияют на прочность, а также представлять поведение конструкции при разрушении. Материал предлагаемой книги позволяет решить эти вопросы наиболее простым способом.

В последние годы получили развитие методы проектирования оптимальных конструкций с применением ЭВМ. Однако решение задач проектирования с помощью ЭВМ практически исключает участие конструктора в процессе проектирования силовой схемы.

Книга построена в основном на аналитических решениях. Широкое использование ЭВМ создало у ряда исследователей иллюзию второстепенности и нисходящей роли аналитических решений. Между тем, основное преимущество аналитических методов исследований состоит в том, что они дают ясное физическое представление, возможность параметрического прогноза и формулировки новых закономерностей.

Дальнейшего совершенствования характеристик проектируемых изделий можно достичь только с помощью комплексного проектирования. Однако при существующей сложности расчетных алгоритмов решения частных задач (в том числе прочности, динамики движения аэрогидродинамики и т. д.) задача комплексного проектирования практически не может быть решена ни на существующем, ни даже на перспективном парке ЭВМ, так как требуются огромные объемы памяти ЭВМ и быстродействие. Разработанные авторами простые алгоритмы проектирования дают возможность включить полученные решения задач прочности в комплексную задачу определения оптимальных параметров изделия в целом.

Авторы надеются, что книга окажется полезной при проектировании и разработке конструкций корпусов изделий новой техники.

Авторы выражают признательность товарищам по работе М. М. Фоминой и Ю. Д. Бессарабову, принимавшим участие в разработке методов расчета, а также рецензенту книги В. В. Васильеву за ценные замечания, сделанные им при просмотре рукописи.

**ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ
КОНСТРУКЦИЙ**

Глава 1

**ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАБОТ
ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИИ**

При расчете прочности необходимо учитывать особенности и условия эксплуатации и изготовления реальной конструкции, поведение конструкции под нагрузкой, характер разрушения ее в целом и отдельных элементов; необходимо также знать все особенности материала, влияющие на конструктивную прочность, а также другие факторы.

Конструкция работоспособна с точки зрения прочности, если во всех заданных условиях эксплуатации она удовлетворяет принятым при проектировании нормам прочности. Весь комплекс работ, направленных на обеспечение прочности, можно разбить на следующие основные этапы:

1. Анализ режимов эксплуатации.
2. Выбор коэффициентов безопасности.
3. Проектирование конструкции.
4. Выбор материалов.
5. Выбор расчетной схемы.
6. Расчет на прочность.
7. Производственно-технологическая и конструкторская отработка.
8. Экспериментальная отработка и проверка прочности.
9. Обеспечение прочности в серийном производстве.

Все эти этапы взаимосвязаны и не могут рассматриваться изолированно друг от друга. Работы в соответствии с этими этапами ведутся с разной интенсивностью в процессе всей отработки изделия. При изменении условий эксплуатации или при изменении конструкции пересматриваются расчетные случаи, корректируются нагрузки и расчеты прочности, определяются требуемые для обеспечения прочности изменения конструкции и при необходимости проводятся дополнительные экспериментальные проверки.

АНАЛИЗ РЕЖИМОВ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Этот этап начинается с анализа условий эксплуатации и расчета нагрузок. Для определения нагрузок принимается расчетная схема агрегата, при этом учитываются все существенные факторы. Выбор расчетной схемы нагрузок предполагает определенный теоретический метод решения. Нагрузки для некоторых конструкций устанавливаются по статистическим данным, а при достаточном объеме статистических данных оценивается также и вероятность их реализации. Для вновь разрабатываемых конструкций, когда данные по разбросам воздействующих на них сил отсутствуют, расчет нагрузок проводится в запас прочности по максимальным значениям силовых факторов.

В авиационном строении величина и характер распределения нагрузок, действующих на отдельные части и элементы самолета при различных режимах его полета и посадки, определяются нормами прочности, разработанными на основе опыта проектирования и эксплуатации самолета, результатов теоретических и экспериментальных исследований характера нагрузок, действующих на самолет.

При анализе нагрузок может потребоваться проведение специального эксперимента для выяснения величин действующих сил. Это имеет место в большинстве случаев при ударных процессах, вибрационных воздействиях при транспортировке и т. п.

Расчет нагрузок может проводиться и с целью определения таких эксплуатационных режимов, при которых действуют наименьшие нагрузки, что дает возможность получить конструкцию меньшей массы.

При анализе режимов эксплуатации рассматриваются все случаи нагружения для выбора так называемых расчетных случаев, которые подразделяются на основные (определяющие) и дополнительные проверочные. К основным относятся те случаи, при которых разница между действующими и допускаемыми напряжениями минимальна и которые в конечном итоге определяют массу конструкции. Иногда они вполне очевидны и характеризуются экстремальным значением одной какой-либо нагрузки. Однако при сложном комплексе действующих сил и резко меняющихся условиях эксплуатации установить основной случай без расчета трудно. Так, например, в разное время на емкость могут действовать: большое давление наддува; сравнительно небольшое, но действующее продолжительное время циклическое давление; давление наддува при одновременном нагреве конструкции. Для каждого из трех перечисленных случаев принимаются свои коэффициенты безопасности.

При установлении расчетных случаев учитывается также безопасность обслуживания изделий под нагрузкой. Может оказаться, что из двух рассматриваемых случаев расчетным будет нагружение меньшей по величине силой, если для него требуются

ся повышенный коэффициент безопасности. Таким образом, установление основных расчетных случаев нельзя проводить изолированно, без выбора коэффициентов безопасности, а иногда даже без расчета прочности.

Необходимость расчета конструкции на проверочные случаи объясняется, во-первых: возможными изменениями исходных данных, когда при дальнейшей разработке изделия дополнительный случай может стать определяющим, во-вторых, необходимостью оценки влияния возможных дефектов изготовления на прочность, так как характер работы конструкции в основном и проверочном случаях может оказаться различным.

Анализ условий эксплуатации и выбор расчетных случаев являются весьма ответственным этапом работы, ибо исправление допущенных при этом ошибок (например, упущение какого-либо расчетного случая) в дальнейшем связано с большими трудностями, так как все основные параметры конструкции будут уже увязаны между собой. Кроме того, в соответствии с результатами этого анализа часто вносятся изменения в конструкцию изделия или обслуживающих ее систем для уменьшения нагрузок или исключения нежелательных расчетных случаев.

ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ БЕЗОПАСНОСТИ

Одновременно с установлением расчетных случаев производится определение коэффициентов безопасности f , гарантирующих необходимую надежность работы конструкции. При выборе величин коэффициентов f учитывается следующее:

1. Безопасность обслуживания. Если разрушение конструкции представляет опасность для жизни обслуживающего персонала (грузоподъемные средства, баллоны высокого давления и т. п.), то ее рассчитывают с повышенным коэффициентом безопасности.

2. Серьезность последствий, к которым приводит разрушение. Так, например, разрушение конструкции может привести к выходу из строя или разрушению целого комплекса сооружений, стоимость которых иногда в десятки раз превышает стоимость изделия.

3. Срок работы изделия. Для расчета конструкции с продолжительным временем работы берутся повышенные коэффициенты безопасности. Принимают также во внимание возможный износ поверхностей деталей, изменение механических свойств материала и т. п.

4. Требование жесткости конструкции (отсутствие или допустимость остаточных деформаций).

5. Механические свойства материала конструкции. Например, при динамических нагрузках для пластических материалов требуется меньший коэффициент безопасности, чем для хрупких.

6. Точность определения нагрузок. Чем точнее определены нагрузки, тем больше оснований для расчета конструкции с меньшим запасом прочности.

7. Степень соответствия расчетной схемы реальной конструкции.

8. Степень статической неопределимости. Для многократно статически неопределимой конструкции можно принять пониженный коэффициент безопасности, так как разрушение даже отдельных элементов может не привести к потере несущей способности всей системы.

9. Степень новизны силовой схемы.

10. Наличие экспериментальных данных о несущей способности аналогичных конструкций.

11. Предполагаемый объем экспериментальной проверки. Возможность опытной отработки прочности позволяет принять более низкий коэффициент f .

12. Чувствительность конструкции к возможным дефектам изготовления. Например, для тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, к выбору коэффициентов безопасности необходимо подходить с большей осторожностью.

13. Способ изготовления. Например, для литых деталей обычно принимают более высокие запасы прочности, чем для штампованных.

14. Технический уровень производства. Для конструкций, изготавливаемых в условиях строгой технологической дисциплины, с высоким контролем качества, принимаются меньшие запасы прочности.

Перечисленные факторы, которые учитываются при выборе запасов прочности, дают наглядное представление о важности и сложности процесса выбора коэффициентов безопасности. Как правило, необходимо соблюдать большую осторожность при уменьшении коэффициентов безопасности.

В различных отраслях машиностроения по-разному подходят к выбору коэффициентов запаса. В общем машиностроении принят расчет по допускаемым напряжениям, которые определяются как некоторая доля предела прочности. Кроме того, вводится коэффициент запаса по пределу текучести. За допускаемые напряжения принимается наименьшее значение этих двух величин (гл. 2, формула 5). В самолетостроении принят расчет по разрушающим нагрузкам, которые равны эксплуатационной нагрузке, умноженной на коэффициент безопасности, регламентируемый нормами прочности.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ

Проектирование — наиболее ответственный этап разработки, в процессе которого определяются технические характеристики изделия и проверяется возможность реализации поставленной

задачи. Заложенные на данном этапе конструктивные решения определяют успех дальнейшей разработки изделия, сроки работы и ее эксплуатационные качества. Определение наилучшего конструктивного решения — чрезвычайно сложный процесс, состоящий из работ по обеспечению наилучших эксплуатационных условий нагружения, выбору рациональных форм деталей и материалов, способствующих получению минимальной массы конструкции с учетом технологичности и стоимости. Все эти требования в равной мере выполнить нельзя. Как правило, за основу принимают одно или несколько требований, например, для летательных аппаратов одним из основных будет обеспечение минимальной массы.

Необходим комплексный учет всех требований и в этом основная трудность проектирования.

Процесс создания наилучшей конструкции получил название оптимизации или оптимального проектирования. Как метод оптимальное проектирование играет наиболее важную роль при конструировании летательных аппаратов, для которых масса имеет большое значение.

Выбор наилучших вариантов компоновок

При анализе различных вариантов компоновочных схем определяется, какой из них наилучшим образом соответствует основным требованиям, дается также оценка различных материалов, способов изготовления конструкции в целом, а также основных деталей. Выбор материала производится по основным деталям, составляющим основу конструкции. Например, для тонкостенных конструкций — по оболочкам. Форма отдельных деталей и их взаимная увязка устанавливаются в общих чертах.

Совершенство конструкции, ее масса, габариты, надежность, работоспособность зависят от рациональности ее силовой схемы. Под силовой схемой понимают совокупность конструктивных элементов, обеспечивающих геометрическую неизменяемость конструкции под действием внешних нагрузок. Рациональной является схема, в которой действующие силы передаются на возможно более коротком участке, при помощи элементов, работающих преимущественно на растяжение или сжатие, а не на изгиб. Одним из признаков рациональной конструкции является компактность. Целесообразное использование объема уменьшает габариты и массу. Габариты и масса конструкции существенно уменьшаются, когда один узел выполняет несколько функций. Жесткость конструкции необходимо обеспечивать способами, не требующими значительного увеличения массы (применением пустотелых и тонкостенных конструкций, блокированием деформаций, рациональным расположением опор и узлов жесткости).

Большое значение имеет проектировочный расчет прочности, позволяющий произвести оценку работоспособности силовых схем, сравнительную оценку массовых характеристик компоновок из различных материалов, найти основные размеры, при которых масса будет наименьшей. Проведение таких расчетов совершенно обязательно при любом процессе проектирования. Применяемые расчетные зависимости должны способствовать выполнению проектных работ. Быстрота и простота расчетов более важны, чем их точность. Вводимые упрощения, однако, не должны искажать результаты сравнительной оценки вариантов. Приближенные расчеты, как правило, имеют ограниченную область применения. Однако во многих случаях они дают достаточно точные результаты при небольшой затрате времени.

Подробная разработка принятого варианта компоновки

После выбора наиболее рационального варианта компоновки производится подробная конструктивная разработка принятой силовой схемы агрегата и выбор материалов. Целью расчета на прочность является оценка силовой схемы отдельных узлов, выбор наиболее эффективного в весовом отношении материала, а также выбор форм деталей и основных размеров, обеспечивающих наименьшую массу.

Масса является основным показателем совершенства изделия. Это особенно важно в самолето- и ракетостроении, где каждый лишний килограмм уменьшает полезную нагрузку, скорость и дальность действия. Расчет массы является основной частью предварительного проектирования. На начальной стадии проектирования оценка массы некоторых деталей (кронштейны, детали крепления, арматуры и т. п.) производится приближенно по статистическим данным, полученным при расчетах известных (подобных) типов конструкций. Такая оценка для многих деталей, определяемых конструктивными соображениями, является единственно возможной. Однако для ряда деталей, составляющих основу тонкостенных конструкций (оболочки, шпангоуты), весовые характеристики устанавливаются в результате расчета на прочность по предварительным проектным оценкам различных вариантов. При этом конструктивные подробности отдельных деталей не представляют интереса. Так, например, нет необходимости знать профиль сечения распорного шпангоута емкости, нужно знать только требуемую площадь сечения; не представляют также интереса конструктивные подробности вафельной оболочки (вид расположения ребер, шаг ребер и размеры подкрепления), достаточно только определить эквивалентную толщину, характеризующую массу.

Предварительный расчет массы является основной расчетной величиной при разработке детальной чертежной документации. Масса является критерием эффективности проекта.

Разработка детальной чертежной документации

На этапе детальной разработки чертежной документации проводится подробный расчет прочности. Принимаемые допущения объясняются неопределенностью закрепления конструкции или методическими затруднениями. Расчет носит одновременно проектировочный и проверочный характер. Качество, точность, быстрота и полнота расчетов оказывают решающее влияние на весовое совершенство конструкции. Проведение же расчетов по уже выпущенным чертежам может только зафиксировать несовершенство конструкции с точки зрения массы или прочности. На данном этапе проектирования производится окончательный выбор конкретных материалов, расчет усилий, действующих в сечениях деталей, выбор рациональных профилей сечений и определение требуемых размеров сечений. Выбор материалов определяется конструктивными требованиями (коррозионной стойкости, жаростойкости и т. п.) и сравнением показателей весовой эффективности материалов различных марок.

Минимальной массы конструкции в целом можно достичь только при обеспечении минимальной массы каждой отдельной детали. Весовое совершенство деталей обеспечивается выбором рациональных форм деталей и их сечений, применением материалов повышенной прочности, полным использованием механических свойств материалов. Максимального снижения массы конструкции можно добиться только при полной равнопрочности, когда напряжения в каждом сечении детали одинаковы.

Однако обеспечение равнопрочности возможно лишь при некоторых простых видах нагружения (например, при растяжении), где нагрузку в равной степени воспринимают все сечения. При сложных напряженных состояниях (изгиб, неравномерное по длине кручение, комбинация нагрузок) напряжения по сечениям распределяются неравномерно. В этих случаях можно только приближенно выполнить условия полной равнопрочности выравниванием напряжений по сечениям за счет соответствующего выбора формы и размеров сечения.

ВЫБОР МАТЕРИАЛОВ

В конструкциях летательных аппаратов применяются алюминиевые, магниевые сплавы, специальные титановые сплавы и стали высокой прочности. Правильный выбор материалов может существенно улучшить характеристики изделия и экономичность в производстве. Выбор материалов является важным процессом в создании совершенной конструкции: применяемый материал должен обеспечивать наибольшую экономию массы. Кроме того, приходится учитывать ряд других факторов таких, например, как коррозионная стойкость, жаростойкость, стоимость, наличие материалов, технологические свойства (способ-

ность материала подвергаться штамповке, сварке, механической обработке и т. п.).

При выборе материала конструкций сложных форм не всегда легко определить его весовую эффективность, тем более невозможно установить какой-то единый критерий весовой эффективности материала, общий для любого случая, который может встретиться при проектировании. Различными будут критерии для конструкций, работающих на прочность и устойчивость. Наиболее просто решается вопрос о весовой эффективности материала для деталей с простыми схемами нагружения.

Детали, работающие на прочность

Максимальной весовой эффективностью обладает материал, имеющий наибольшую удельную прочность, которая представляет отношение предела прочности σ_B к удельному весу γ . Удобнее сравнительную оценку проводить по коэффициенту весового совершенства материала, равному отношению удельной прочности «условной» стали с пределом прочности $\sigma_B = 100$ кгс/мм² к удельной прочности рассматриваемого материала:

$$K_G = \frac{(\sigma_B/\gamma)_{\text{усл.ст.}}}{(\sigma_B/\gamma)_{\text{рассм.мат}}}, \quad (1)$$

здесь $(\sigma_B/\gamma)_{\text{усл.ст.}} = 12,8$ км.

Коэффициент K_G показывает, какую долю составляет масса идеальной детали из рассматриваемого материала от массы равнопрочной детали из условной стали. Из двух рассматриваемых материалов наиболее выгодным будет материал, имеющий меньший коэффициент K_G . Как видно из рис. 1, наилучшим весовым совершенством обладают высокопрочные титановые сплавы с $\sigma_B = 120$ кгс/мм², для которых $K_G = 0,48$. Высокопрочные стали, алюминиевые и магниевые сплавы по показателям K_G можно считать равноценными по массе со значениями $K_G = 0,65 \dots 0,75$, при этом масса деталей по сравнению с титановыми сплавами будет больше на 35—55%.

Из условия недопустимости остаточных деформаций, принимают, что при максимальных эксплуатационных нагрузках напряжения в детали не превышают предел текучести материала σ_T . Из этого следует, что отношение предела прочности к пределу текучести должны быть не меньше принятого коэффициента безопасности, т. е.

$$\sigma_B/\sigma_T \leq f. \quad (2)$$

Например, материал, имеющий отношение $\sigma_B/\sigma_T = 1,5$, может быть применен для конструкций, рассчитываемых с коэффициентом безопасности 1,5 и выше, однако его нельзя применить для конструкций, рассчитываемых с $f = 1,25$. Условие (2) стано-

вится существенным для конструкций одноразового действия, рассчитываемых с низкими коэффициентами безопасности. Таким образом, при $\sigma_B/\sigma_T > f$ коэффициент весового совершенства рассматриваемого материала равен

$$K_G = \frac{(\sigma_B/\gamma)_{\text{уст.ст.}}}{(\sigma_T f/\gamma)} \quad (3)$$

Необходимо принять во внимание, что у ряда материалов предел текучести на сжатие отличается от предела текучести на растяжение как в боль-

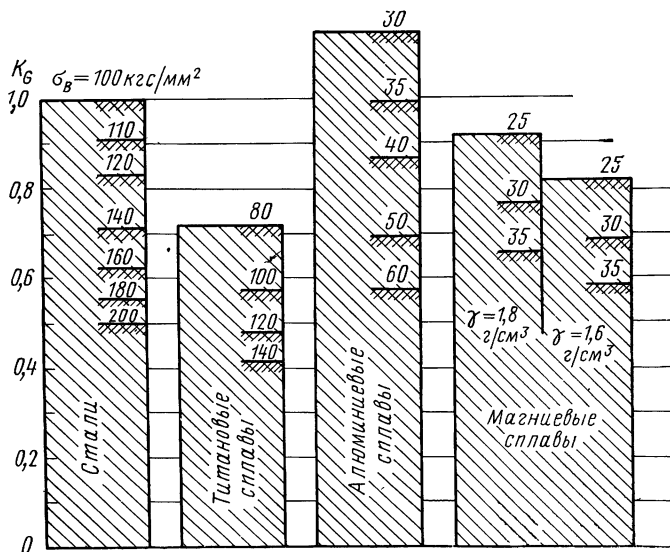


Рис. 1. Коэффициент весового совершенства материалов для конструкций, работающих на прочность

шую, так и в меньшую сторону. У многих конструкционных сталей, а также титановых сплавов предел текучести сжатия оказывается на 5—15% выше, чем при растяжении, у некоторых нагартованных сталей, нагартованных алюминиевых сплавов и магниевых сплавов на 20—50% ниже предела текучести на растяжение.

Приведенные данные (см. рис. 1) относятся к деталям, работающим на растяжение или сжатие, когда обеспечивается условие полной равнопрочности и механические свойства материала используются полностью. Такими деталями могут быть стержни, болты, находящиеся под действием осевой силы, оболочки емкостей под действием равномерного нормального давления и т. п. Эти данные могут быть использованы также при рассмотрении деталей, элементы которых работают в условиях, близких к равномерному растяжению (распорные шпангоуты

емкостей, равнопрочные балки с двутавровым или швеллерным тонкостенным сечением.

Однако для многих сложных деталей сравнение различных материалов по показателям коэффициентов весового совершенства K_G будет весьма ориентировочным. Значения, приведенные на рис. 1, можно рассматривать как теоретические для идеальной равнопрочной детали. Реальное весовое совершенство конструкций отличается от идеального, что объясняется отсутствием возможности обеспечения полной равнопрочности детали по всем сечениям, наличием разных конструктивных надстроек, а также ограничений технологического характера (трудность выполнения стенок небольшой толщины, невозможность удаления излишнего материала в недоступных для обработки местах и т. п.).

Несилловые детали

Сечения таких деталей определяются конструктивными или технологическими соображениями. Основным параметром, определяющим массу, будет плотность материала. Коэффициент ве-

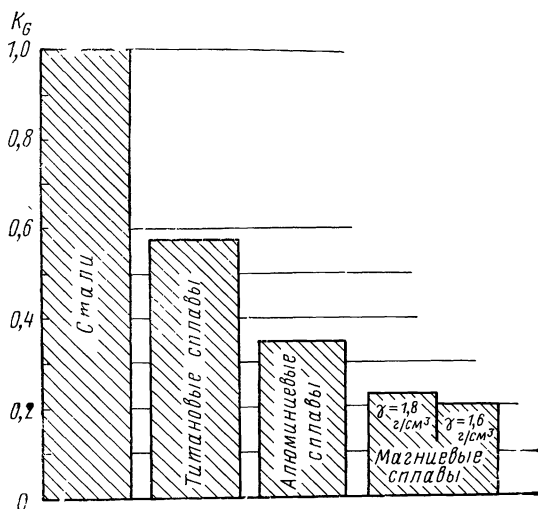


Рис. 2. Коэффициент весового совершенства материалов для несилловых деталей

сового совершенства определим как отношение плотности рассматриваемого материала к плотности стали

$$K_G = \gamma_{\text{рассм. мат}} / \gamma_{\text{ст.}}$$

Минимальная масса детали обеспечивается при применении материала с наименьшей плотностью (рис. 2). Так, например,

масса деталей из магниевых сплавов составляет 20—23% от массы стальных, а по сравнению с алюминиевыми они оказываются легче на 34%.

Оболочки, работающие на устойчивость

Основным параметром, определяющим весовую эффективность материала, является удельная жесткость: $E^{1/2}/\gamma$ — для цилиндров и конусов под действием осевого сжатия и для сфер под нормальным давлением; $E^{0,4}/\gamma$ — для цилиндров и конусов под нормальным давлением.

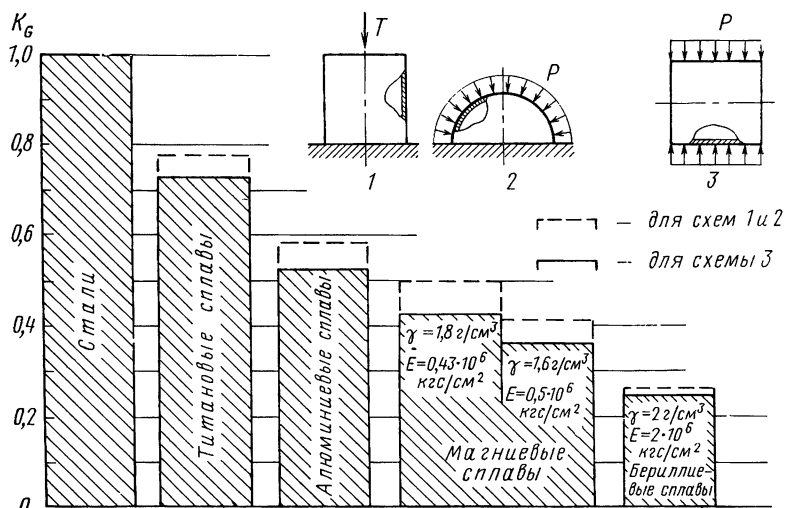


Рис. 3. Коэффициент весового совершенства материалов для оболочек, работающих на устойчивость

Коэффициент весового совершенства материала определим как отношение удельной жесткости стали к удельной жесткости рассматриваемого материала: для цилиндров и конусов под действием осевого сжатия и сфер под нормальным давлением

$$K_G = \frac{(E^{1/2}/\gamma)_{ст}}{(E^{1/2}/\gamma)_{рассм.мат}}$$

для цилиндров и конусов под действием нормального давления

$$K_G = \frac{(E^{0,4}/\gamma)_{ст}}{(E^{0,4}/\gamma)_{рассм.мат}}$$

Коэффициент K_G показывает, какую долю составляет масса оболочки из рассматриваемого материала от массы равнопрочной стальной детали. Рассматривая рис. 3, можно отметить, что

наименьшей массой обладают оболочки из бериллиевых сплавов, затем (по степени уменьшения эффективности массы) магниевые, алюминиевые и наименее выгодными оказываются стальные конструкции. С учетом реальных конструктивно-технологических особенностей оболочек (местных утолщений, невозможностью удаления лишнего металла в некоторых местах и т. п.) фактическая разница масс деталей, выполненных из разных материалов, увеличится в пользу материалов с малой плотностью. Данные, приведенные на рис. 3, можно использовать как минимальные теоретические значения. Ими можно пользоваться, рассматривая однослойные гладкие, вафельные, а также трехслойные оболочки.

При создании совершенных в весовом отношении тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, необходимо исходить из того, чтобы при критических нагрузках действующие напряжения не превышали предела текучести. При работе материала за пределом упругости повышение несущей способности будет неэффективным. Низкие значения σ_T могут явиться серьезным ограничением для применения алюминиевых, магниевых и бериллиевых сплавов.

ВЫБОР РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

Силовая схема реальной конструкции обычно бывает сложной. Чтобы произвести расчет, ее необходимо схематизировать, представив в виде комбинации простейших элементов, для которых существуют готовые теоретические решения (например, балки, кольца, пластины, оболочки, рамы, стержни и т. п.). Условия работы реальной конструкции описываются с некоторым приближением: предполагается полная определенность условий закрепления геометрических размеров и формы конструкции, свойств материалов. Этот процесс и называется выбором расчетной схемы. Число и характер принимаемых допущений определяется требуемой степенью точности. Большая точность достигается, как правило, ценой значительного усложнения расчета.

Процесс схематизации конструкции неизбежно ведет к той или иной погрешности расчета. Принимая допущения, необходимо четко представить, как они могут повлиять на результат расчета. При этом особенно важно правильно оценить каждое допущение: принимается оно в запас прочности или нет. Обычно невозможно дать какую-либо количественную оценку допущений, однако при каждом расчете необходимо следить за тем, чтобы в целом они не повышали расчетную несущую способность конструкции, т. е. принимались в запас прочности. Как правило, большинство допущений принимают в запас прочности, особенно в тех случаях, если экспериментальная проверка не предполагается. При выборе расчетной схемы и оценке допущений часто используется предполагаемый характер и порядок

разрушения конструкций, который иногда даже определяет выбор расчетной схемы.

Серьезные затруднения при расчете могут возникнуть из-за сложности силовой схемы конструкции. В таком случае приходится выбирать приближенные расчетные схемы, вследствие чего расчет часто носит весьма условный характер и не выявляет действительно ослабленных сечений. Неработоспособность конструкции, не выявленная при проведении расчетов из-за приближенности расчетных схем, обычно выявляется на более поздних стадиях разработки конструкции, что приводит к огромным материальным потерям, связанным с доработкой изготовленных изделий. Из этого следует, что конструкция должна иметь силовую схему с явно выраженными в силовом отношении функциями составляющих ее узлов и деталей и возможность разбивки ее на ряд простых рассчитываемых элементов (балок, стержней, оболочек, пластин и т. п.). Трудно рассчитываемая схема неизбежно приводит к неравнопрочной конструкции без достаточных гарантий ее работоспособности. Применение такой схемы оправдывается только ее существенными конструктивными преимуществами.

Подобные затруднения возникают также, когда нет готовых теоретических решений. Если теоретическое решение задачи не представляется возможным из-за сложности или недостатка времени, приходится пользоваться приближенными расчетными схемами, принимая в запас прочности более грубые допущения. В итоге это также приводит к неравнопрочности конструкции и, как правило, к увеличению ее массы.

Иногда для расчета одного элемента выбирается несколько расчетных схем. Это в основном бывает в тех случаях, когда нет ясности в том, какие действительные граничные условия будут в реальной конструкции. Например, для некоторого конструктивного элемента намечаемая расчетная схема представляется в виде двухопорной балки. Реальные условия закрепления конструкции имеют что-то среднее между защемлением и опиранием. В этом случае среднее сечение будет рассчитываться как для шарнирно опертой балки, а концевое (у опоры) как для защемленной балки. Изгибающие моменты, определенные с такими допущениями, будут несколько завышены.

Выбор расчетной схемы зависит от цели расчета. Для задач самолето- и ракетостроения большое значение имеют требования, предъявляемые к массе или габаритам. Чем крупнее рассчитываемый узел, тем большее значение имеют требования к точности расчета. Более точный расчет узла приводит к большей экономии массы. При расчете учитываются также уровни действующих в конструкции напряжений. Для узла с небольшими напряжениями и отсутствии ограничений по массе не имеет смысла создавать сложную расчетную схему. Расчет может быть проведен с учетом последствий разрушения. Таким обра-

зом, в зависимости от цели проводимого расчета для одного узла могут быть приняты разные расчетные схемы.

Расчетная схема конструкции может быть принята с целью определения деформаций. Достаточно точно деформации определяются, когда принимаемая расчетная схема совпадает с силовой схемой конструкции. В большинстве же случаев определение деформаций более сложная задача, чем расчет напряжений, поэтому наиболее достоверно они могут быть определены только экспериментальным путем. Так, например, для цилиндрической емкости со сферическими днищами, находящейся под давлением, достаточно точно и быстро рассчитываются напряжения в оболочках и распорных шпангоутах, однако прогибание днища достаточно точно можно определить только опытным путем.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

В зависимости от цели проводимого расчета различают проектировочный и проверочный расчеты.

Проектировочный расчет проводится на стадии проектной разработки конструкции с целью определения наиболее рационального с точки зрения массы варианта компоновки, приближенной оценки основных силовых размеров. Применяемый в этом случае метод расчета должен быть достаточно прост, а принимаемые допущения не должны приводить к сомнительным результатам. Проектировочный метод должен определять оптимальные параметры конструкции, обеспечивающие минимальную массу, а также давать количественную оценку при отклонении параметров от оптимальных значений.

Проверочный расчет проводится с целью получения количественной оценки прочности конструкции в целом, а также по отдельным ее деталям. Расчет должен учитывать фактические данные конструкции: размеры, заданные чертежом, механические свойства материала, регламентируемые техническими условиями, а также все существенные для прочности специальные требования, заданные техническими условиями на изготовление деталей или агрегата. Необходимо четко представлять и правильно учитывать реальные условия изготовления деталей. Так, например, обычно бывает достаточно провести расчет по номинальным размерам. Однако в ряде случаев необходим учет точности выполнения размеров (расчет по минимальным или максимальным размерам). Может быть существенным также качество поверхности деталей (наличие концентраторов) и способ их изготовления (литьем, штамповкой или механическим фрезерованием). В каждом конкретном случае может быть много подобных факторов.

Сравнением вычисленных напряжений σ или τ с допускаемыми определяется коэффициент расчетного запаса, который равен отношению допускаемых напряжений к расчетным:

$$\eta = [\sigma]/\sigma \text{ или } \eta = [\tau]/\tau.$$

Для конструкций, работающих на устойчивость, расчетный запас равен отношению критических нагрузок к расчетным:

$$\eta = P_{кр}/fP_р.$$

Конструкция удовлетворяет требованиям прочности, если расчетный запас $\eta=1$. Это является также необходимым условием оптимальной конструкции, обладающей минимальной массой. Конструкция, у которой $\eta>1$, имеет избыток прочности.

Выполненный расчет должен быть достаточно полным, т. е. выявлять расчетные запасы по каждому элементу отдельной детали.

Необходимо руководствоваться правилом: проводить расчет в последовательности передачи сил от детали к детали, а в каждой отдельной детали — от сечения к сечению. Так, например, для узла, показанного на рис. 4, в первую очередь, необходимо рассчитать цилиндрический стержень и ухо тяги 1 на разрыв. Затем проверить поверхности деталей под штифтом 2 на смятие. После расчета штифта 2 на срез рассчитывается ухо кронштейна 3 на разрыв, затем проверяется полка кронштейна на изгиб болтом. Далее проводится расчет резьбовых элементов 4: проверка «стержня болта на разрыв и резьбы на срез.

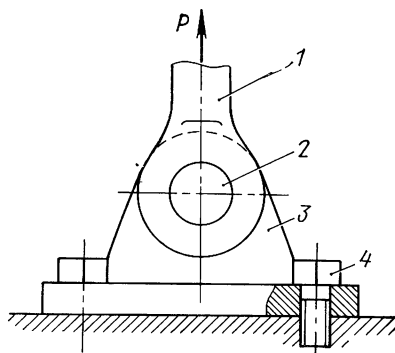


Рис. 4. К определению порядка расчета деталей узла

Такой порядок расчета практически исключает возможность того, что какие-либо элементы конструкции не будут рассчитаны на прочность.

При проведении расчета и оценки полученных результатов необходимо помнить, что точность определяется в основном принятой расчетной схемой и точностью используемого теоретического решения. Реальная конструкция почти никогда не соответствует принятой расчетной схеме, поэтому определение точных значений разрушающих нагрузок теоретическим путем практически невозможно, за исключением некоторых простейших конструктивных схем. Наиболее достоверно разрушающие нагрузки, как правило, устанавливаются опытным путем. Из приближенности расчетных схем также следует, что к оценке конструктивных изменений по расчетным запасам η нужно подходить осторожно: не зная допущений и всех условностей, принятых в расчете, можно прийти к неверному заключению.

Проверочный расчет дает основание сделать заключение о прочности конструкции в целом, а также получить количественную оценку прочности каждой отдельной детали. При расчете можно выявить недостаточную прочность некоторых сечений или неработоспособность силовой схемы конструкции. Последнее имеет место в тех случаях, когда проектирование проводилось без расчета прочности.

ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ И КОНСТРУКТОРСКАЯ ОТРАБОТКА

При освоении чертежно-технической документации отрабатывается технология изготовления. На данном этапе часто выявляются существенные для прочности новые технологические факторы, которые ранее не учитывались в расчетах. Для улучшения технологичности вводятся некоторые изменения конструкции. Технологические факторы изготовления могут существенно влиять на прочность. Сложность их учета состоит в том, что обычно невозможно дать их количественную оценку и, следовательно, нельзя учесть расчетным путем. Так, например, в тонкостенных конструкциях, работающих на устойчивость, влияние качества изготовления наиболее достоверно учитывается на основании опытных данных по испытаниям натуральных отсеков.

Конструкторская отработка изделия или отдельных его агрегатов проводится в реальных или близких к реальным условиям эксплуатации. При этом могут быть выявлены новые дополнительные случаи нагружения конструкции или отдельных деталей.

Все выявленные в процессе отработки новые технологические факторы и условия эксплуатации требуют корректировки расчетов прочности и пересмотра расчетных случаев. При этом может возникнуть необходимость изменения конструкции, а иногда даже изменения всей силовой схемы. Однако в ряде случаев целесообразен другой подход: исходя из фактической прочности разработанной конструкции вводят ограничения в технологические процессы, режимы эксплуатации, изменяют параметры или конструкцию обслуживающих систем.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОТРАБОТКА И ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ

Опытная отработка прочности конструкции проводится на моделях или на натуральных отсеках.

Отработка на модельных узлах позволяет проверить силовую схему конструкции и получить ориентировочные данные о несущей способности натурального отсека. Модель изготавливается обычно в уменьшенном масштабе, конструктивно подобном натуральному отсеку. Конструктивные элементы, несущественные для прочности, не воспроизводятся.

Проверка прочности на моделях в отличие от отработки на натуральных узлах имеет ряд преимуществ:

- 1) простоту изготовления, небольшую стоимость;
- 2) сравнительно короткий срок изготовления;
- 3) возможность оценки работоспособности силовой схемы и выявление ее недостатков на стадии проектных разработок;
- 4) возможность сравнительной проверки одновременно нескольких конструктивных вариантов для определения наиболее рационального решения.

Однако ряд существенных недостатков не позволяет всю отработку прочности проводить на моделях. К их числу относятся:

- 1) отсутствие возможности имитации факторов, обусловленных технологическими погрешностями;
- 2) наличие погрешности, вызванной влиянием масштабного фактора;
- 3) ограниченные возможности в создании конструктивно подобных моделей, обусловленные технологическими пределами изготовления;
- 4) неизвестность (в ряде случаев) критериев подобия;
- 5) недостаточная точность полученных на моделях результатов при переходе к натурному образцу для узлов и сборок, спроектированных с низкими коэффициентами безопасности;
- 6) большая стоимость некоторых конструкций модели по сравнению с натурным узлом.

Для тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, существенная разница технологических условий изготовления натурального узла и модели, способов и качества изготовления может явиться серьезным препятствием в отработке прочности моделированием.

Необходимость проведения испытаний натурной конструкции определяется степенью ее ответственности, сложностью расчетной схемы, трудностью определения разрушающей нагрузки, когда теоретические методы решения задачи отсутствуют. Объем исследований зависит от точности применяемых расчетных методов. Испытаниям подвергается натуральный агрегат или часть его. При этом обязательным условием является сохранение реальных условий заделки торцов. В экспериментальной сборке должны быть установлены также все конструктивные элементы, которые могут влиять на прочность (приварные элементы, местные вырезы, различные конструктивные надстройки).

Испытания проводятся для: 1) определения разрушающей нагрузки и подтверждения принятого коэффициента безопасности. Отношение величин разрушающей нагрузки к эксплуатационному значению должно быть не меньше принятого коэффициента безопасности; 2) определения жесткости конструкции при эксплуатационной нагрузке; 3) определения напряженного сос-

тояния в отдельных сечениях конструкции и ее элементах с целью проверки правильности расчетов.

Испытания натурального узла позволяют получить истинные данные о конструктивной прочности и жесткости реальной конструкции с учетом всех особенностей конструкции, технологии изготовления, материала. По результатам измерения напряжений, перемещений и виду разрушения проводится анализ работы конструкции, заново рассматриваются принятые ранее расчетные схемы, допущения и при существенном расхождении вносятся корректировка, приближающая расчет к эксперименту. При анализе результатов испытаний необходимо особенно внимательно отнестись к определению истинных причин разрушения, так как часто один вид разрушения является следствием другого. Ошибочность анализа может привести к тому, что действительная причина разрушения останется невыявленной.

По результатам испытаний делают заключение о прочности узла в целом и отдельных его элементов. При проведении эксперимента можно выявить недостаточную прочность отдельных сечений. Причиной этого может быть приближенность расчета, ошибка, допущенная при вычислениях, или если расчет данного сечения вообще не проводился. При испытаниях можно установить и неработоспособность силовой схемы. Это может быть следствием неправильно принятой расчетной схемы (обычно в случаях трудно рассчитываемых конструкций) или следствием того, что проектирование проводилось без расчета.

Испытания помогают выявлять способы повышения надежности конструкции. Иногда оказывается, что с усилением отдельного элемента детали практически без потери массы и экономичности существенно повышается несущая способность всего узла. В таком случае введение изменения целесообразно.

В конструкциях с лимитированной массой анализ эксперимента проводится с целью выявления мероприятий, обеспечивающих равнопрочность. Для этого необходимо, чтобы объем измерений давал достаточно полную картину напряженного состояния конструкции. Одновременно с устранением всех недостатков конструкции выявляются сечения, обладающие избытком прочности, расчетным путем оценивается возможность их облегчения.

Для тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, в результате экспериментальной проверки определяются фактические коэффициенты устойчивости k . Изменчивый, случайный характер коэффициентов устойчивости обуславливает необходимость использования в расчетах вероятностных методов, которые позволяют установить с заданной вероятностью реализации значения k , принимаемые при окончательных расчетах. При ограниченном объеме экспериментальных данных выбор коэффициентов k производится по данным испытаний аналогичных конструкций.

Введенные в конструкцию изменения иногда требуют проведения повторных контрольных испытаний скорректированной конструкции. Необходимость повторного эксперимента определяется сложностью и объемом изменений, степенью достоверности расчетной оценки прочности.

ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОНТРОЛЯ ПРОЧНОСТИ В СЕРИЙНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Качество изготовления продукции в серийном производстве обеспечивается соблюдением и контролем требований чертежа. Однако в некоторых конструкциях (например, сварных, стеклопластиковых, клеевых, паяных и т. п.) непосредственный контроль качества невозможен. Кроме того, в процессе изготовления возможны скрытые дефекты в результате воздействий, не оговоренных технологическим процессом. Поэтому для ответственных и сложных узлов предусматриваются методы контроля прочности непосредственно в процессе их изготовления: опрессовка каждого узла нагрузкой, превышающей эксплуатационное значение, контрольно-выборочные испытания узлов до разрушения.

Опрессовочным испытаниям подвергаются баллоны, емкости, работающие под давлением, подъемно-транспортные узлы (гибкие тяги, траверсы, подвески), если конструкция представляет собой сложный сборный узел (наличие сварных, заклепочных соединений и т. п.). При этих испытаниях нагрузка каждого узла составляет 1,15—1,25 от эксплуатационного значения, а для конструкций одноразового действия 1,05—1,15. При хорошо отлаженном технологическом процессе и качественном изготовлении разрушение узлов при опрессовочной нагрузке исключено. Опрессовка может привести к повреждению конструкции (образованию местных трещин, поломке отдельных деталей, разрушению всего узла), если в процессе изготовления были допущены грубые отступления от документации или технологического процесса изготовления.

Однако при опрессовочных испытаниях не гарантируется достаточная прочность каждого узла, так как они в принципе не могут показать, имеет ли изготовленный узел требуемый запас прочности.

Контрольно-выборочным испытаниям до разрушения подвергаются ответственные детали, узлы или агрегаты с высоким уровнем действующих напряжений. К ним относятся баллоны и емкости высокого давления, подъемно-транспортные элементы, узлы крепления двигательных установок. Разрушение таких конструкций в эксплуатации приводит к тяжелым последствиям и представляет опасность для жизни обслуживающего персонала. Разрушение контрольного образца должно происходить при нагрузке, превышающей или равной произведению эксплуатаци-

онной величины на нормированный коэффициент безопасности.

Различают испытания деталей от партии, периодические и установочные контрольно-выборочные испытания.

Испытаниям деталей от партии подвергаются отдельные детали или сравнительно простые узлы (болты, тяги, баллоны давления) в количестве одного или нескольких штук от изготовленной партии. Под партией деталей понимается группа деталей, изготовленных в одинаковых условиях (из металла одной плавки, с одновременной термообработкой всей партии одними и теми же рабочими).

Периодическим испытаниям подвергаются сравнительно крупные узлы, агрегаты, определяющие безопасность эксплуатации, или все изделие для подтверждения стабильности технологического процесса во времени. В зависимости от требуемой степени надежности конструкции такие испытания назначаются один раз в полгода или раз в год.

Установочные контрольно-выборочные испытания узлов или агрегатов проводятся в следующих случаях: возобновления производства узлов после продолжительного перерыва, принципиального изменения технологии изготовления, изготовления продукции на одном заводе по документации и технологическим процессам, освоенным на другом заводе. Известны случаи, когда продукция, изготовленная по одной и той же документации на разных заводах, существенно отличалась по несущей способности. Это объясняется различиями культуры производства, квалификацией рабочих и многими другими факторами.

Контрольно-выборочные испытания считаются положительными, если разрушение контрольного образца произошло при нагрузке, не ниже расчетной. В этом случае вся изготовленная продукция считается годной. Если разрушение образца произошло при нагрузке ниже расчетного значения, устанавливаются причины разрушения, определяется возможность их повторения на всей изготовленной продукции и после устранения дефектов проводятся повторные испытания. При отрицательных результатах повторных испытаний изготовленная продукция бракуется.

Необходимо отметить, что контрольно-выборочные испытания не являются непосредственной проверкой прочности каждого узла или агрегата. Такие испытания только гарантируют, что при отлаженном и стабильном технологическом процессе нормированный коэффициент безопасности, заложенный в конструкцию, будет реализован. Однако может оказаться, что в числе продукции, признанной по испытаниям годной, отдельные агрегаты имеют скрытые дефекты. В последнее время для проверки некоторых простых конструкций внедряются неразрушающие методы контроля, позволяющие контролировать конструктивную прочность каждого узла при нагружении его эксплуатационной нагрузкой.

ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ БЕЗОПАСНОСТИ

КОНСТРУКЦИИ, РАБОТАЮЩИЕ НА ПРОЧНОСТЬ

Конструкция должна иметь определенный запас прочности, т. е. разрушающая нагрузка $P_{\text{разр}}$ должна превосходить эксплуатационную $P_э$ в определенное число раз. Это число называют коэффициентом безопасности:

$$f = P_{\text{разр}}/P_э. \quad (4)$$

Под эксплуатационной нагрузкой $P_э$ понимают наибольшую возможную при нормальной эксплуатации нагрузку, определенную расчетом. Разрушающей называется такая нагрузка, при которой возникает предельное напряженно-деформированное состояние материала элементов конструкции, соответствующее началу разрушения или появлению больших деформаций, при которых нарушается работа конструкции.

Расчет прочности проводится с учетом механических свойств материала, пределов прочности σ_b и текучести σ_T . Для конструкций с многократным повторным действием нагрузок напряжения растяжения или сжатия, действующие при эксплуатационной нагрузке, не должны превышать значения предела текучести, так как в противном случае будут иметь место остаточные деформации.

Учитывая эти требования, расчет прочности (определение напряжений) удобнее проводить по эксплуатационным нагрузкам. Определенные расчетом напряжения сравниваются с допускаемыми $[\sigma]$, которые принимаются равными наименьшему значению из двух следующих величин

$$[\sigma] = \sigma_b/f; \quad [\sigma] = \sigma_T/n. \quad (5)$$

Для конструкций, работающих на прочность, принимают следующие коэффициенты безопасности f и запасы по пределу текучести n :

$$f = 1,3 \dots 2,6;$$

$n = 1,1 \dots 1,5$ — для пластичных материалов, у которых диаграмма растяжения (сжатия) имеет ярко выраженную площадку текучести;

$n = 1,0 \dots 1,5$ — для материалов, не имеющих площадки текучести.

Бóльшие значения коэффициентов f и n принимают при многократном и продолжительном нагружении, меньшие — при кратковременном действии нагрузок с малым числом их повторности.

Пример. Определим допускаемые напряжения для двух материалов, если задано $f=2,6$ и $n=1,5$:

1) для стали, у которой $\sigma_B=55$ кгс/мм² и $\sigma_T=20$ кгс/мм². Определим допускаемые напряжения по пределу прочности

$$[\sigma] = \frac{\sigma_B}{f} = \frac{55}{2,6} = 21,6 \text{ кгс/мм}^2,$$

по пределу текучести

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ кгс/мм}^2.$$

Таким образом, для расчетов конструкции принимаем $[\sigma]=13,3$ кгс/мм²;

2) для алюминиевого сплава, у которого $\sigma_B=40$ кгс/мм² и $\sigma_T=32$ кгс/мм². Определим допускаемые напряжения по пределу прочности

$$[\sigma] = \frac{40}{2,6} = 15,4 \text{ кгс/мм}^2.$$

по пределу текучести

$$[\sigma] = \frac{32}{1,5} = 21,3 \text{ кгс/мм}^2.$$

Здесь допускаемые напряжения равны $[\sigma]=15,4$ кгс/мм². Как видно, в одном случае определяющим является предел текучести, в другом — предел прочности.

Выбор коэффициентов f и n является важнейшим этапом проектирования. При их установлении принимают во внимание также назначение конструкции, специфику ее работы, условия эксплуатации, требования, обеспечивающие надежность и безопасность обслуживания. Так, например, для грузоподъемных средств с многолетним сроком эксплуатации для обеспечения надежности и безопасности коэффициенты f и n принимают достаточно высокими, равными $f=3 \dots 4$ и $n=2$.

Для деталей резьбовых соединений запасы прочности увеличиваются 1,25 раза, чем обеспечивается их повышенная прочность по отношению к прочности стыкуемых деталей, и в результате повышается надежность узла или целого агрегата. Это дает возможность при экспериментальной отработке выявить картину разрушения самой конструкции (без разрушения резьбовых элементов).

При расчете деталей, изготавливаемых литьем, коэффициенты безопасности часто увеличивают в 1,25—1,4 раза (меньшее значение для отливок, подвергающихся индивидуальному контролю) [7]. Однако при прогрессивных способах изготовления (точное литье) и соответствующем контроле качества такого завышения не требуется.

Коэффициентом безопасности иногда учитываются также неточности, которые были допущены при определении действующих нагрузок и напряжений из-за приближенности методов расчета. Однако целесообразнее другой подход; принимать коэффициент безопасности только исходя из условия требуемой надежности конструкции, погрешность же расчетов учитывать

соответствующим выбором расчетной схемы и допущений, принимаемых в запас прочности, с дальнейшим их уточнением по результатам экспериментальной отработки.

При работе материала за пределом упругости в ряде случаев нельзя пользоваться методом расчета по допускаемым напряжениям. В таких случаях о пригодности конструкций судят по величине предельной нагрузки. Под предельной понимается такая нагрузка, при которой система не воспринимает возрастающую нагрузку (разрушающая нагрузка) или возникают настолько заметные перемещения, при которых конструкция превращается в геометрически изменяемую систему, и нарушаются условия ее нормальной эксплуатации. Величина предельной нагрузки должна быть не меньше $P_{\text{пред}} \geq fP_a$.

Метод расчета по предельным нагрузкам позволяет создать более экономичную конструкцию, так как в этом случае точнее устанавливаются величины предельных нагрузок, при которых исчерпывается несущая способность деталей. В связи с этим выявляются дополнительные ресурсы прочности, не учитываемые при способе расчета по допускаемым напряжениям. Применение метода ограничено, так как расчетное определение разрушающей нагрузки возможно только для наиболее простых конструктивных схем. Следует отметить, что для многих конструктивных схем (стержни, работающие на разрыв, оболочки, находящиеся под действием равномерно распределенной нагрузки, балка таврового профиля, работающие на изгиб и др.), а также для конструкций из хрупких материалов расчет по допускаемым напряжениям достаточно точно определяет разрушающую нагрузку.

Чем больше коэффициент безопасности, тем надежнее работа детали. Однако увеличение запасов сверх необходимой величины ведет к увеличению массы и габаритов детали, что не выгодно экономически, а в ряде случаев, например, для конструкции летательных аппаратов, недопустимо. Для конструкций, лимитированных по массе, должны быть установлены минимально возможные коэффициенты безопасности. Применение низких коэффициентов безопасности возможно при условии проведения экспериментальной проверки.

КОНСТРУКЦИИ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ, РАБОТАЮЩИЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Принципы выбора коэффициентов безопасности при расчете конструкций, работающих на сжатие, в основном те же, что и конструкций, работающих на растяжение. Однако к проблеме безопасности работы следует подходить с большей осторожностью, так как потеря устойчивости одного из элементов может привести к разрушению всей конструкции, в то время как, например, явление текучести в элементе, работающем на растяже-

ние, не всегда опасно для конструкций, оно вызывает лишь большие деформации.

При выборе коэффициента безопасности для сжатых элементов учитывают ряд дополнительных факторов, влияющих на несущую способность конструкции. К ним можно отнести качество изготовления конструкции: отклонение формы оболочки от теоретических ободов, отклонение толщин и т. п. Как правило, все подобные факторы учитываются при расчете критической нагрузки $P_{кр}$ соответствующим выбором коэффициента устойчивости k .

Расчет конструкций на устойчивость проводится по разрушающим нагрузкам и сводится к определению критической нагрузки потери устойчивости $P_{кр}$, которая должна быть не меньше $P_{кр} \geq f P_э$. Коэффициенты безопасности, как и для конструкций, работающих на прочность, принимаются равными $f = 1,3 \dots 2,6$. Бóльшее значение относится к конструкциям, внедряемым без экспериментальной проверки с продолжительным сроком эксплуатации при многократном количестве нагружений. Уменьшение коэффициентов безопасности оправдано в конструкциях с кратковременным действием нагрузок и малым числом циклов нагружения. Так, например, для летательных аппаратов одноразового действия принимается $f = 1,2 \dots 1,3$. При этом коэффициент устойчивости k устанавливается по результатам экспериментальной проверки натурной конструкции.

Оценка надежности конструкции по результатам статических испытаний производится анализом разбросов случайных величин. Для оболочек, работающих на устойчивость под действием равномерно распределенных нагрузок, такими величинами являются механические свойства материала, геометрические характеристики сечения стенки и, наконец, коэффициент устойчивости k . Разрушающая нагрузка для оболочки может быть представлена выражением

$$P_{кр} = kA, \quad (6)$$

где A — величина, учитывающая геометрические размеры оболочки и параметры жесткости. Так, например, для цилиндрической оболочки под действием равномерного радиального давления

$$A = \frac{\sqrt[4]{B_1 D_2^3}}{l R^{3/2}},$$

или для гладкой оболочки

$$A = E \delta^{5/2} / l R^{3/2}.$$

Здесь длина оболочки l и радиус R являются константами.

Для конструкций, работающих в пределах упругости, основным показателем механических свойств является модуль упру-

гости материала, который в данном случае можно принять постоянным. За толщину стенки оболочки с достаточной точностью можно принимать среднее значение, полученное по нескольким измерениям образца, вырезанного из места разрушения оболочки. Таким образом, статистический анализ результатов экспериментов сводится к анализу разбросов одной случайной величины, коэффициента устойчивости k . Имея результаты n независимых испытаний в виде ряда значений разрушающей нагрузки, полученной при эксперименте $P_{\text{экс}}$, зная среднее значение толщины каждой испытанной оболочки в очаге разрушения, из выражения (6) определим

$$k = P_{\text{экс}}/A. \quad (7)$$

При анализе результатов испытаний должна быть уверенность в том, что анализируемые величины статистически равноценны и ни одна из них не является следствием одного в значительной степени влияющего на разрушающую нагрузку $P_{\text{экс}}$ фактора, например, грубого дефекта, не предусмотренного документацией. В результате вычислений по формуле (7) получим значения $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$.

Обычно принимается, что плотность распределения случайной величины k подчиняется нормальному закону распределения:

$$P(k) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(k-k_{\text{ср}})^2}{2\sigma^2}}, \quad (8)$$

где

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{n}; \quad (9)$$

σ — среднее квадратичное отклонение — параметр, характеризующий степень разброса случайной величины k относительно среднего значения

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (k_i - k_{\text{ср}})^2}. \quad (10)$$

Чем больше величина σ , тем больше рассеяние результатов испытаний вокруг среднего значения. Распределения плотности вероятности с большим и малым значениями σ показаны на рис. 5.

Вероятность того, что значения случайной величины будут находиться в каком-то определенном интервале, называют дове-

рительной вероятностью, а этот интервал доверительным. Графики доверительного интервала (рис. 6)

$$k_p = k_{cp} \pm d, \quad (11)$$

где d — отклонение случайной величины, $d = ts/\sqrt{n}$.

Если, например, коэффициент k_p определяют при доверительной вероятности $P=0,95$, это означает, что в 95% случаев равенство (11) окажется справедливым. В математической статистике часто используется правило трех сигм [2], в соответст-

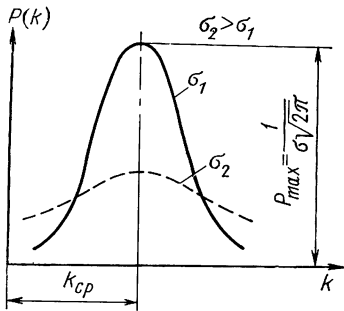


Рис. 5. Закон распределения плотности вероятности с одним и тем же значением k_{cp} , но с различными значениями σ

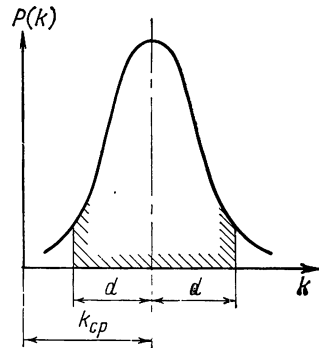


Рис. 6. Вероятность отклонения случайной величины от среднего значения

вии с которым пренебрегают отклонением случайной величины от среднего значения свыше 3σ . Доверительная вероятность при этом $P=0,997$.

Параметр t определяется из табл. 1 в зависимости от задаваемой вероятности P и числа экспериментальных точек n [3]. Таким образом, при заданной вероятности неразрушения P можно определить минимальный коэффициент устойчивости, который необходимо принимать в расчетах

$$k_{pmin} = k_{cp} - d. \quad (12)$$

Если в расчете принимается произвольное значение коэффициента устойчивости $k = k_{np}$ ($k_{np} > k_{pmin}$), при заданной вероятности неразрушения P , можно определить дополнительный коэффициент безопасности f_1 :

$$f_1 = \frac{k_{np}}{k_{cp} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}. \quad (13)$$

Значение параметра t в зависимости от доверительной вероятности P и количества экспериментов n

n	P						
	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,963	3,08	6,31	12,71	31,8	63,7	63,7
3	1,336	1,886	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
4	1,250	1,638	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
5	1,190	1,533	2,13	2,77	3,75	4,60	8,61
6	1,156	1,476	2,02	2,57	3,36	4,03	6,86
7	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	3,71	5,96
8	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50	5,40
9	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36	5,04
10	1,100	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25	4,78
15	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98	4,14
20	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86	3,88
30	1,055	1,311	1,699	2,04	2,46	2,76	3,66
∞	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29

Тогда в расчетах принимается следующий коэффициент безопасности:

$$\bar{f} = f_n f_1, \quad (14)$$

где f_n — нормированный коэффициент безопасности для рассматриваемого случая эксплуатации.

Предварительно вычислив

$$t = \frac{(k_{cp} - k_{np}) \sqrt{\bar{n}}}{\sigma}, \quad (15)$$

нетрудно для произвольно принятого коэффициента k_{np} оценить вероятность его реализации P по табл. 1.

Коэффициент f_1 может быть уменьшен с увеличением числа экспериментов n . Задаваясь требуемым значением \bar{f}_1 , количество испытаний, которое необходимо провести, чтобы гарантировать заданную степень неразрушения, определим из соотношения

$$\frac{t}{\sqrt{\bar{n}}} \leq \frac{1}{\sigma} \left(k_{cp} - \frac{k_{np}}{f_1} \right). \quad (16)$$

После вычисления правой части уравнения (16) по табл. 1 подбирается значение n , при котором данное неравенство стано-

вится справедливым. Задача решается приближенно, так как предполагается, что увеличение числа испытаний незначительно влияет на параметры закона распределения.

Из выражения (13) следует, что из двух групп испытаний меньшее значение коэффициента безопасности будет у той группы, которая имеет меньшее среднее квадратичное отклонение σ , т. е. меньший разброс коэффициентов устойчивости. На рис. 7 приведены результаты анализа экспериментов гладких и вафельных цилиндрических оболочек под действием осевого сжатия, где коэффициент k вычислялся по формуле (7). Как видно из графиков, оба варианта оболочек имеют одинаковое среднее значение $k_{\text{ср}}$. Однако гладкие оболочки, имеющие больший разброс k (большее значение σ), будут рассчитываться с большим коэффициентом безопасности, чем вафельные.

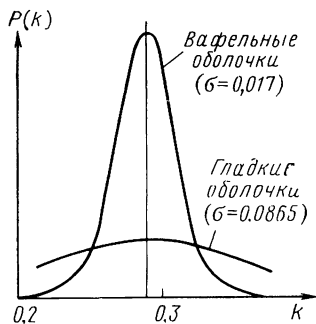


Рис. 7. Закон распределения плотности вероятности для гладких и вафельных цилиндрических оболочек при действии осевой силы

должна иметь доверительную коэффициент безопасности $f_n=1,5$.

Получены результаты испытаний шести гладких оболочек на осевое сжатие, по формуле (7) вычислены k :

n	1	2	3	4	5	6
k	0,383	0,216	0,202	0,380	0,346	0,223

По формулам (9) и (10) вычислили $k_{\text{ср}}=0,292$, $\sigma=0,0865$. Определив предварительно по табл. 1 для $n=6$ и $P=0,99$ значение $t=4,03$, по формуле (12) вычислим минимальный коэффициент устойчивости, который необходимо принимать при расчетах

$$k_{p \text{ min}} = 0,292 - 4,03 \frac{0,0865}{\sqrt{6}} = 0,15.$$

При значении $k=0,15$ коэффициент безопасности принимается равным $f=f_n=1,5$.

Рассмотрим случай, когда в расчетах принят коэффициент устойчивости $k_{\text{нр}}=0,2$. Вероятность его реализации найдем из табл. 1 по параметру

$$t = \frac{(k_{\text{ср}} - k_{\text{нр}}) \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{(0,292 - 0,2) \sqrt{6}}{0,0865} = 2,6.$$

Для $n=6$ $P \approx 0,95$. Следовательно, для обеспечения требуемой вероятности неразрушения $P=0,99$ необходимо ввести дополнительный коэффициент безопасности

$$f_1 = \frac{k}{k_{cp} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{0,2}{0,292 - 4,03 \frac{0,0865}{\sqrt{6}}} = 1,33.$$

Значит, при $k_{np}=0,2$ коэффициент безопасности следует принять равным $f=f_n f_1 = 1,5 \cdot 1,33 = 2,0$.

По формуле (16) определим, какое количество экспериментов необходимо провести, чтобы принять $k_{np}=0,2$, $f_1=1,1$ при $P=0,99$:

$$\frac{t}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{0,0865} \left(0,292 - \frac{0,2}{1,1} \right); \quad \frac{t}{\sqrt{n}} \leq 0,11.$$

Из табл. 1 следует, что количество экспериментов n равно девяти.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астахов М. Ф. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность. М., Оборонгиз, 1954, 702 с.
2. Биргер И. А. и др. Расчет на прочность деталей машин. М., «Машиностроение», 1966, 616 с.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1969, 576 с.
4. Кан С. Н., Свердлов И. А. Расчет самолета на прочность. М., «Машиностроение», 1966, 520 с.
5. Орлов П. И. Основы конструирования. М., «Машиностроение», 1968, 568 с.
6. Руководящие материалы по котлонадзору. М., Металлургия, 1964, 824 с.
7. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность узлов и деталей. РТМ 42—62. М., Издательство Стандартов, 1964, 72 с.
8. Сергеев Н. Д., Богатырев А. И. Проблемы оптимального проектирования конструкций. Л., Стройиздат, 1971, 136 с.
9. Феодосьев В. И. Сопrotивление материалов. М., Физматгиз, 1972, 554 с.
10. Феодосьев В. И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов. М., «Наука», 1969, 174 с.

Часть II

УСТОЙЧИВОСТЬ ГЛАДКИХ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ ОБОЛОЧЕК И ПЛОСКИХ ПЛАСТИНОК

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $\delta_{исх}$ — толщина исходного листа вафельной оболочки;
 δ — толщина гладкой оболочки, толщина стенки вафельной оболочки, толщина пластинки;
 h — высота ребра;
 r — радиус сопряжения ребра со стенкой;
 c, s — ширина кольцевых, продольных (для днищ — радиальных) ребер;
 b, a — шаг кольцевых, продольных (для днищ — радиальных) ребер, размеры сторон пластинки;
 δ_a — эквивалентная толщина условной гладкой оболочки, которая получается при равномерном «размазывании» ребер по поверхности стенки;
 $\delta_{пр}$ — приведенная толщина стенки вафельной оболочки, характеризующая ее жесткость на изгиб;
 ψ — коэффициент эффективности подкрепления, $\psi = \delta_{исх}/\delta$;
 φ — коэффициент подкрепления оболочки;
 φ_1, φ_2 — коэффициенты подкрепления оболочки в продольном и в кольцевом направлениях;
 l — длина оболочки между шпангоутами;
 L — длина всей оболочки;
 R — радиус кривизны оболочки;
 R_0, R_1 — радиусы окружности малого и большого оснований конуса;
 α — угол полураствора конуса;
 E — нормальный модуль упругости материала;
 $T_{кр}$ — критическая осевая сила общей потери устойчивости;
 $T_{кр.м}$ — критическая осевая сила местной потери устойчивости;
 $Q_{кр}$ — критическая поперечная сила общей потери устойчивости;
 $Q_{кр.м}$ — критическая поперечная сила местной потери устойчивости;
 $p_{кр}$ — критическое нормальное давление общей потери устойчивости;

- $p_{кр.м}$ — критическое нормальное давление местной потери устойчивости;
- $\sigma_{кр}$ — критические нормальные напряжения сжатия;
- $\tau_{кр}$ — критические касательные напряжения;
- B_1, D_1 — жесткость сечения стенки оболочки на растяжение (сжатие) и на изгиб в продольном направлении;
- B_2, D_2 — жесткость сечения стенки оболочки на растяжение (сжатие) и на изгиб в кольцевом направлении;
- $\left| \frac{a}{b} \right|$ — числовой коэффициент в формулах для вафельных оболочек:
- a — для оболочек с $r=h$, b — для оболочек с прямоугольным ребром $r=\lambda$.

При проектировании различных конструкций приходится сталкиваться с расчетами на устойчивость оболочек различной формы. Обладая легкостью, тонкостенная пространственная система (оболочка) представляет собой исключительно жесткую конструктивную форму.

При расчете и проектировании тонкостенных конструкций, работающих на устойчивость, необходимо дополнительно учитывать влияние ряда технологических и конструктивных факторов: качества изготовления, отклонения формы оболочки от теоретических обводов, несовершенства формы оболочки в районе сварных швов или конструктивных надстроек. Наличие несовершенств, превышающих толщину неподкрепленной оболочки, снижает несущую способность конструкции в 1,5—2 раза. Для большинства тонкостенных систем имеют большое значение условия заделки опорного контура (защемление или опирание). Влияние этих факторов в работе элементов, работающих на растяжение, обычно не ощутимо. Эти и подобные им факторы, как правило, учитываются при расчете соответствующим выбором коэффициента устойчивости k . Существующие теоретические решения позволяют определить значения k для наиболее простых случаев. Однако на практике учет всех влияний представляет весьма сложную задачу, поэтому действительная несущая способность конструкции может быть установлена на основании испытаний натуральных образцов. При проектировочных расчетах коэффициенты устойчивости принимаются условно по существующим теоретическим или статистическим данным испытаний аналогичных конструкций.

Таким образом, при расчете и проектировании тонкостенных конструкций необходимо учитывать опытные данные. В узлах, рассчитываемых с достаточно высокими коэффициентами безопасности без экспериментальной отработки, коэффициенты устойчивости принимаются в запас прочности обычно заниженными. Для конструкций же, лимитируемых по массе и рассчитываемых с низкими коэффициентами безопасности, экспериментальная проверка обязательна.

При проектировании, как правило, возникает вопрос о весовой оптимальности. При этом необходимо быстро определить массу конструкции при заданных габаритах и внешних нагрузках, найти ее основные геометрические параметры. Чтобы найти правильное конструктивное решение, обеспечивающее минимальную массу, необходимо знать, как и в какой степени те или иные конструктивные параметры, а также технологические факторы изготовления, влияют на прочность.

При выборе силовой схемы тонкостенных конструкций приходится сталкиваться с двумя противоречивыми требованиями: обеспечением технологичности конструкции и наименьшей массы.

Первому требованию лучше всего соответствуют гладкие оболочки. Однако наряду с конструктивной простотой, гладкие оболочки весьма чувствительны к общим и местным несовершенствам формы и вследствие этого имеют большой разброс экспериментальных данных. Кроме того, им свойственно очень малое значение критических напряжений потери устойчивости, особенно при больших значениях R/δ , в результате механические свойства материала остаются использованными не полностью.

Стремление получить конструкцию с наименьшей массой приводит к необходимости применения подкрепленных оболочек. Одним из видов таких оболочек являются оболочки вафельного типа. Как показывают исследования, применение вафельных оболочек обеспечивает снижение массы по сравнению с гладкими оболочками в 1,5—2 раза. Критическая нагрузка вафельной оболочки в 2,25—4 раза больше, чем равной ей по массе гладкой оболочки. Вафельные оболочки менее чувствительны к общим несовершенствам формы, что подтверждается небольшим разбросом экспериментальных данных. Это указывает на потенциальную надежность конструкций такого типа по сравнению с гладкими оболочками.

Вафельные оболочки могут быть изготовлены штамповкой, химическим травлением, механическим и электроимпульсным фрезерованием (способы названы в последовательности увеличения точности изготовления). От способа и точности изготовления существенно зависит совершенство массы конструкции. У оболочек, изготовленных химическим травлением, радиусы сопряжения ребер с полотном, примерно равны глубине травления, т. е. имеют нерациональный профиль ребра, так как большая часть материала расположена около нейтральной оси сечения стенки с присоединенным ребром. Поэтому при равной точности изготовления оболочки, полученные химическим травлением, по сравнению с оболочками, полученными механическим фрезерованием с прямоугольным профилем ребер, проигрывают в массе до 10%. Кроме того, химическое травление обеспечивает более низкую точность изготовления размеров, поэтому ва-

фельные оболочки с низкой степенью подкрепленности могут оказаться менее эффективными даже по сравнению с гладкими.

В последние годы подкрепленные оболочки вафельного типа нашли широкое применение в тонкостенных конструкциях.

Глава 1

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

ГЛАДКИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Устойчивость при центральном сжатии

Потери устойчивости оболочек при осевом сжатии происходят внезапно, хлопком, с образованием глубоких ромбических вмятин, обращенных к центру кривизны (рис. 1, а). Вдоль образующей располагается несколько поясов вмятин. Такую форму

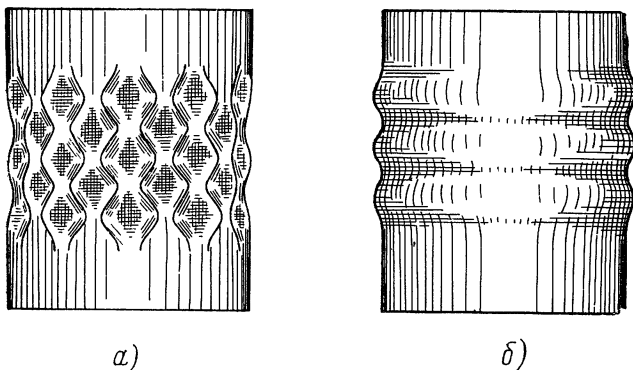


Рис. 1. Формы разрушения цилиндров при осевом сжатии:

а—несимметричная; б—симметричная

разрушения называют несимметричной. Реже проявляется симметричное разрушение с образованием в окружном направлении одной кольцевой вмятины (см. рис. 1, б). Такая форма наблюдается обычно на коротких оболочках при сжатии, а на длинных — при одновременном нагружении осевой силой и внутренним давлением.

Как показали многочисленные эксперименты, проведенные целым рядом исследователей [6], [8] и др., формула критических напряжений для идеальных оболочек

$$\sigma_{кр} = 0,605 E \delta / R$$

дает значения, существенно бóльшие, чем наблюдаемые на опыте. Даже для оболочек, изготовленных с большой тщательностью отточкой на токарном станке, с минимальными отклонениями толщины стенки и радиуса кривизны от заданных величин, значения критических напряжений оказываются в 2—3 раза меньше по сравнению с данными теории для идеальных оболочек. Величина коэффициента устойчивости, при котором происходит разрушение, составляет 0,15—0,3 вместо 0,605. При испытаниях оболочек, изготовленных более грубо, например, из свернутого тонкого листа, обычно уже при малых нагрузках можно заметить образование одиночных вмятин в местах начальных несовершенств или концентраторов напряжений. Напряжения потери устойчивости в значительной степени зависят от начальных несовершенств формы и с их увеличением заметно уменьшаются. По сравнению с качественно изготовленными оболочками при начальных несовершенствах, равных толщине оболочки и более, критические напряжения снижаются в 1,5—2 раза. Влияние начальных несовершенств возрастает с уменьшением относительной толщины δ/R .

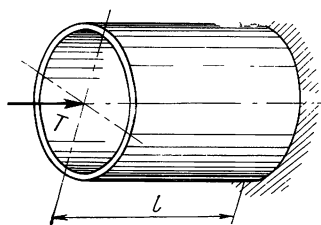


Рис. 2. Цилиндр под действием осевой силы

При расчетах цилиндров под действием осевой силы (рис. 2) критические напряжения и критическая осевая сила определяются по формулам:

$$\sigma_{кр} = kE\delta/R; \quad T_{кр} = 2\pi kE\delta^2. \quad (1)$$

Коэффициент устойчивости k для качественно изготовленных оболочек рекомендуется определять с помощью выражения, согласующегося с результатами многочисленных экспериментов (при $R/\delta = 100 \dots 1500$);

$$k = \frac{1}{\pi} \sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3}. \quad (2)$$

Значения этого коэффициента представлены на рис. 3, где также показаны значения коэффициентов по данным А. С. Вольмира (с критерием вероятности 90 и 99%) [6] и С. Н. Кана [8]. Рассматривая графики, можно видеть, что выражение (2) для широкого диапазона R/δ совпадает с данными С. Н. Кана.

Если оболочки изготовлены недостаточно качественно и начальные несовершенства соизмеримы с толщиной стенки, расчетные значения k обычно снижают примерно вдвое. Начальные несовершенства, заметно превышающие толщину стенки оболочки, вообще недопустимы, так как при этом заметно снижается жесткость конструкции.

Очень короткий тонкостенный цилиндр, длина которого $l \leq \leq 1,22\sqrt{R\delta}$ для опертых и $l \leq 2,5\sqrt{R\delta}$ для защемленных торцов, рассчитывается по формуле для широкой пластинки

$$\sigma_{кр} = kE\delta^2/l^2, \quad (3)$$

где коэффициент k равен 0,9 для опертых и 3,6 для защемленных торцевых кромок.

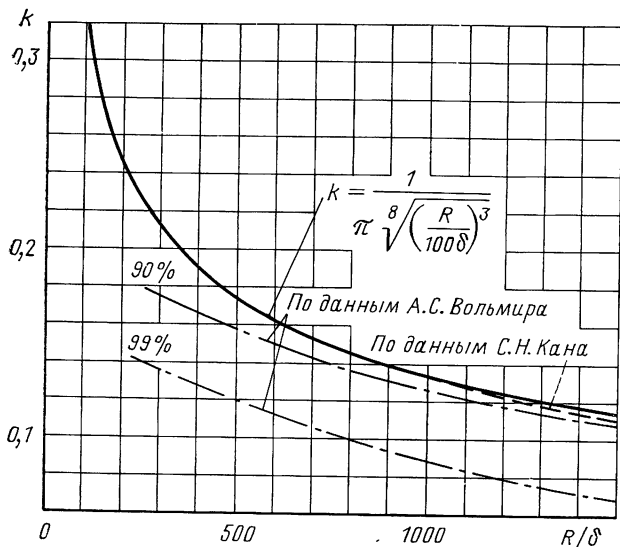


Рис. 3. Коэффициент устойчивости k для гладких цилиндров под действием осевой силы

Для длинных оболочек эллиптического сечения (рис. 4) под действием равномерного осевого сжатия критические напряжения определим по формуле [13]

$$\sigma_{кр} = kE\delta b/a^2. \quad (4)$$

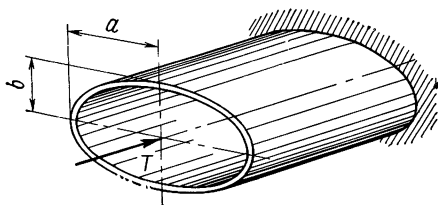


Рис. 4. Цилиндр эллиптического сечения под действием осевой силы

Здесь коэффициент k определяется по графику, приведенному на рис. 3, при этом принимается $R = a^2/b$.

Устойчивость при изгибе

Эксперименты показывают, что выпучивание оболочек средней длины при чистом изгибе происходит хлопком с образованием сравнительно мелких вмятин в сжатой зоне. Наличие растянутой зоны и неравномерность распределения сжимающих напряжений в этом случае оказывают существенное влияние. Решение нелинейной задачи устойчивости оболочки при чистом изгибе показывает, что нижние критические напряжения на 25% превышают величину равномерного сжатия. При расчетах следу-

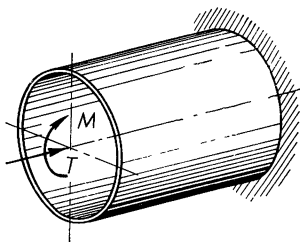


Рис. 5 Цилиндр под действием осевой силы и изгибающего момента

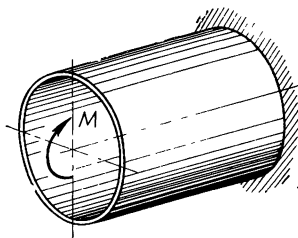


Рис. 6 Цилиндр под действием изгибающего момента

ет исходить, как и в случае расчета на сжатие, из величины нижнего критического напряжения с учетом экспериментальных данных. Влияние начальных несовершенств оболочки в случае изгиба должно быть меньше, чем при центральном сжатии; начальные вмятины в растянутой зоне не должны оказывать заметного влияния на несущую способность оболочки, т. е. вероятность потери устойчивости оболочки в случае изгиба будет меньше. С другой стороны, при изгибе оболочки происходит некоторое сплющивание поперечного сечения, несколько повышающее максимальные напряжения.

В общем случае внецентренного сжатия критические напряжения определим по формуле [6]

$$\sigma_{\text{кр}} = k \frac{E\delta}{R} \left(1 + \frac{\alpha}{8} \right), \quad (5)$$

где $\alpha = 1 - \sigma''/\sigma'$. Здесь σ' — максимальные напряжения сжатия (с учетом знака), σ'' — напряжения у противоположного конца диаметра.

Коэффициент k в формуле (5) определяется по графику, приведенному на рис. 3.

Действующие на оболочку при внецентренном сжатии изгибающий момент M и осевая сила T (рис. 5) приводятся к эквивалентной сжимающей силе

$$T_{\text{экр}} = T + 2M/R. \quad (6)$$

Критическая эквивалентная сжимающая сила

$$T_{\text{кр.эkv}} = T_{\text{кр}}\beta, \quad (7)$$

где

$$\beta = \frac{2,5 + RT/M}{2 + RT/M}.$$

Здесь $T_{\text{кр}}$ — критическая сила при центральном сжатии.

Для чистого изгиба моментом M (рис. 6), когда осевая сила равна нулю, $\alpha = 2$, $\beta = 1,25$:

$$\sigma_{\text{кр}} = 1,25k \frac{E\delta}{R}; \quad T_{\text{кр.эkv}} = 1,25T_{\text{кр}}. \quad (8)$$

Некоторые замечания к проектированию гладких оболочек

Гладкие оболочки в сравнении с подкрепленными отличаются конструктивной простотой, более технологичны. Поэтому, несмотря на сравнительно большую массу применение их в некоторых конструкциях может оказаться целесообразным. У гладких оболочек под действием осевого сжатия имеет место весьма большой разброс экспериментальных данных, достигающий 100% и более, в несколько раз больший, чем при испытаниях подкрепленных оболочек. Высокая чувствительность гладких оболочек к неправильностям формы требует при определении необходимой толщины более осторожного подхода к выбору коэффициента безопасности и коэффициента устойчивости.

На несущую способность отсека с гладкими оболочками оказывают влияние местные вырезы, конструктивные надстройки. Различного рода детали, соединенные с оболочкой сварным швом встык или внахлестку могут заметно снизить разрушающую нагрузку из-за появления в оболочке местных несовершенств от сварки и внутренних сварочных напряжений. Их влияние будет тем ощутимее, чем больше габариты соединяемых деталей. При размерах $d < (10-20)\delta$ оно может быть практически незаметным. Следует также заметить, что разность жесткостей конструктивного элемента и самой оболочки вызывает местные напряжения в районе конструктивного элемента. В случае полного отсутствия (рис. 7, а) или слабой окантовывающей жесткости (см. рис. 7, в) могут иметь место значительные концентрации напряжений, снижающие разрушающую нагрузку. Отсутствие же компенсирующих окантовок в районе отверстий при толщине оболочки, равной расчетному значению, и сравнительно больших диаметрах отверстий вообще недопустимо.

На несущую способность конструкции оказывают влияние также условия заделки торцов оболочки. Большие смещения сварных кромок и наличие в месте заделки краевых изгибающих моментов снижают разрушающую нагрузку.

Все рассмотренные и подобные конструктивные факторы при проведении практических расчетов необходимо учитывать соответствующим выбором коэффициента k . С другой стороны, в

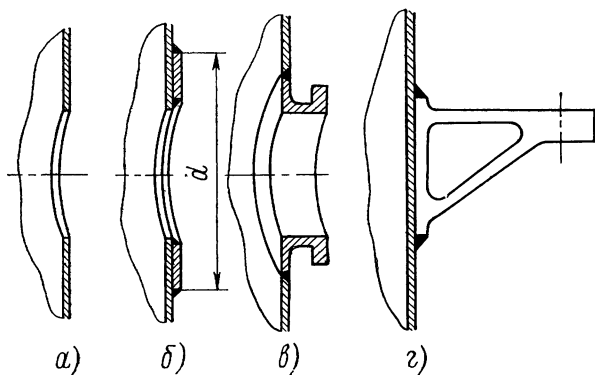


Рис. 7. Конструктивные элементы в оболочке:
 а—отверстие, б—отверстие с компенсирующей накладкой;
 в—варной фланец; г—варной кронштейн

чертежной документации должны предусматриваться технические требования по контролю качества изготовления конструкции (отклонения образующей цилиндра от прямолинейности, допустимые величины несовершенств от сварки и т. п.).

Порядок проектировочного расчета

На оболочку действует осевая сила T и изгибающий момент M . Изложенный ниже расчет применим также в случае, когда на конструкцию действует только осевая сила или изгибающий момент.

1. Определим эквивалентную осевую силу

$$T_{\text{экр}} = T + 2M/R.$$

2. Из выражения (7) определим коэффициент β : при $M=0$ $\beta=1$; при $T=0$ $\beta=1,25$.

3. Приняв коэффициент безопасности f , определим необходимое значение разрушающей нагрузки

$$T_{\text{кр}} = fT_{\text{экр}}/\beta.$$

4. Определим толщину оболочки

$$\delta = 0,36 \left(\frac{T_{\text{кр}} \sqrt{R^3}}{cE} \right)^{0,42},$$

где $c=1$ для качественно изготовленных оболочек; $c=0,5$ для оболочек, в которых предполагаются несовершенства, превышающие толщину.

Приведенная формула справедлива при $R/\delta = 100 \dots 1500$.

5. По окончательно принятой толщине определим критические напряжения

$$\sigma_{кр} = T_{кр}/2\pi R\delta,$$

сравним их с предельными механическими свойствами материала (σ_T).

АНАЛИЗ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Под вафельными оболочками будем понимать конструктивно-ортотропные оболочки с часто расположенным подкрепляющим набором, изготовленным заодно со стенкой.

У вафельных оболочек возможны два вида разрушения: потеря устойчивости части стенки, заключенной между подкрепляющим набором, и потеря устойчивости оболочки с одновременным разрушением подкрепляющего набора. Условимся называть первый вид разрушения местной, второй общей потерей устойчивости оболочки. Местная потеря устойчивости ребра, имеющая существенное значение для оболочек с приклепанными или приварными ребрами, вафельным оболочкам, применяющимся в технике, не свойственна.

Критическая осевая сила общей потери устойчивости идеальных конструктивно-ортотропных оболочек для несимметричной и симметричной форм разрушения:

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1-\mu^2) B_1 D_2}; \quad T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1-\mu^2) B_2 D_1}. \quad (9)$$

При выводе расчетных формул полагаем, что оболочка в продольном и кольцевом направлениях имеет одинаковые приведенные жесткости $B_1 = B_2$, $D_1 = D_2$. Такими могут быть вафельные оболочки: с продольно-кольцевым набором, у которых шаг и ширина продольных и кольцевых ребер одинаковы $a = b$, $s = c$ (рис. 8, а); с перекрестным набором ребер, расположенных под углом 45° к образующей (см. рис. 8, б); с перекрестно-кольцевым набором, у которых перекрестные ребра расположены под углом 30° к образующей, а их ширина $s = c$ (см. рис. 8, в).

Сечение стенки вафельной оболочки описывается четырьмя параметрами: толщиной исходного листа $\delta_{исх}$, толщиной полотна δ , шагом ребер b и шириной ребер c . Расчетные зависимости удобнее выразить двумя безразмерными параметрами

$$\psi = \delta_{исх}/\delta, \quad \varphi = 2\pi c/b.$$

Для получения структурного вида расчетных формул, выраженных через ψ и φ , примем допущения: ось изгиба совместно-

го сечения стенки с присоединенным ребром проходит по внутренней поверхности полотна, переносный момент инерции стенки равен нулю. Первое несколько увеличивает момент инерции, а второе уменьшает. В результате из уравнений (9) получим

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^2]. \quad (10)$$

Здесь коэффициент устойчивости для идеальных оболочек $k = 0,605$, коэффициент β при принятых допущениях равен $\beta_{ср} \approx \begin{vmatrix} 0,7 \\ 0,6 \end{vmatrix}$. Точное выражение коэффициента β представляется функцией $\beta = f(\varphi, \psi)$, значения которой получены ниже.

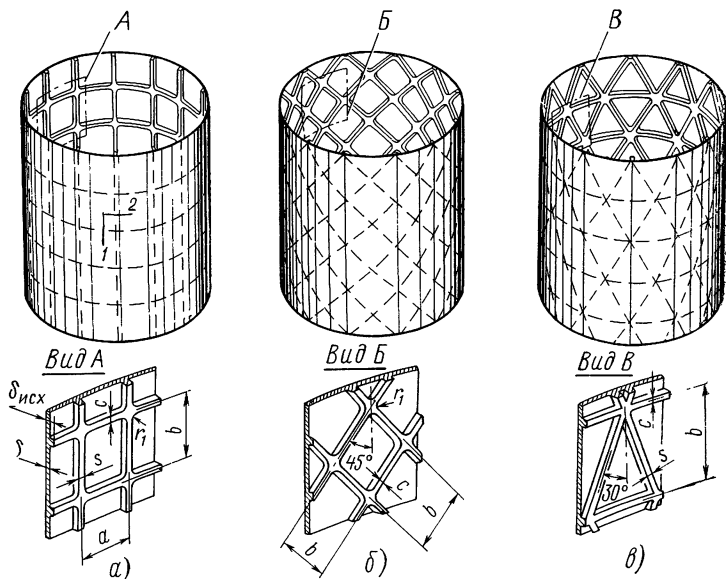


Рис. 8. Конструктивный вид вафельных оболочек с различным расположением ребер:
 а—продольно-кольцевым; б—перекрестным; в—перекрестно-кольцевым

Масса оболочки определяется нагрузкой общей потери устойчивости, поэтому оптимальные в весовом отношении параметры находят исходя из уравнения (10). Необходимо определить оптимальное соотношение между коэффициентами φ и ψ , т. е. функцию $\varphi_{опт} = f(\psi)$, а также исследовать весовую эффективность вафельных оболочек с целью выбора оптимальной величины коэффициента эффективности ψ .

Коэффициент весового совершенства, показывающий, какую часть составляет масса вафельной оболочки от массы равнопрочной гладкой оболочки

$$K_G = \frac{\delta_a}{\delta_{г.л}} = \frac{1 + \left| \frac{0,538}{0,318} \right| \varphi (\psi - 1)}{[1 + \beta \varphi (\psi - 1)^2]^{1/2}}, \quad (11)$$

где

$$\delta_a = \delta \left[1 + \left| \frac{0,538}{0,318} \right| \varphi (\psi - 1) \right].$$

Исследование проведем при $\beta = \beta_{ср}$. Это допущение несущественно влияет на окончательные выводы по двум причинам: величина $\beta_{ср}$, как правило, имеет место для оптимальных в весовом отношении оболочек; область оптимального значения параметра φ оказывается «размазанной», т. е. значительные отклонения от оптимального значения практически не увеличивают массу.

Из условия $dK_G/d\varphi = 0$ найдем

$$\varphi_{опт} = \frac{\left| \frac{1,90}{3,14} \right| \left(\psi - \left| \frac{2,5}{2,1} \right| \right)}{(\psi - 1)^2}. \quad (12)$$

Подставляя выражение (12) в уравнение (11), получим минимальный коэффициент весового совершенства для оболочки с оптимальными параметрами

$$K_{мин G} = \frac{2 - \left| \frac{1,495}{1,060} \right|}{\psi - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left| \frac{1,34}{1,89} \right| (\psi - 1) - 1}}. \quad (13)$$

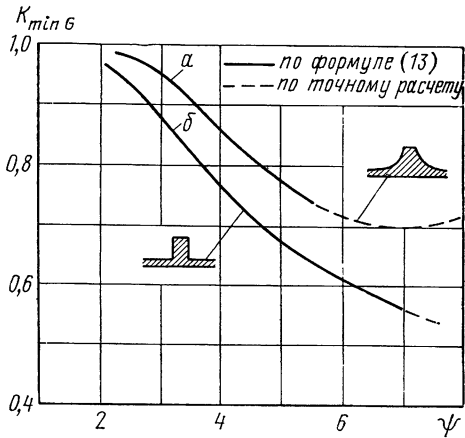


Рис 9. Коэффициент весового совершенства вафельных оболочек

а — для оболочек, изготовленных химическим травлением; б — для оболочек с прямоугольным сечением ребер

На рис. 9 показаны графики функции $K_{мин G} = f(\psi)$, рассматривая которые, можно сделать следующие важные практические выводы.

1. При малых значениях коэффициента эффективности ($\psi \leq 3$) вафельные оболочки не имеют ощутимых преимуществ в массе по сравнению с гладкими.

2. Интенсивное снижение массы оболочки имеет место при увеличении ψ от 3 до 5. При значениях $\psi = 6 \dots 7$ обеспечивается снижение массы по сравнению с гладкими оболочками при-

лизительно в 1,5 раза. С дальнейшим увеличением ψ возрастание весовой отдачи будет менее заметным, а для оболочек с $r=h$ его вообще нет. Однако трудоемкость и стоимость изготовления оболочки с повышением ψ возрастают, так как увеличивается исходная толщина $\delta_{исх}$. Поэтому на практике применение вафельных оболочек обычно ограничивается значением $\psi \leq 8$, а для оболочек с $r=h$ значением $\psi \leq 6$.

3. Оболочки, изготовленные химическим травлением ($r=h$), проигрывают в массе оболочкам с прямоугольным сечением ребер ($r=0$) при $\psi=5 \dots 6$ в среднем около 10%, а при $\psi=8$ до 25%.

Рассмотрим также влияние отклонения φ от оптимального значения на величину коэффициента весового совершенства. Расчеты показывают, что при изменении φ в пределах (0,5—2) φ_{opt} увеличение массы оболочки от минимально возможного не превышает 6%. Это дает возможность выбирать φ в широком диапазоне и более рационально использовать параметры подкрепления оболочки с учетом конструктивных и технологических факторов.

Зависимости (12) и (13) получены с некоторыми упрощающими допущениями. Однако вычисления весовых параметров вафельных оболочек с различными ψ и φ , основанные на исходных зависимостях (9), показывают, что полученные формулы достаточно точно описывают оптимальные значения.

Эти результаты получены при сравнении идеальных гладкой и вафельной оболочек и справедливы также для реальных оболочек при одинаковых коэффициентах устойчивости k . Выигрыш в массе в этом случае получен только за счет более рациональной геометрии сечения стенки вафельной оболочки. Если учесть реальный уровень нижней критической нагрузки вафельных и гладких оболочек, то разница в массе будет еще больше. Так, например, для осевого сжатия гладких оболочек по данным А. С. Вольмира [6] при $R/\delta = 200$, $k=0,15$. Для вафельных оболочек с таким же критерием вероятности $k=0,28$. При такой разнице коэффициентов устойчивости выигрыш в весе увеличится еще в 1,33 раза.

ВАФЕЛЬНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Общая потеря устойчивости при центральном сжатии

На основании экспериментальной проверки вафельных оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным (под углом 45° к образующей) и перекрестно-кольцевым (перекрестные ребра под углом 30° к образующей) расположением ребер под действием осевой силы все перечисленные варианты следует считать равноценными в весовом отношении. Небольшой разброс экспериментальных данных ($\sim 2\%$) при испытании на осевое сжатие цилиндров с различными габаритами, расположением ребер и способами изготовления (химическим травлением, механическим фрезерованием, электрохимической обработкой), с различной эффективностью подкрепления (φ и ψ) является важным показателем потенциальной надежности вафельных оболочек и их

преимуществ перед гладкими. Подкрепляющие ребра изготавливались в цилиндрической заготовке, полученной вальцовкой толстого плоского листа с наложением продольного шва.

Разрушение вафельных оболочек происходит внезапно (хлопком) с образованием в окружном направлении нескольких ромбических вмятин, обращенных к центру кривизны. Каждая отдельная вмятина захватывает несколько ячеек с подкрепляющими ребрами. Со стороны гладкой поверхности оболочки разрушение аналогично разрушению гладких оболочек. По данным тензометрирования испытанных оболочек, потеря устойчивости наступала при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности материала. Все эксперименты подтверждают, что нелинейность показаний тензодатчиков наблюдается при достижении 85% разрушающей нагрузки. На основании этого можно принять разрушающую нагрузку равной $T_{кр} = 1,15T_{нел}$, где $T_{нел}$ — усилие, при котором отмечено начало нелинейности по тензодатчикам.

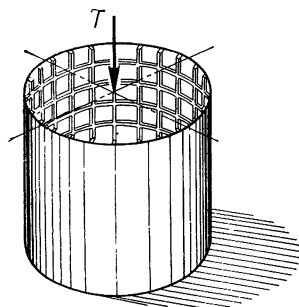


Рис. 10. Цилиндрическая вафельная оболочка под действием осевой силы

Экспериментами установлено, что вафельные оболочки обладают малой чувствительностью к местным несовершенствам формы, в стенке отдельных ячеек, в местах сварных швов, особенно в районе местных конструктивных элементов, показанных, например на рис. 7.

На конструкции вафельного типа практически не влияют местные несовершенства формы, не превышающие половины толщины исходного листа.

Критическая осевая сила (рис. 10) общей потери устойчивости оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^2]. \quad (14)$$

Здесь для оболочек, имеющих $r = h$,

$$\beta = \frac{0,42}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,17}{\sqrt[3]{\psi}} - 0,65; \quad (15)$$

для оболочек с прямоугольным сечением ребер ($r = 0$)

$$\beta = \frac{0,4}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{1,3}{\sqrt{\psi}} - 0,54. \quad (16)$$

Формулы (15) и (16) получены в результате аппроксимации графиков функции $\beta = f(\varphi, \psi)$, показанных на рис. 11. Значения,

приведенные на графиках, получены из условия равенства выражения (14) исходной теоретической зависимости (9) при $k=0,605$. Момент инерции ребра с присоединенной стенкой определяется относительно собственной нейтральной оси.

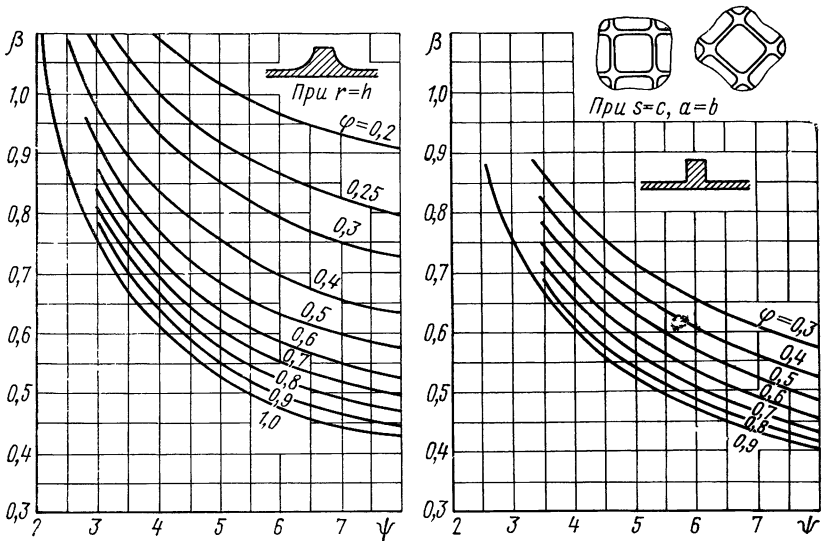


Рис. 11. Коэффициент β для цилиндров под действием осевой силы и сфер под внешним давлением

Коэффициент φ в формуле (14) и при вычислении коэффициентов β определяется согласно табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi$

Расположение ребер	φ_1	φ_2	φ
Продольно-кольцевое (см. рис. 8, а)	$\frac{2\pi s}{a}$	$\frac{2\pi c}{b}$	$\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$
Перекрестное под углом 45° к образующей (см. рис. 8, б)	$\frac{2\pi c}{b}$	$\frac{2\pi c}{b}$	$\frac{2\pi c}{b}$
Перекрестно-кольцевое (перекрестные ребра под углом 30° к образующей см. рис. 8, в)	$\frac{3\pi s}{b}$	$\frac{2\pi c}{b} + \frac{\pi s}{b}$	$\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$

По экспериментальным данным для всех рассматриваемых видов расположения ребер и способов изготовления при $R/\delta_{пр} \leq \leq 200$ коэффициент устойчивости

$$k = 0,28 \dots 0,34, \quad (17)$$

что в два раза меньше теоретического значения для идеальных оболочек. Для вафельных оболочек, как и для гладких, коэффициент k , очевидно, находится в зависимости от $R/\delta_{пр}$. Однако имеющиеся экспериментальные данные пока не позволяют установить такую связь;

Для оболочек с продольно-кольцевым набором ребер экспериментальные значения коэффициентов k лежат в указанном диапазоне до $\varphi_2/\varphi_1 \leq 2,5$. За этим пределом исследования не проводились.

Исследованный предел φ_2/φ_1 соответствует отношению

$$\lambda = \frac{B_1 D_2}{B_2 D_1} < 1,5.$$

Для практически применяемых вафельных оболочек $\lambda < 2$. Принимая во внимание результаты исследований оболочек, подкрепленных только кольцевыми ребрами, при очень больших λ для вафельных оболочек можно ожидать резкого падения коэффициента k .

На рис 12 показан график функции $K_G = f(\varphi_2/\varphi_1)$. Коэффициент K_G равен отношению массы оболочки с произвольным значением φ_2/φ_1 к массе оболочки с $\varphi_2/\varphi_1 = 1$. В результате вычислений установлено, что коэффициент K_G в очень широком диапазоне рассматриваемых значений φ и ψ оказывается не зависящим от этих параметров и профиля сечения ребер. Минимум массы конструкции достигается, если $\varphi_2 = \varphi_1$. При $\varphi_2/\varphi_1 = 2,5$ масса оболочки оказывается в 1,02 раза больше массы при $\varphi_2/\varphi_1 = 1$. Практически же, как это видно из графика, для интервала $\varphi_2/\varphi_1 = 2,5$ массу конструкции можно считать постоянной.

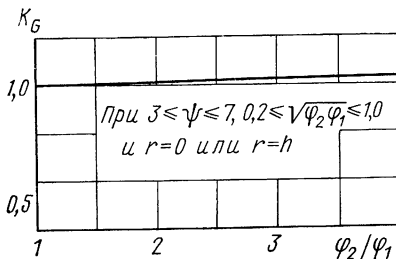


Рис. 12. Коэффициент K_G в зависимости от отношения φ_2/φ_1

Действие осевой силы и изгибающего момента

При одновременном действии осевой силы T и изгибающего момента M (см. рис. 5) эквивалентная осевая сила определяется по формуле (6). Согласно результатам экспериментальных исследований вафельных оболочек под действием изгибающего момента коэффициент устойчивости при изгибе совпадает со значением k при центральном сжатии. Таким образом, в случае изгиба критическая эквивалентная сила определяется по формуле (14) с коэффициентом k , принятым из числовых значений (17).

Местная потеря устойчивости стенки в отдельных ячейках

Местная потеря устойчивости вафельных оболочек в отдельных ячейках происходит хлопком. При достаточно жестких ребрах несущая способность конструкции с образованием вмятин в ячейках не исчерпывается, так как форма оболочки сохраняется благодаря каркасу ребер. После сброса нагрузки местные вмятины (по визуальным наблюдениям) исчезали полностью. Местная потеря устойчивости стенки оказывает незначительное влия-

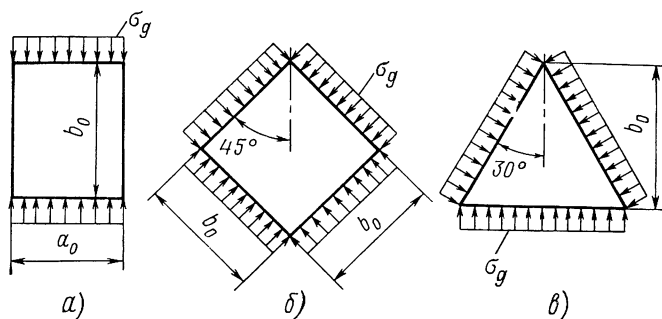


Рис. 13 Расчетная схема для отдельной ячейки при нагружении оболочки осевой силой для видов расположения ребер:

a—продольно-кольцевого; *б*—перекрестного; *в*—перекрестно-кольцевого

ние на величину разрушающей нагрузки общей потери устойчивости (снижает ее на 10—20%). Однако при проектировании следует обеспечивать условие равнопрочности обеих форм разрушения. Для получения рабочих формул рассмотрим расчетную схему нагружения стенки отдельной ячейки оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором (рис. 13). При нагружении осевой силовой T действующие напряжения для схем *a* и *в*

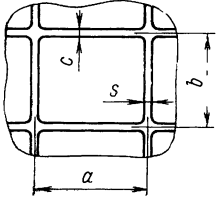
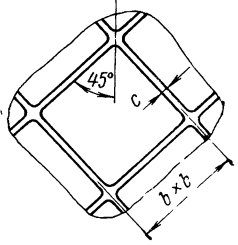
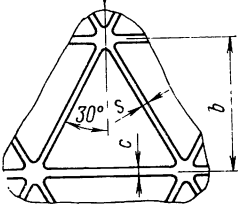
$$\sigma_{\text{д}} = \frac{T}{2\pi R\delta \left[1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi_1 (\psi - 1) \right]}; \quad (18)$$

для схемы *б*

$$\sigma_{\text{д}} = \frac{T \cos 45^\circ}{2\pi R\delta \left[1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi (\psi - 1) \right]}. \quad (19)$$

Для упрощения расчета при выводе рабочих формул будем пренебрегать кривизной отдельной ячейки, принимая за расчетную схему плоскую пластинку. Для практически применяемых вафельных оболочек это допущение занижает расчетную нагруз-

Формулы для расчета местной устойчивости стенки

Расположение ребер	Расчетные формулы
<p data-bbox="110 258 338 286">Продольно-кольцевое</p> 	$T_{кр.м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{a_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right]$ $a_0 = a - s - 2r$ $k_1 = 6 (3,6; 8,5)$
<p data-bbox="114 677 259 705">Перекрестное</p> 	$T_{кр.м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{\cos 45^\circ b_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right]$ $b_0 = b - c - 2r$ $k_1 = 3 (1,81; 4,84)$
<p data-bbox="119 1093 366 1121">Перекрестно-кольцевое</p> 	$T_{кр.м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{b_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right]$ $b_0 = b - c - 2r$ $k_1 = 6 (3,6; 8,5)$

ку примерно на 20% и будет тем справедливее, чем меньше размер ячеек. Отметим также, что допущения при расчете местной устойчивости стенки не влияют на массу проектируемой конструкции, поскольку весовая оптимальность оболочки не зависит от размеров ячеек.

Таким образом, критические напряжения в отдельных ячейках для продольно-кольцевого расположения ребер стенки

$$\sigma_{кр} = k_1 \frac{E\delta^2}{a_0^2}, \quad (20)$$

для перекрестного и перекрестно-кольцевого расположения ребер

$$\sigma_{кр} = k_1 \frac{E\delta^2}{b_0^2}. \quad (21)$$

Коэффициент k_1 зависит от условий закрепления кромок, от формы и схемы нагружения пластинки. По экспериментальным данным заделка кромок ячеек вафельных оболочек для всех видов расположения ребер и способов изготовления находится между опиранием и защемлением.

Критическую осевую силу местной устойчивости стенки в ячейках $T_{кр.м}$ получим, приравняв $\sigma_d = \sigma_{кр}$. В табл. 2 приведены коэффициенты, принятые по экспериментальным данным. В скобках указываются теоретические значения коэффициентов для глоской пластинки соответственно с опертым и защемленным контурами. При расчете оболочек с продольно-кольцевым расположением ребер рекомендуемое значение k_1 можно принимать для $0,6 \leq b/a \leq 1,5$.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАФЕЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Область применения вафельных оболочек

Применение вафельных оболочек ограничивается, с одной стороны, технологическими возможностями, с другой — предельными механическими свойствами применяемого материала. При сравнительно малых нагрузках, а также при малых габаритах оболочки расчетные размеры (толщина стенки, ширина ребер) могут получиться меньше некоторого технологического предела, уровень которого зависит от применяемого материала, способа изготовления, оснащенности и культуры производства, т. е. выполнение таких размеров может оказаться невозможным.

С увеличением эффективности подкрепления ψ (увеличение высоты ребер), с возрастанием несущей способности оболочки возрастает величина критических напряжений. При некотором значении $\psi = \psi_{пред}$ критические напряжения станут равными предельному значению механических свойств материала, пределу

текучести σ_t . При работе конструкции за пределом упругости дальнейшее увеличение несущей способности за счет параметра ψ будет неэффективным.

Установим диапазон применения вафельных оболочек, используя приближенные зависимости. Действующие напряжения от силы $T_{кр}$

$$\sigma_\lambda = \frac{T_{кр}}{2\pi R \delta_{1\vartheta}}.$$

При заданном значении силы $T_{кр}$ требуемую эквивалентную толщину оболочки (при $\psi \geq 5$) определим по формуле

$$\delta_\vartheta = \left| \begin{array}{l} 1,78 \\ 1,48 \end{array} \right| \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E \psi}}.$$

Приняв $\delta_{1\vartheta} \approx 0,85\delta_\vartheta$, найдем предельное значение эффективности подкрепления, при котором действующие напряжения становятся равными пределу текучести материала

$$\psi_{пред} = \left| \begin{array}{l} 14,4 \\ 9,9 \end{array} \right| \frac{(R\sigma_t)^2}{kET_{кр}}. \quad (22)$$

При значениях $\psi < \psi_{пред}$ действующие напряжения в оболочке будут меньше предела текучести. Из формулы (22) можно определить для заранее заданного значения ψ минимальное значение предела текучести, которое должен иметь принятый материал:

$$\sigma_t = \left| \begin{array}{l} 0,26 \\ 0,32 \end{array} \right| \sqrt{\frac{\psi k E T_{кр}}{R^2}}. \quad (23)$$

Для оболочек с оптимальными параметрами между эквивалентной толщиной δ_ϑ и толщиной полотна δ справедливо соотношение $\delta_\vartheta = (1,4 \dots 1,7)\delta$. В среднем $\delta_\vartheta \approx 1,55\delta$. При заданном технологическом пределе толщины стенки $\delta = \delta_{техн}$ определим значение осевой силы, при которой применение вафельных оболочек нецелесообразно из-за технологических ограничений:

$$T_{пред} = \left| \begin{array}{l} 4,8 \\ 6,9 \end{array} \right| kE\psi\delta_{техн}^2. \quad (24)$$

Для сил $T_{кр} < T_{пред}$ целесообразно применить гладкую оболочку.

Выражения (22) и (24) устанавливают область применения вафельных оболочек. Данные зависимости иллюстрированы графиками, приведенными на рис. 14, полученными для оболочек из алюминиевых сплавов при $k=0,28$. Область применения вафельных оболочек ограничена кривыми σ_t и $R/\delta_{техн}$. Кроме того, из условия весового совершенства применение вафельных оболочек ограничивается прямой $\psi=3$. На основании графиков можно

отметить следующее. Область применения вафельных оболочек расширяется с увеличением механических свойств материала σ_T , с уменьшением технологического предела $\delta_{\text{техн}}$ или с увеличением радиуса кривизны R (возрастание $R/\delta_{\text{техн}}$). Так, например, при $R/\delta_{\text{техн}}=500$ вафельные оболочки неприменимы при изготовлении их из материала с пределом текучести $\sigma_T \leq 1000$ кгс/см²

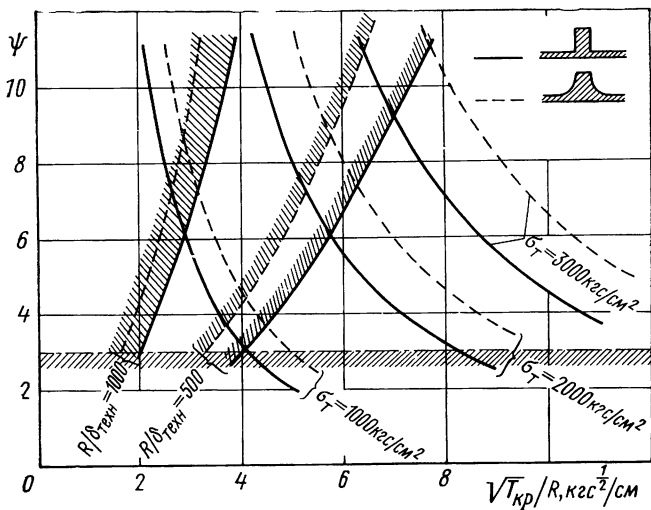


Рис. 14 Область применения вафельных оболочек в зависимости от предела текучести материала, габаритов оболочки и технологического предела толщины стенки

(профиль сечения ребер прямоугольный). Для материала $\sigma_T=2000$ кгс/см² область применения оболочек вафельного типа ограничивается значением $\psi=3 \dots 6$, при $\sigma_T=3000$ кгс/см² $\psi=3 \dots 9$.

Пример 1. Задано: Разрушающая нагрузка $T_{кр}=150000$ кгс, радиус оболочки $R=50$ см, материал — алюминиевый сплав с $\sigma_T=1600$ кгс/см² и $E=0,76 \cdot 10^6$ кгс/см², способ изготовления — механическое фрезерование при $r=0$, $\delta_{\text{техн}}=0,1$ см.

Приняв $k=0,28$ и $\psi=6$, по формуле (24) определим

$$T_{\text{пред}} = 6,9 \cdot 0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 0,1^2 = 81000 \text{ кгс.}$$

Так как $T_{\text{пред}}$ меньше заданной силы $T_{кр}$, то применение вафельной оболочки не ограничивается технологическим пределом по толщине стенки. По формуле (22) вычислим

$$\psi_{\text{пред}} = 9,9 \frac{(50 \cdot 1600)^2}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 150000} = 2,16.$$

При принятом значении $\psi=6$ конструкция будет работать за пределом упругости, так как $\psi > \psi_{\text{пред}}$. По формуле (23) найдем необходимое значение предела текучести, при котором можно принять $\psi=6$:

$$\sigma_T = 0,32 \sqrt{\frac{6 \cdot 0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 150000}{50^2}} = 2600 \text{ кгс/см}^2.$$

Приближенная оценка массы или несущей способности

Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности вафельной оболочки, по заданной нагрузке $T_{\text{кр}}$ определить необходимую эквивалентную толщину для оценки массы или для заданной δ_0 оценить $T_{\text{кр}}$, расчет проводится по формулам: задано $T_{\text{кр}}$,

$$\delta_0 = \left| \begin{array}{l} 1,78 \\ 1,48 \end{array} \right| \sqrt{\frac{T_{\text{кр}}}{2\pi k E \left(\varphi + \left| \begin{array}{l} 0,20 \\ -0,25 \end{array} \right| \right)}}; \quad (25)$$

задано δ_0 ,

$$T_{\text{кр}} = 2\pi k E \delta_0^2 \left| \begin{array}{l} 0,317 \\ 0,460 \end{array} \right| \left(\psi + \left| \begin{array}{l} 0,20 \\ -0,25 \end{array} \right| \right). \quad (26)$$

Кроме того, на данной стадии проектирования для оценки технологичности конструктору необходимо знать толщину стенки и исходного листа. Их ориентировочное значение можно определить по соотношениям

$$\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_0, \quad \delta_{\text{исх}} = \psi \delta. \quad (27)$$

Для оболочек с оптимальными параметрами рекомендуемые приближенные зависимости дают результаты, практически совпадающие с данными, вычисленными по точным формулам.

Пример 2. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T=2900$ кгс/см². Приняв $\psi=6$, определим эквивалентную толщину

$$\delta_0 = 1,48 \sqrt{\frac{150000}{6,28 \cdot 0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 (6 - 0,25)}} \approx 0,22 \text{ см.}$$

При этом ориентировочное значение толщины стенки и исходного листа:

$$\delta = (0,6 \dots 0,7) 0,22 \approx 0,13 \dots 0,15 \text{ см,}$$

$$\delta_{\text{исх}} = 6 (0,13 \dots 0,15) = 0,78 \dots 0,9 \text{ см.}$$

Оценка влияния изменения исходных данных на параметры конструкции

В процессе конструирования иногда необходимо оценить, как влияет на массу конструкции изменение исходных данных, принятых первоначально при проектировании, а именно: осевой нагрузки T_1 модуля упругости материала E_1 , радиуса кривизны оболочки R_1 и длины оболочки L . Основным расчетным пара-

метром, определяющим массу конструкции, является эквивалентная толщина, которая по первоначально принятым данным получена равной $(\delta_э)_1$. В табл. 3 приводится значение эквивалентной толщины $(\delta_э)_2$, которая получается при изменении исходных данных (увеличении или уменьшении) до значений T_2, E_2, R_2, L_2 .

Таблица 3

Эквивалентная толщина $(\delta_э)_2$

Измененный параметр	T_2	E_2	R_2	L_2
Новая эквивалентная толщина	$(\delta_э)_1 \sqrt{T_2/T_1}$	$(\delta_э)_1 \sqrt{E_1/E_2}$	$(\delta_э)_1$	$(\delta_э)_1$

Как видно из табл. 3, изменение радиуса или длины не приводит к изменению толщины. В этом случае масса детали изменится только за счет увеличения или уменьшения площади поверхности оболочки. Зависимости, приведенные в табл. 3, справедливы и для оценки гладких оболочек. При этом под $(\delta_э)_1$ и $(\delta_э)_2$ понимаются соответственно первоначальное и новое значения толщины неподкрепленной оболочки.

Для вафельных оболочек можно оценить требуемое изменение толщины ранее принятого исходного листа $(\delta_{исх})_1$ с изменением нагрузки. Новое значение исходной толщины листа (при сохранении ранее принятого ψ)

$$(\delta_{исх})_2 = (\delta_{исх})_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}. \quad (28)$$

Кроме того, для спроектированной конструкции оценим изменение первоначально принятых размера ячейки (шага ребер) b_1 , ширины ребра c_1 и толщины стенки δ_1 с изменением исходных данных. Новое значение размера ячеек и ширины ребер (при условии, что ранее принятые ϕ и ψ остаются постоянными)

$$b_2 = b_1 \sqrt[4]{T_2/T_1}, \quad c_2 = \frac{c_1 b_2}{b_1}. \quad (29)$$

Новое значение толщины стенки

$$\delta_2 = \delta_1 \sqrt{T_2/T_1}. \quad (30)$$

Формулы (28) и (29) могут служить только для ориентировочных оценок. При существенном изменении нагрузки все необходимые размеры устанавливаются в результате подробного проектировочного расчета.

Пример 3. Задано, критическая сила $T_1 = 150000$ кгс; эквивалентная толщина $(\delta_э)_1 = 0,22$ см. Требуется оценить изменение массы конструкции и исходной толщины листа $(\delta_{исх})_1$ при увеличении нагрузки до $T_2 = 200000$ кгс.

По формуле табл. 3 определим

$$(\delta_0)_2 = 0,22 \sqrt{\frac{200\,000}{150\,000}} = 0,22 \cdot 1,16 = 0,255 \text{ см,}$$

т. е. масса оболочки увеличится в 1,16 раза. По формуле (28) определим, что толщина исходного листа (при сохранении ранее принятого ψ) также увеличится в 1,16 раза.

Порядок проектировочного расчета оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором

Задано: эксплуатационная нагрузка T , радиус кривизны оболочки R , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим требуемую величину разрушающей силы $T_{кр} = fT$.

2. Вычислим $\bar{T} = T_{кр}/E$.

3. Принимаем: $\psi = 6 \dots 7$ для оболочек с прямоугольным сечением ребер; $\psi = 5 \dots 6$ для оболочек с $r = h$.

Применение оболочек с $\psi < 3$ нецелесообразно.

4. По формуле (12) определим $\varphi_{опт}$. Для рекомендуемого ψ оптимальное значение в среднем равно $\varphi_{опт} \approx \begin{vmatrix} 0,28 \\ 0,46 \end{vmatrix}$.

Если нужно получить оболочку с увеличенным размером ячеек, необходимо брать уменьшенную величину φ . При этом следует иметь в виду, что для широкого диапазона $0,2 \leq \varphi \leq 0,6$ весовое совершенство оболочки с погрешностью не более 6% определяется только параметром ψ .

5. Определим β по формулам (15), (16) или по рис. 11.

6. Вычислим толщину полотна

$$\delta = \sqrt{\frac{\bar{T}}{2\pi k[1 + \beta\varphi(\psi - 1)^2]}}$$

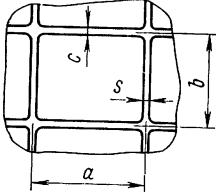
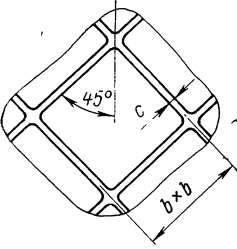
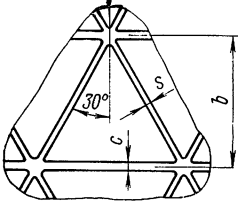
Если появится необходимость увеличить толщину стенки, следует принять уменьшенное φ , после чего, определив β , вычислить скорректированное значение δ .

7. Определим толщину исходного листа $\delta_{исх} = \psi\delta$.

При необходимости уменьшить $\delta_{исх}$ следует принять уменьшенное ψ (масса конструкции увеличится). После вычислений по пунктам 5 и 6 определим скорректированное значение $\delta_{исх}$.

8. Принимаем соотношение подкрепления в продольном и кольцевом направлениях φ_2/φ_1 . В диапазоне $\varphi_2/\varphi_1 = 1 \dots 2,5$ масса конструкции практически остается постоянной. Для конструкций, воспринимающих только осевую силу, $\varphi_2/\varphi_1 = 1$. Большее значение φ_2/φ_1 предпочтительнее принять для оболочек, которые работают не только на осевую силу, но и на нормальное давление. Для оболочек с перекрестным набором под углом 45° к об-

Формулы для расчета шага и ширины ребер

Расположение ребер	a, b, c, s
<p>Продольно-кольцевое</p> 	$a = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{2\pi\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}}} \left(2r + 2,5\delta \sqrt{\frac{k_1 R}{T} \delta_1} \right)$ $s = \frac{\varphi a}{2\pi\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}}, \quad b = (0,8 - 1,5) a,$ $c = \frac{sb\varphi_2}{a\varphi_1},$ <p>где</p> $\delta_1 = \delta \left[1 + \left \begin{array}{l} 0,26 \\ 0,16 \end{array} \right \frac{\varphi}{\varphi_2/\varphi_1} (\psi - 1) \right]$
<p>Перекрестное</p> 	$b = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{2\pi}} \left(2r + 2,97\delta \sqrt{\frac{k_1 R}{T} \delta_1} \right)$ $c = \frac{\varphi b}{2\pi},$ <p>где</p> $\delta_1 = \delta \left[1 + \left \begin{array}{l} 0,26 \\ 0,16 \end{array} \right \varphi (\psi - 1) \right]$
<p>Перекрестно-кольцевое</p> 	$b = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{3\pi\epsilon}} \left(2r + 2,5\delta \sqrt{\frac{k_1 R}{T} \delta_1} \right)$ $s = \frac{\varphi b}{3\pi\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}}, \quad c = \frac{\varphi b}{3\pi\epsilon},$ <p>где</p> $\epsilon = \frac{2\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}}{3\varphi_2(\varphi_1 - 1)},$ $\delta_1 = \delta \left[1 + \left \begin{array}{l} 0,26 \\ 0,16 \end{array} \right \frac{\varphi(\psi - 1)}{\sqrt{\varphi_2/\varphi_1}} \right]$

разующей конструктивный вид расположения ребер предопределяет равенство жесткости в направлениях 1 и 2 (см. рис. 8), т. е. $\varphi_2/\varphi_1=1$.

9. Дальнейший расчет, определяющий шаг и ширину ребер, проводится по формулам, приведенным в табл. 4.

10. Для окончательно принятых размеров массу оболочки определим по эквивалентной толщине, которую получим при условном равномерном «размазывании» ребер по поверхности:

для продольно-кольцевого расположения ребер

$$\delta_s = \delta + \frac{ch + 0,43r^2}{b} + \frac{sh + 0,43r^2}{a} + \frac{0,86r_1^2h - sch}{ab^2}; \quad (31)$$

для перекрестного расположения ребер

$$\delta_s = \delta + \frac{2ch + 0,86r^2}{b} + \frac{0,86r_1^2h - c^2h}{b^2}. \quad (32)$$

Для оболочек, изготовленных химическим травлением, можно принимать $r \approx r_1 \approx h$. Формулы (31), (32) достаточно точно определяют фактическое значение δ_s . Ими можно пользоваться при назначении массы деталей в рабочих чертежах.

Можно отметить, что расчет по исходным теоретическим зависимостям для конструктивно-ортотропных оболочек, выполненный на ЭВМ методом случайного поиска конструкции минимальной массы с наложением технологических ограничений, дает результаты, тождественные результатам, полученным по предложенному методу.

Пример 4. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T=2900$ кгс/см²
Определим

$$\bar{T} = \frac{150\,000}{0,7 \cdot 10^6} = 0,214 \text{ см}^2.$$

Принимаем $\psi=6$ и $\varphi=0,3$. По формуле (16) определим

$$\beta = \frac{0,4}{\sqrt[3]{0,3}} + \frac{1,3}{\sqrt{6}} - 0,54 = 0,72.$$

Вычислим толщину стенки

$$\delta = \sqrt{\frac{0,214}{6,28 \cdot 0,28 [1 + 0,72 \cdot 0,3 (6 - 1)^2]}} = 0,318 \text{ см},$$

принимаем $\delta=0,14$ см и толщину исходного листа $\delta_{исх}=6 \cdot 0,14=0,84$ см.

Приняв $\varphi_2/\varphi_1=1$, определим шаг и ширину продольных ребер:

$$a = \frac{1}{1 - 0,3/6,28} 2,5 \cdot 0,14 \times \\ \times \sqrt{\frac{6 \cdot 50 \cdot 0,14}{0,214} [1 + 0,16 \cdot 0,3 (6 - 1)]} = 5,73 \text{ см}; \\ s = \frac{0,3 \cdot 5,73}{6,28} = 0,273 \text{ см}.$$

Принимаем $s=0,28$ см. Приняв шаг кольцевых ребер равным $b=a=5,73$ см, найдем ширину кольцевых ребер $c=s=0,28$ см.

По формуле (31) определим эквивалентную толщину для расчета массы оболочки, принимая $r_1=0,7$ см, $\delta_0=0,217$ см.

Сравнение результатов расчета примеров 2 и 4 показывает, что зависимости для приближенной оценки толщины δ_0 , толщины стенки и исходного листа достаточно точно определяют эти величины.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Расчетные зависимости, экспериментальные данные

Для оболочек, подкрепленных только кольцевыми часто расположенными ребрами, монолитно соединенными с полотном, возможны следующие формы потери устойчивости:

— несимметричная с образованием нескольких ромбических вмятин в окружном и продольном направлениях, наблюдаемая на оболочках, имеющих сравнительно нежесткие ребра;

— симметричная с образованием между соседними ребрами в окружном направлении одной осесимметричной вмятины, наблюдаемая на оболочках, имеющих достаточно жесткие ребра.

Верхнее значение критической силы несимметричной и симметричной форм разрушения для идеальных оболочек получим из соответствующих выражений (9):

$$T_{\text{кр.несим}} = 2\pi k E \delta^2 [1 + \beta \varphi_2 (\psi - 1)^2]; \quad (33)$$

$$T_{\text{кр.сим}} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}, \quad (34)$$

здесь $\varphi_2 = 2\pi c/b$, $k=0,605$ для идеальных оболочек;

для оболочек с $r=h$

$$\beta = \frac{0,27}{3\sqrt{\varphi_2^2}} + \frac{1,2}{\sqrt{\psi}} - 0,5; \quad (35)$$

для оболочек с прямоугольным сечением ребер ($r=0$)

$$\beta = \frac{0,285}{\sqrt{\varphi_2}} + \frac{1,15}{\sqrt{\psi}} - 0,47. \quad (36)$$

Формулы (35) и (36) получены в результате аппроксимации графиков функции $\beta=f(\varphi, \psi)$, показанных на рис. 15, значения которых вычислены из условия равенства выражений (33) и (9).

Характер разрушения и величина разрушающей нагрузки зависят от степени подкрепленности

$$\lambda = \frac{B_1 D_2}{B_2 D_1} = \frac{1 + \beta_2 \varphi_2 (\psi - 1)^2}{1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}, \quad (37)$$

где β_2 определяется по зависимостям, приведенным в части IV.

По данным экспериментальных исследований [17] можно отметить следующее:

1. Наличие кольцевых ребер снижает влияние общих несовершенств формы оболочки на несущую способность. С возраста-

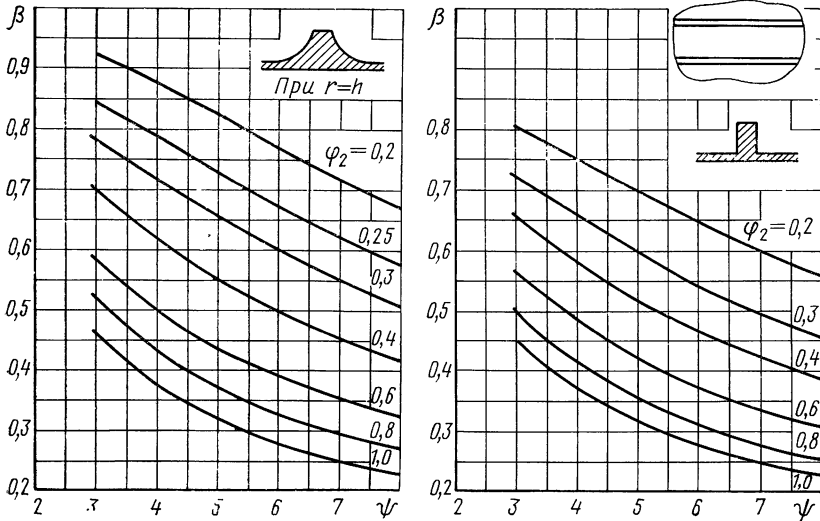


Рис. 15. Коэффициент β для цилиндров с кольцевыми ребрами под действием осевой силы

нием λ до $\lambda=3$ наблюдается резкое увеличение $T_{кр}$. Критическая нагрузка оболочки с кольцевыми ребрами по сравнению с критической нагрузкой гладкой оболочки возрастает в 1,5 раза. С дальнейшим увеличением жесткости ребер ($\lambda > 3$) при сохранении массы несущая способность оболочки не увеличивается.

2. Несимметричная форма разрушения наблюдается при $\lambda \leq 13$. Экспериментальные значения коэффициента k в выражении (33), которое соответствует этой форме разрушения, приведены на рис. 16, на котором показано, что коэффициент k уменьшается с увеличением λ .

Анализ результатов экспериментов показывает, что критическая нагрузка не зависит от подкрепления. Из этого следует, что

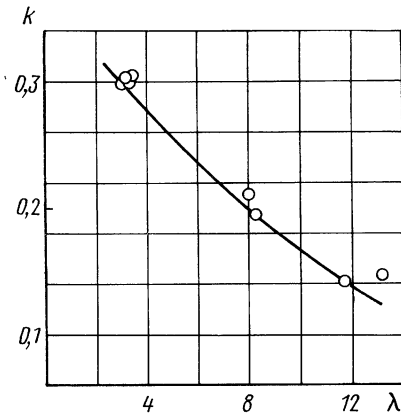


Рис. 16. Экспериментальные значения k в формуле (33) для цилиндров с кольцевыми ребрами под действием осевой силы

расчет можно проводить по формуле (34), которая не учитывает жесткости ребер. Коэффициент k принимается постоянным.

3. Симметричная форма разрушения наблюдается при $\lambda > 13$. Нижнее значение коэффициента k в формуле (34) равно 0,49.

Рекомендации для проектирования и практических расчетов

Реальные оболочки, подкрепленные только кольцевыми ребрами (рис. 17), по сравнению с гладкими обеспечивают снижение массы конструкции в 1,3 раза. Критическая нагрузка для такой оболочки в 1,6 раза выше, чем для равной ей по массе гладкой, а по сравнению с вафельной ниже в 1,5—2 раза. Применение таких конструкций допустимо при действии сравни-

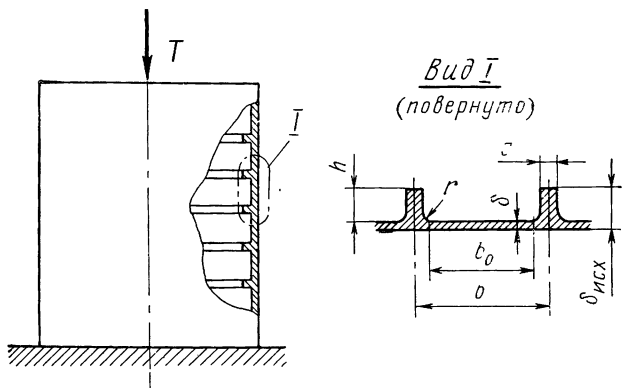


Рис. 17. Цилиндрическая оболочка с кольцевыми ребрами, под действием осевой силы

тельно малых осевых сил. Оболочки с кольцевыми ребрами более чувствительны к местным несовершенствам формы, чем вафельные.

При практических расчетах для несимметричной и симметричной форм разрушения нижнее значение критической нагрузки можно определить по формуле, которая очень хорошо согласуется с экспериментальными данными для всех значений λ :

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \sqrt{1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_2(\psi - 1)}, \quad (38)$$

где $k = 0,2 \div 0,24$ при $\lambda < 3$ и $k = 0,49$ при $\lambda \geq 3$ для несимметричной формы разрушения; $k = 0,49$ при $\lambda > 13$ для симметричной формы разрушения.

Рекомендуемый коэффициент k принят по нижнему значению экспериментальных данных, разброс которых составлял около

15%. Испытания проводились на оболочках, изготовленных механическим фрезерованием и химическим травлением.

Необходимо проверить местную устойчивость стенки между кольцевыми ребрами по формуле, основой которой является выражение для плоской пластинки

$$T_{кр} = 2\pi R k \frac{E \delta^3}{b_0^2}, \quad (39)$$

где

$$k = 0,9; \quad b_0 = b - c - r.$$

Приближенная оценка массы или несущей способности

Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности оболочки, по заданной нагрузке $T_{кр}$ определить эквивалентную толщину для оценки массы или для заданной δ_9 оценить $T_{кр}$, расчет проводится по формулам

$$\text{если задано } T_{кр}, \quad \delta_9 = 1,2 \sqrt[3]{\frac{T_{кр}}{2\pi k E}}; \quad (40)$$

$$\text{если задано } \delta_9, \quad T_{кр} = 2\pi k E \cdot 0,7 \delta_9^3. \quad (41)$$

Эти формулы справедливы для оболочек с прямоугольным сечением ребер, а также с ребрами, у которых $r = h$.

При проектировании оболочек с кольцевыми ребрами необходимо обеспечить $\lambda \geq 3$. Это условие выполняется, если $\varphi_2 \geq 3,2$ и $\psi \geq \begin{cases} 3,0 \\ 3,5 \end{cases}$. Кроме того, рекомендуется, чтобы масса материала ребер составляла не более 25% от общей массы оболочки. Это условие обеспечивается при

$$\varphi_2 \leq \frac{\begin{cases} 1,27 \\ 2,06 \end{cases}}{\psi - 1}.$$

Последовательность проектировочного расчета

Задано: эксплуатационная сила T , радиус кривизны R , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим необходимую разрушающую силу $T_{кр} = fT$.

2. Принимаем $\psi \geq \begin{cases} 3,0 \\ 3,5 \end{cases}$. Для всех значений ψ весовое совершенство оболочки будет постоянным. Большему значению ψ соответствует конструкция с более высокими ребрами.

3. Приняв значение φ_2 , определим толщину стенки

$$\delta = \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E \sqrt{1 + \left| \frac{0,26}{0,16} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}}}$$

4. Найдем действующие напряжения, сравним их с пределом текучести материала

$$\sigma = \frac{T_{кр}}{2\pi R \delta} \leq \sigma_r.$$

5. Вычислим шаг кольцевых ребер и ширину ребер

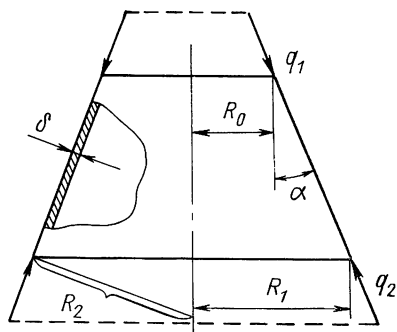
$$b = \frac{1}{1 - \varphi_2/2\pi} \left(r + 2,37\delta \sqrt{\frac{RE\delta}{T_{кр}}} \right), \quad c = \frac{\varphi_2 b}{2\pi}.$$

6. Определим эквивалентную толщину оболочки для расчета массы

$$\delta_э = \delta + \frac{ch + 0,43r^2}{b}.$$

ГЛАДКИЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретическое значение критического погонного усилия для конической усеченной идеальной оболочки, сжатой вдоль оси (рис. 18), получается таким же, как для цилиндра радиусом R_2 [6], т. е.



$$q_2 = 0,605 \frac{E\delta^2}{R_2},$$

где R_2 — радиус кривизны поверхности оболочки у большого основания.

Как показывают эксперименты, потеря устойчивости реальных конических оболочек происходит хлопком с образованием одного или нескольких поясов ромбических вмятин около большого основания. Нижнее значение критических напряжений и критическая осевая сила равны

Рис. 18. Усеченный конус под действием погонных сжимающих усилий

$$\sigma_{кр} = k \frac{E\delta}{R_1} \cos \alpha, \quad T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \cos^2 \alpha. \quad (42)$$

Формулы (42) относятся к оболочкам, у которых $\alpha \leq 60^\circ$.

Коэффициент k для качественно изготовленных оболочек определим по формуле (2) или по графику, приведенному на рис. 3, принимая $R=R_1/\cos \alpha$. Если оболочки изготовлены недостаточно качественно, с несовершенствами формы, превышающими толщину, расчетные значения k необходимо снижать вдвое. Для конических оболочек справедливы все замечания и рекомендации, приведенные в гл. 1 для гладких цилиндров. Кроме того, при проектировании конструкций с конусами необходимо обеспечить такую заделку торцов оболочки, которая исключала бы передачу на нее усилий изгиба. При практических расчетах необходимо обращать внимание на то, чтобы критические напряжения не превышали предел текучести материала. Наибольшие напряжения действуют около малого основания конуса.

Порядок проектировочного расчета

Задано: эксплуатационная нагрузка T , габаритные размеры оболочки R_0, R_1, α , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающую силу $T_{кр} = fT$.

2. Определим толщину оболочки

$$\delta = 0,36 \left[\frac{T_{кр}}{cE} \sqrt[3]{\left(\frac{R_1}{\cos \alpha}\right)^3} \right]^{0,42},$$

где $c=1$ для качественно изготовленных оболочек и $c=0,5$, если несовершенства формы превысят толщину.

3. Определим наибольшие напряжения у малого основания конуса, сравним их с пределом текучести

$$\sigma = - \frac{T_{кр}}{2\pi R_0 \delta \cos \alpha} \leq \sigma_T.$$

Если окажется, что $\sigma > \sigma_T$, необходимо увеличить толщину оболочки в зоне верхнего основания до величины

$$\delta_0 = \frac{T_{кр}}{2\pi R_0 \cos \alpha \sigma_T}.$$

Толщину можно задать линейно изменяющейся от δ_0 до δ . Зона усиления (рис. 19)

$$\alpha = \frac{T_{кр}}{\pi \delta \sigma_T \sin 2\alpha} - \frac{R_0}{\sin \alpha}.$$

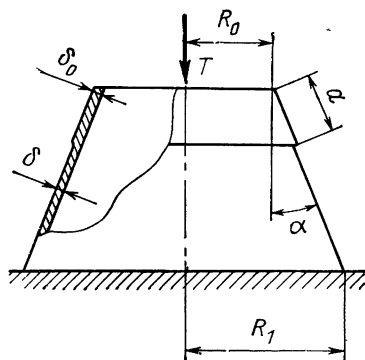


Рис 19 К определению зоны усиления конуса

ВАФЕЛЬНЫЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Расчетные формулы

Для вафельных конических оболочек, как и для цилиндрических, возможны различные варианты расположения ребер. Однако применение в конусах перекрестного или перекрестно-кольцевого расположения ребер исключается из-за существенных технологических и конструктивных недостатков (сложности разметки сетки ребер и их изготовления). К тому же эти виды расположения ребер не имеют весового преимущества. В силовом от-

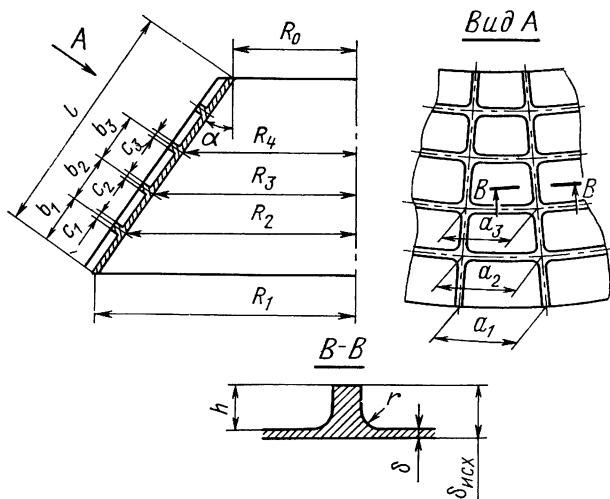


Рис 20. Конструкция вафельной конической оболочки

ношении продольно-кольцевое расположение ребер способствует выбору наиболее рациональных размеров ячеек и элементов подкрепления, при которых обеспечивается постоянная жесткость стенки вдоль образующей. Учитывая изложенное, рассмотрим расчет и проектирование оболочек только с продольно-кольцевым набором.

Критическая осевая сила общей потери устойчивости

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \cos^2 \alpha [1 + \beta \varphi (\varphi - 1)^2], \quad (43)$$

где k — на основании экспериментов конусов с $\alpha \leq 60^\circ$ и жестко заделанными основаниями принимается согласно числовым значениям (17) для цилиндров;

β — определяется по формулам (15), (16) или по графику, приведенному на рис. 11.

При произвольно заданных размерах ширины и шага ребер необходимо вначале вычислить параметры φ_1 и φ_2 для каждого i -го пролета (i — номера ячеек и кольцевых ребер, отсчет ведется от большого основания, рис. 20). После этого по каждому про-

лесту определяется значение $\varphi = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$. Эти вычисления удобнее выполнить по табл. 5.

Таблица 5

К вычислению коэффициента φ

Номер ячейки	1	2	3	i
φ_1	$\frac{2\pi s_1}{a_1}$	$\frac{2\pi s_2}{a_2}$	$\frac{2\pi s_3}{a_3}$	$\frac{2\pi s_i}{a_i}$
φ_2	$\frac{2\pi c_1}{b_1}$	$\frac{2\pi c_2}{b_2}$	$\frac{2\pi c_3}{b_3}$	$\frac{2\pi c_i}{b_i}$
φ	$\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$	$\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$	$\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$	$\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}$

Разрушающую силу $T_{кр}$ и коэффициент β рекомендуется вычислять в запас надежности по минимальному значению φ .

Критическая осевая сила местной потери устойчивости стенки в i -й ячейке

$$T_{кр,м} = 2\pi k_1 E \frac{R\delta^3}{a_{0i}^2} \cos \alpha \left[1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi_{1i} (\psi - 1) \right], \quad (44)$$

где $a_{0i} = a_i - s_i - 2r$,

k_1 — принимается из табл. 2.

Для оболочек с постоянной толщиной стенки $T_{кр,м}$ достигает наименьшего значения у большего основания конуса ($i = 1$).

Порядок проектировочного расчета при постоянной толщине стенки

Если толщина стенки δ и толщина исходного листа $\delta_{исх}$ постоянны, равножесткость стенки вафельной оболочки (стенка с присоединенным ребром) обеспечивается при условии $\beta\varphi = \text{const}$, которое выполняется соответствующим подбором шага и ширины ребер.

Задано: эксплуатационная сила T , габаритные размеры оболочки R_1, R_0, α , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающую силу $T_{кр} = fT$.

2. Вычислим

$$\bar{T} = \frac{T_{кр}}{E \cos^2 \alpha}.$$

Далее определим все параметры по пунктам 3—8 (см. гл. 3).

3. Определим шаг продольных ребер по большому основанию

$$a_1 = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{2\pi\sqrt{\chi}}} \left\{ 2r + 2,5\delta \sqrt{\frac{k_1 R_1 \delta}{T \cos \alpha} \left[1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \frac{\varphi}{\sqrt{\chi}} (\psi - 1) \right]} \right\}.$$

4. Назначим число продольных ребер $n \leq 2\pi R_1/a_1$. По окончательному принятому n определим $a_1 = 2\pi R_1/n$.

5. Назначим шаг кольцевых ребер $b_1, b_2, b_3, \dots, b_i$, принимая

$$b_i \leq (0,8 \div 1,0) a_1.$$

Выбор шага подкрепляющих ребер по пп. 4 и 5 рекомендуется сопровождать чертежом сетки ребер на развертке конуса. Для оболочек с большим углом конусности при сравнительно большой длине образующей рекомендуется начиная с некоторого пролета уменьшить число продольных ребер, обеспечивая при этом требуемое значение $T_{кр.м}$. Радиус кривизны по 2, 3, 4-му и т. д. кольцевым ребрам определяется по формуле

$$R_i = R_1 - \sin \alpha \sum_{i=2}^i b_{i-1}. \quad (45)$$

6. Определим ширину продольных ребер в каждом пролете

$$s_i = \frac{\varphi a_i}{2\pi\sqrt{\chi}}.$$

7. Определим ширину кольцевых ребер

$$c_i = \chi \frac{s_i b_i}{a_i}.$$

Проектирование оболочки на сжатие с одновременным обеспечением ее равнопрочности на действие внутреннего давления

Рассмотрим случай, когда коническая оболочка работает в разное время на внутреннее давление или на осевое сжатие. У конуса минимальной массы из расчета на прочность под действием давления толщина вдоль образующей изменяется по линейной зависимости (уменьшается в сторону к меньшему основанию) пропорционально изменению радиуса кривизны. Если при найденной таким образом толщине несущая способность на сжатие окажется гораздо меньше требуемого значения, необходимые параметры вафельной оболочки можно найти соответствующим подбором шага и ширины ребер исходя из условия равножесткости:

$$A = \delta_i^2 [1 + \beta \varphi (\psi_i - 1)^2] = \text{const}.$$

По данным испытаний конуса, спроектированного по такому принципу (с переменной толщиной стенки), для расчетов справедлива формула

$$T_{кр} = 2\pi k A \cos^2 \alpha, \quad (46)$$

где коэффициент устойчивости k при $\alpha \leq 45^\circ$ принимается таким же, как для цилиндрических вафельных оболочек.

При переменной толщине стенки, заданной из условия равнопрочности при работе конструкции под давлением, наименьшее значение $T_{кр.м}$ имеет у меньшего основания конуса.

Поскольку кольцевые ребра при достаточно частой сетки ребер эффективно участвуют в работе конструкции под давлением, проектирование можно построить по другому принципу, а именно — приняв толщину стенки постоянной. Первый этап проекторочного расчета можно провести, пользуясь приведенным в данном разделе алгоритмом. После этого проверить оболочку на прочность под действием внутреннего давления по эквивалентной толщине δ_{20} для каждого i -го пролета. Из этого расчета установить окончательное значение ширины кольцевых ребер.

КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Критическая осевая сила общей потери устойчивости конуса (рис. 21)

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta^2 \cos^2 \alpha \sqrt{1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}, \quad (47)$$

где коэффициент k принимается, как для цилиндров в выражении (38). При произвольно заданных размерах ширины и шага

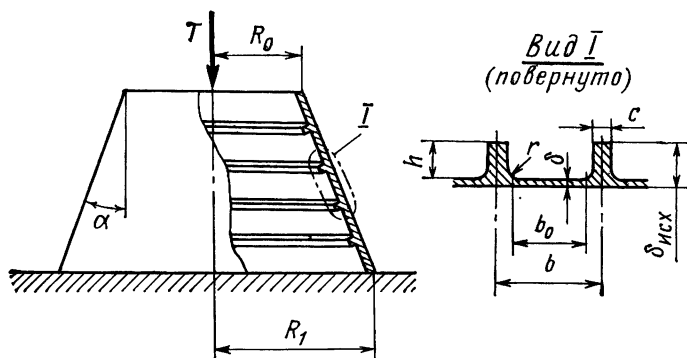


Рис. 21. Коническая оболочка с кольцевыми ребрами под действием осевой силы

ребер следует вычислить φ_2 для каждого пролета. Разрушающую силу $T_{кр}$ рекомендуется определять по минимальному значению φ_2 .

Критическая осевая сила местной потери устойчивости стенки между кольцевыми ребрами

$$T_{кр.м} = 2\pi R_i k \frac{E\delta^3}{b_{0i}^2} \cos \alpha,$$

где $k=0,9$, $b_{0i}=b_i-c_i-r$;

R_i вычисляется по формуле (45).

Порядок проектировочного расчета

Задано: разрушающая нагрузка $T_{кр}$, габариты оболочки, материал.

1. Принимаем φ_2 и ψ , учитывая рекомендации, приведенные в гл. 3.

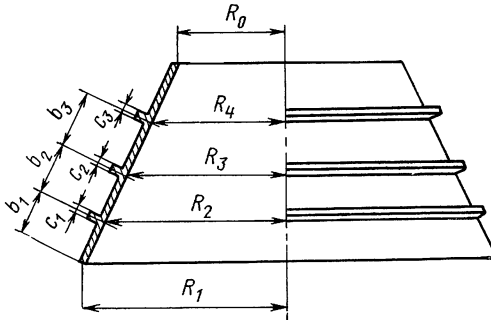


Рис. 22. К проектировочному расчету конической оболочки с кольцевыми ребрами

2. Определим толщину стенки

$$\delta = \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E \cos^2 \alpha \sqrt{1 + \left| \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right| \varphi_2 (\psi - 1)}}}$$

3. Найдем действующие напряжения в зоне малого основания, сравним их с пределом текучести материала

$$\sigma = \frac{T_{кр}}{2\pi R_0 \delta \cos \alpha} \leq \sigma_T.$$

4. Определим шаг 1, 2, 3, ..., i -го ребер (рис. 22)

$$b_i = \frac{1}{1 - \varphi_2/2\pi} \left(r + 2,37\delta \sqrt{\frac{R_i E \delta \cos \alpha}{T_{кр}}} \right),$$

где R_i вычисляется по формуле (45).

5. Найдем ширину кольцевых ребер

$$c_i = \frac{\varphi_2}{2\pi} b_i.$$

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ СДВИГЕ

ГЛАДКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

При кручении цилиндрических оболочек моментами $M_{кр}$, приложенными к торцам (рис. 23), напряженное состояние определяется касательными напряжениями

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2\pi R^2 \delta}. \quad (48)$$

Потеря устойчивости оболочек, как правило, сопровождается хлопком с образованием равномерно расположенных в окружном направлении вмятин, идущих от одного торца к другому по

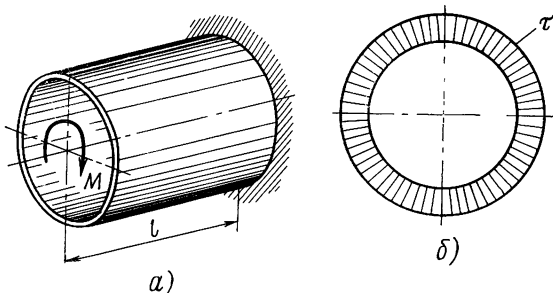


Рис. 23. К расчету оболочки на кручение:

a—схема нагружения цилиндрической оболочки крутящим моментом; *b*—эпюра касательных напряжений в сечении оболочки

винтовым линиям. Число вмятин, образующихся вдоль дуги, уменьшается по мере увеличения относительной длины оболочки l/R и (менее резко) при увеличении δ/R . У оболочек большой длины число волн равно двум. Исследование влияния защемления краев на критические напряжения показывает, что оно является существенным для коротких оболочек.

Критические касательные напряжения для идеальных средних и коротких оболочек определяются по формулам Доннелла, приведенным в работе [11]:

— для оболочек с опертными торцами при $l > 2,44 \sqrt{R\delta}$

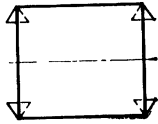
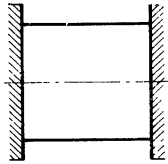
$$\tau_{кр} = \frac{E\delta^2}{l^2} \left[3,08 + \sqrt{3,14 + 0,556 \left(\frac{l}{R} \right)^3 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2}} \right]; \quad (49)$$

Коэффициент k

R/δ	250	500	1000	1500
k	0,8	0,7	0,6	0,5

Таблица 7

Формулы для расчета критических касательных направлений

Длина оболочки	Торцы оперты	Торцы защемлены
		
Очень короткая	$l < 2,5 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 4,85 \frac{E\delta^2}{l^2}$	$l < 3,25 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 8,2 \frac{E\delta^2}{l^2}$
Короткая	$2,5 \sqrt{R\delta} < l < 10 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 2,46k \frac{E\delta}{Rl} \sqrt{R\delta}$	$3,25 \sqrt{R\delta} < l < 15 \sqrt{R\delta}$ $\tau_{кр} = 3,16k \frac{E\delta}{Rl} \sqrt{R\delta}$
Средняя	$10 \sqrt{R\delta} < l < 6R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ $\tau_{кр} = 0,78k \frac{E\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{R\delta}{l^2}}$	$15 \sqrt{R\delta} < l < 6R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ $\tau_{кр} = 0,81k \frac{E\delta}{R} \sqrt[4]{\frac{R\delta}{l^2}}$
Длинная	$l > 6R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ $\tau_{кр} = 0,25E \left(\frac{\delta}{R}\right)^{3/2}$	

— для оболочек с заземленными торцами

$$\tau_{кр} = \frac{E\delta^2}{l^2} \left[5,05 + \sqrt{9,43 + 0,668 \left(\frac{l}{R} \right)^3 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2}} \right]. \quad (50)$$

По теоретическим данным ниже значение критической нагрузки составляет 80% от верхнего, полученного для идеальных оболочек [6]. Для длинных оболочек нижние критические напряжения можно считать совпадающими с верхним значением. Влияние начальных несовершенств формы увеличивается с увеличением отношения R/δ , что учитывается коэффициентом k (табл. 6).

Формулы для практических расчетов (табл. 7) средних оболочек вытекают из выражений (49) и (50), для коротких получены аппроксимацией этих же исходных выражений, для весьма коротких оболочек рекомендуются формулы плоских пластинок. Диапазон применения формул по длине получен из условия равенства соответствующих выражений $\tau_{кр}$ (при $k=0,8$).

Критический крутящий момент

$$M_{кр} = 2\pi R^2 \delta \tau_{кр}. \quad (51)$$

ГЛАДКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

При нагружении консольной цилиндрической оболочки поперечной силой Q , приложенной к абсолютно жесткому кольцу на

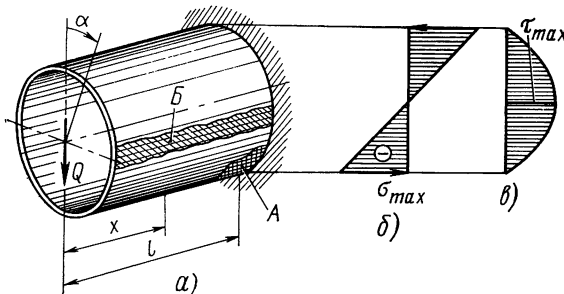


Рис. 24. К расчету оболочки на сдвиг поперечной силой:

a —схема нагружения цилиндрического отска; b —эпюра распределения нормальных напряжений; σ —эпюра распределения касательных напряжений в сечении

торце отска (рис. 24), напряженное состояние определяется нормальными и касательными напряжениями [5]:

$$\sigma_1 = \frac{Qx}{\pi R^2 \delta} \cos \alpha; \quad \sigma_2 = 0; \quad \tau = \frac{Q}{\pi R \delta} \sin \alpha.$$

Качественная картина потери устойчивости будет меняться в зависимости от относительной длины l/R . Если оболочка очень длинная, то разрушение происходит у корневого сечения (зона А), где действуют наибольшие сжимающие нормальные напряжения

$$\sigma_{\max} = -\frac{Ql}{\pi R^2 \delta}.$$

У коротких оболочек ($l \leq 2R$) главную роль будут играть наибольшие касательные напряжения, которые от длины оболочки не зависят и действуют в зоне В:

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{\pi R \delta}. \quad (52)$$

Приблизительно длина отсека, при которой потеря устойчивости может произойти одновременно в зонах А и В, равна $l \approx 2R$. Потеря устойчивости в зоне В происходит хлопком и сопровождается образованием наклонных вмятин, несколько напоминающих разрушение при кручении [7]. В отличие от нагружения крутящим моментом при действии поперечной силы Q распределение напряжений в сечении неравномерное (см. рис. 24, в). Точное решение устойчивости оболочки для такого нагружения, очевидно, отсутствует. При практическом расчете используются имеющиеся решения для кручения.

Критическая поперечная сила:

$$Q_{\text{кр}} = \pi R \delta \tau_{\text{кр}}, \quad (53)$$

где $\tau_{\text{кр}}$ вычисляется по формулам, приведенным в табл. 7.

ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

При действии крутящего момента $M_{\text{кр}}$ (см. рис. 23) касательные напряжения в сечении цилиндра вычисляются по формуле

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{2\pi R^2 \delta \left[1 + \begin{vmatrix} 0,26 \\ 0,16 \end{vmatrix} \varphi_1 (\psi - 1) \right]}. \quad (54)$$

Критический крутящий момент общей потери устойчивости коротких и средних оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором (см. рис. 8)

$$M_{\text{кр}} = 2\pi k E R \delta^{2,25} \sqrt[4]{\frac{R}{l^2} [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^{2,25}]}, \quad (55)$$

где $\varphi = \sqrt[8]{\varphi_1^3 \varphi_2^5}$ (φ_1 и φ_2 определяются по табл. 1)

Коэффициент β определяется по графику, приведенному на рис. 25, или по следующим формулам: для оболочек, у которых $r=h$,

$$\beta = \frac{0,44}{\sqrt{\psi}} + \frac{1,25}{\sqrt[3]{\psi}} - 0,69; \quad (56)$$

для оболочек с прямоугольным сечением ребер, у которых $r=0$,

$$\beta = \frac{0,42}{\sqrt[3]{\psi}} + \frac{1,42}{\sqrt{\psi}} - 0,58. \quad (57)$$

По экспериментальным данным для оболочек, подкрепленных перекрестным набором, коэффициент устойчивости $k=0,72$ (для

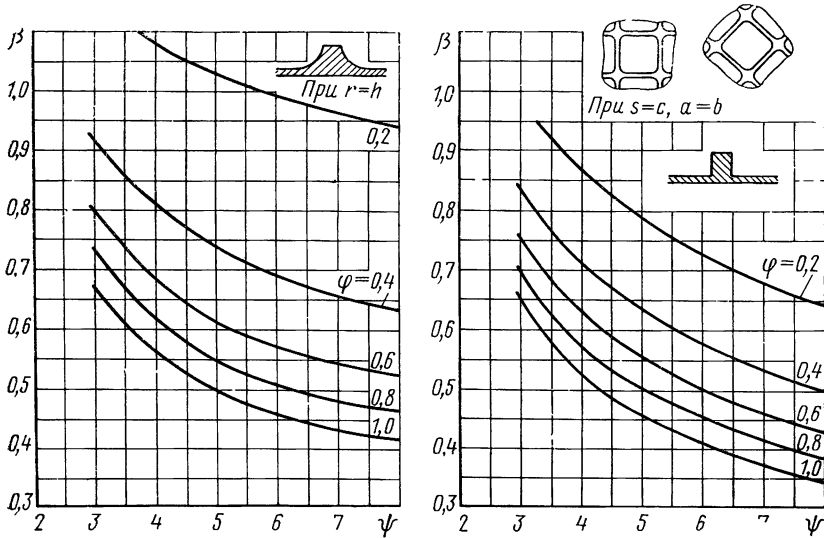
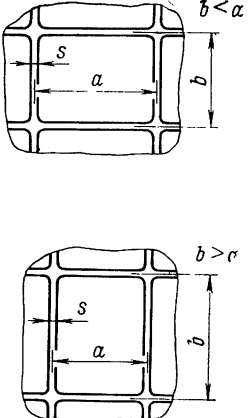
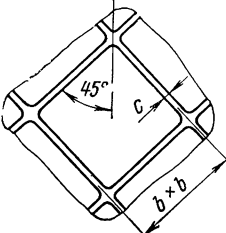
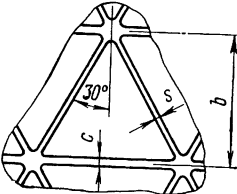


Рис. 25. Коэффициент β для вафельных цилиндрических оболочек под действием сдвига

идеальных оболочек $k=0,78$). Относительная длина испытанной оболочки $l/R=1,45$. Разрушение произошло хлопком с образованием в окружном направлении нескольких вмятин, вытянутых от одного торца к другому по винтовым линиям. Вид разрушения со стороны гладкой поверхности подобен разрушению гладких оболочек. По данным тензометрирования потеря устойчивости наступала при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности материала. Нелинейность показаний тензодатчиков наблюдалась при достижении 85% разрушающей нагрузки.

Расположение ребер	Расчетные формулы
<p>Продольно-кольцевое</p> 	<p>При $b < a$</p> $Q_{кр,м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{b_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где</p> $k_1 = 4,85 + 3,6 \left(\frac{b}{a} \right)^2, \quad b_0 = b - c - 2r$ <p>При $b > a$</p> $Q_{кр,м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{a_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где</p> $k_1 = 4,85 + 3,6 \left(\frac{a}{b} \right)^2, \quad a_0 = a - s - 2r$
<p>Перекрестное</p> 	$Q_{кр,м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{\cos 45^\circ b_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где $k_1 = 8,45, \quad b_0 = b - c - 2r$</p>
<p>Перекрестно-кольцевое</p> 	$Q_{кр,м} = \pi k_1 E \frac{R \delta^3}{b_0^2} \left[1 + \left \begin{matrix} 0,26 \\ 0,16 \end{matrix} \right \varphi_1 (\psi - 1) \right],$ <p>где $k_1 = 8,45, \quad b_0 = b - c - 2r$</p>

Принимая во внимание сравнительные экспериментальные данные для оболочек с перекрестным и продольно-кольцевым набором под действием поперечной силы, можно ожидать, что уровень коэффициентов устойчивости для рассматриваемых вариантов расположения ребер будет одинаков.

Критический крутящий момент местной потери устойчивости стенки в отдельных ячейках

$$M_{кр,м} = 2RQ_{кр,м},$$

где $Q_{кр,м}$ вычисляется по формулам, приведенным в табл. 8.

ВАФЕЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Общая потеря устойчивости

При нагружении цилиндрического отсека поперечной силой (см. рис. 24) максимальные касательные напряжения вычисляются по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{\pi R^3 \left[1 + \left| \begin{array}{l} 0,26 \\ 0,16 \end{array} \right| \varphi_1 (\psi - 1) \right]}. \quad (58)$$

При поперечном сдвиге вафельные оболочки обладают гораздо меньшей чувствительностью к общим и местным несовершенствам формы, чем при внешнем давлении или осевом сжатии, и совершенно нечувствительны к вмятинам, расположенным по плоскости действия силы. Проводились эксперименты на поперечный сдвиг оболочек, испытанных внешним давлением до разрушения с образованием ограниченного количества вмятин (одной, двух). При расположении вмятин в плоскости действия силы (в растянутой зоне) разрушение отсека происходило при нагрузке не ниже расчетной.

Критическую нагрузку общей потери устойчивости определим по формуле, полученной для кручения конструктивно-ортотропных оболочек

$$Q_{кр} = \pi k_1 E \delta^{2,25} \sqrt[4]{\frac{R}{l^2} [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^{2,25}]}, \quad (59)$$

где φ и β определяются так же, как и в формуле (55).

При расчетах используется также зависимость из известного соотношения $Q_{кр} \approx T_{кр}/4$, откуда

$$Q_{кр} = \pi k_2 E \delta^2 [1 + \beta \varphi (\psi - 1)^2], \quad (60)$$

здесь φ и β определяются по формулам (15) или (16).

Анализ экспериментальных данных сводится к определению коэффициентов устойчивости k_1 и k_2 по разрушающей нагрузке и фактическим размерам толщин в местах разрушений. Иссле-

дования проводились на оболочках различных габаритов с относительной длиной $l/R = 1,17 - 1,65$, с перекрестным или продольно-кольцевым набором. Ребра изготавливались химическим травлением или механическим фрезерованием в предварительно отвальцованной из плоского листа цилиндрической заготовке с продольным швом.

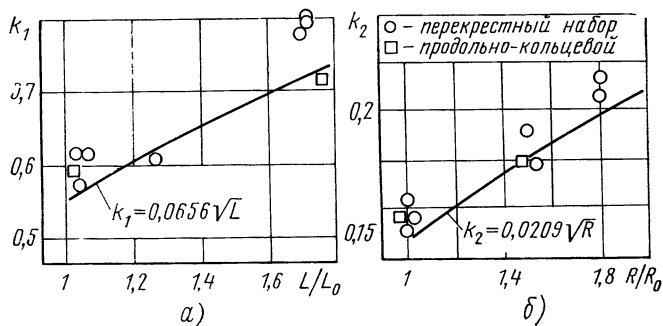


Рис. 26. Экспериментальные значения коэффициентов устойчивости:
а—по формуле (59); б—по формуле (60)

Отмечен большой разброс экспериментальных значений (до 40%) коэффициентов k_1 и k_2 . Замечено (рис. 26), что коэффициент k_1 является функцией длины, а коэффициент k_2 — функцией радиуса оболочки. Коэффициенты устойчивости можно представить выражениями, значения которых лежат ниже экспериментальных точек

$$k_1 = 0,0656\sqrt{L}; \quad k_2 = 0,0209\sqrt{R}. \quad (61)$$

Эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

1. В диапазоне исследованных отношений l/R критическая сила не зависит от длины оболочки.

2. Для оболочек с относительной длиной $l/R > 1$ можно рекомендовать следующую формулу, полученную из выражения (60) с учетом (61):

$$Q_{кр} = 0,066\sqrt{R}E\delta^2 [1 + \beta\varphi(\psi - 1)^2] \quad (62)$$

(линейные размеры принимаются в сантиметрах).

3. Оболочки с перекрестным и продольно-кольцевым набором имеют практически одинаковый уровень коэффициентов устойчивости.

Местная потеря устойчивости

Критическая поперечная сила местной потери устойчивости определяется по формулам, приведенным в табл. 8, полученным так же, как для осевого сжатия вафельных оболочек. За расчетную схему стенки в отдельной ячейке принималась плоская пластинка с опертыми кромками. Экспериментальные исследования местной устойчивости при сдвиге не проводились. Для оболочек, спроектированных на действие осевого сжатия или внешнего давления, критическая поперечная сила местной потери устойчивости обычно не определяет несущую способность конструкции на сдвиг, так как в этом случае обеспечивается условие $Q_{кр.м} > Q_{кр.}$.

ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

Касательные напряжения в сечении цилиндра определяются по формуле (48). Критический крутящий момент общей потери

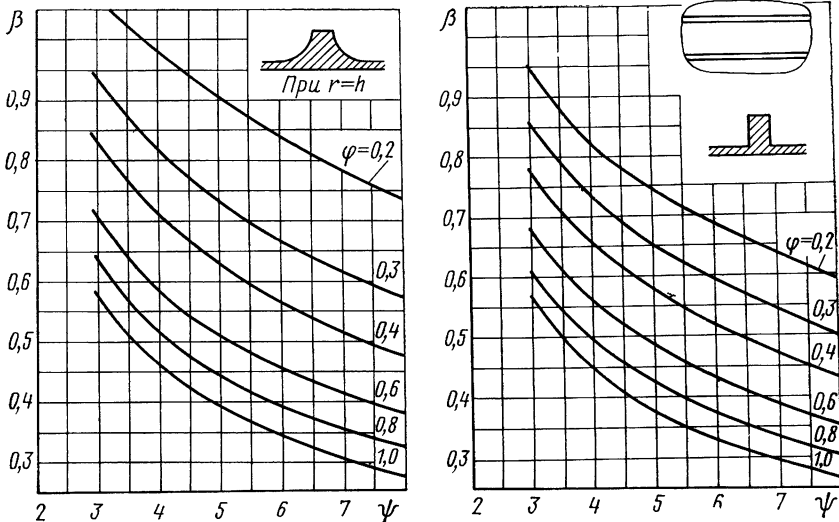


Рис. 27. Коэффициент β для цилиндров с кольцевыми ребрами под действием сдвига

устойчивости коротких и средних оболочек с кольцевыми ребрами, изготовленными за одно целое со стенкой, вычисляется по формуле (55),

где

$$\varphi = \varphi_2 = 2\pi c/b.$$

Коэффициент β представлен графиками, приведенными на рис. 27, которые можно аппроксимировать выражениями:

— для оболочек, имеющих $r=h$,

$$\beta = \frac{0,36}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,8}{\sqrt[3]{\psi^2}} - 0,52. \quad (63)$$

— для оболочек с прямоугольным сечением ребер

$$\beta = \frac{0,32}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1,7}{\sqrt[3]{\psi^2}} - 0,52. \quad (64)$$

Экспериментальные исследования таких конструкций не проводились. Однако, принимая во внимание опытные данные для случая поперечного сдвига (см. гл. 2), можно ожидать, что коэффициент устойчивости будет ниже, чем для вафельных оболочек. На основании этого для практических расчетов можно рекомендовать $k=0,44$.

Критический момент местной потери устойчивости стенки в пролете между кольцевыми ребрами

$$M_{кр.м} = 2\pi R^2 \delta \tau_{кр}, \quad (65)$$

здесь $\tau_{кр}$ вычисляются по формулам, приведенным в табл. 7, где $l=b_0=b-c-r$. Кромки рекомендуется принимать опертыми.

ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Схема нагружения показана на рис. 28. Максимальные касательные напряжения в сечении цилиндра определяются по фор-

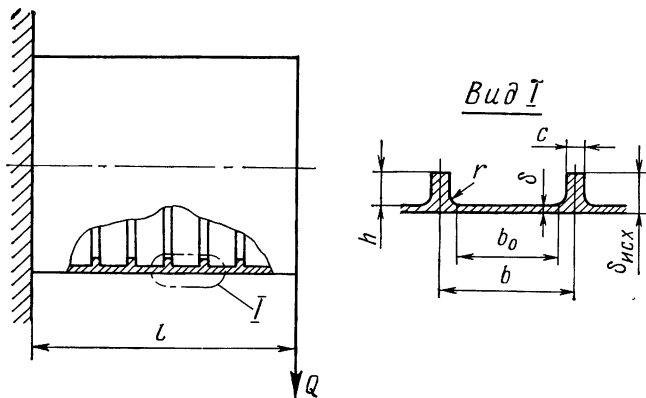


Рис 28. Цилиндрическая оболочка с кольцевыми ребрами, под действием поперечной силы

муле (52). Коэффициент устойчивости, полученный при ограниченном количестве экспериментов оболочек с различными длинами и радиусами:

$$k_1 = 0,446 \dots 0,46 \text{ из формулы (59),}$$

$$k_2 = 0,116 \dots 0,120 \text{ из формулы (60).}$$

Как видно, значения коэффициентов устойчивости оказываются более низкими, чем для вафельных оболочек.

Для практических расчетов общей устойчивости рекомендуется формула

$$Q_{кр} = \pi k_2 E \delta^2 [1 + \beta \varphi_2 (\psi - 1)^2], \quad (66)$$

где $\varphi_2 = 2\pi c/b$; β определяется по формулам (35), (36) или по рис. 15.

Критическая поперечная сила местной потери устойчивости стенки между кольцевыми ребрами

$$Q_{кр м} = \pi R \delta \tau_{кр},$$

здесь $\tau_{кр}$ вычисляются по формулам, приведенным в табл. 7, где $l = b_0 = b - c - r$. Кромки рекомендуется принимать опертыми.

Глава 3

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

ГЛАДКИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

При действии внешнего давления потеря устойчивости оболочек происходит хлопком с образованием в окружном направлении нескольких глубоких равномерно расположенных вмятин. Вдоль образующей каждая вмятина распространяется на всю длину оболочки.

Уровень нижней критической нагрузки составляет около 70% от верхнего теоретического значения для идеальных оболочек (при сжатии он снижается до 25—40%). При наличии больших начальных неправильностей формы, когда первоначальные несовершенства формы превышают толщину оболочки, отношение это снижается до 40—60%. По мере увеличения длины оболочки различие между верхней и нижней критическими нагрузками сглаживается, поэтому для очень длинных оболочек теоретическую формулу можно считать окончательной для практических расчетов.

На величину разрушающей нагрузки оказывают влияние: отклонение образующей после вальцовки плоского листа и выгорания продольного сварного шва; местные вмятины, появившиеся в процессе изготовления; несовершенства формы в районе сварных швов крупногабаритных деталей; внутренние сварочные напряжения и т. п.

Таким образом, несущая способность конструкции во многом будет зависеть от сложности конструктивного оформления оболочкового отсека и качества изготовления, причем для точеных оболочек уровень несущей способности будет выше, чем для вальцованных.

Так как при внешнем давлении оболочка вдоль образующей получает только одну вмятину, то в отличие от осевого сжатия влияние граничных условий заделки торцов более заметно. При защемленных кромках для коротких оболочек критическая нагрузка по теоретическим данным оказывается в 1,5 раза большей, чем при шарнирном опирании. В большинстве случаев оболочки конструкций, работающих на внешнее давление, являются частью емкости (бак или герметичный отсек), в которой торцы оболочки жестко защемлены. Случаи шарнирного опирания торцов редки. Однако при расчетах критическую нагрузку обычно вычисляют по формуле Папковича, относящейся к оболочкам с шарнирно опертыми торцами, при этом учитывается также поправка на несовершенство формы. Определенный таким образом уровень критической нагрузки для гладких оболочек обычно согласуется с опытными данными натуральных отсеков.

Равномерное внешнее давление

Критическое давление для идеальной оболочки произвольной длины (кроме весьма короткой, $l < 2,5\sqrt{R\delta}$) с опертыми тор-

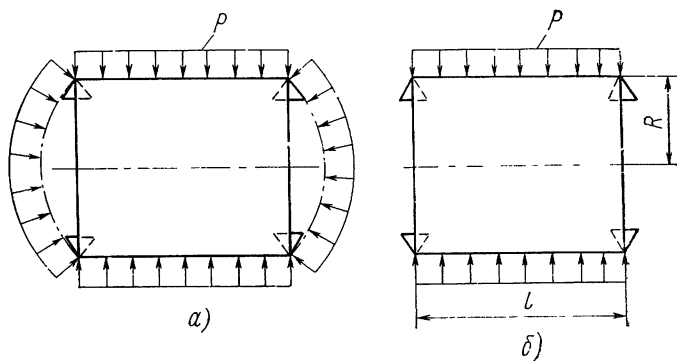


Рис. 29. Схема нагружения цилиндрической оболочки давлением:
а—всесторонним; б—боковым

цами определяется формулой Мизеса, приведенной в работе [11]:

$$p_{кр} = \frac{E\delta}{R} \frac{\lambda^4 + \frac{\delta^2}{12(1-\mu^2)R^2}(\lambda^2 + n^2)^4}{(\lambda^2 + n^2)^2 \epsilon}, \quad (67)$$

где $\lambda = \pi R/l$; $\epsilon = n^2 + \lambda^2/2$ — для всестороннего давления (рис. 29, а); $\epsilon = n^2$ — для бокового давления (см. рис. 29, б).

Число волн ($n=2, 3, 4, \dots$) подбирают таким, чтобы $p_{кр}$ приняло минимальное значение. Для предварительного расчета

числа волн можно воспользоваться следующей формулой (для всестороннего и бокового давления) [6]

$$n_{кр} = 2,7 \sqrt[4]{R/\delta} \sqrt{R/l}. \quad (68)$$

Проведенные вычисления показывают, что при $l > 10\sqrt{R\delta}$ формула (68) будет справедлива для точных вычислений. Из нее следует, что число волн увеличивается с увеличением отношения R/δ и с уменьшением длины облучки.

Представим уравнение (67) в следующем виде:

$$p_{кр} = k_p \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}, \quad (69)$$

где

$$k_p = c \frac{R}{\delta} \left[\frac{\lambda^4 + \frac{\delta^2}{12(1-\mu^2)R^2}(\lambda^2 + n^2)^4}{(\lambda^2 + n^2)^2 \varepsilon} \right]; \quad (69a)$$

здесь

$$c = \frac{l}{\sqrt{R\delta}}, \quad \lambda = \frac{\pi}{c} \sqrt{\frac{R}{\delta}}.$$

Как видно, коэффициент k_p есть функция $k_p = f(l/\sqrt{R\delta}, R/\delta)$. Числовые вычисления значений k_p , минимизированных по числу волн n , показывают, что коэффициент k_p оказывается независимым от параметра R/δ и определяется только отношением $l/\sqrt{R\delta}$. В этом нетрудно также убедиться, подставив в уравнение (69a) значения λ и $n_{кр}$, выраженные через R/δ . Значения коэффициентов k_p приведены в табл. 9 и показаны на рис. 30.

Таблица 9

Коэффициент k_p

Давление	$l/\sqrt{R\delta}$					
	2,5	3	4	6	10	>100
Всестороннее	1,22	1,16	1,09	1,03	0,985	0,92
Боковое	1,7	1,51	1,32	1,17	1,06	0,92

Выражение (69a) можно аппроксимировать следующей формулой, которая при $l > 6\sqrt{R\delta}$ хорошо совпадает с точной зависимостью

$$k_p = \frac{0,92}{1 - \frac{a\sqrt{R\delta}}{l}}, \quad (70)$$

где $a = 0,605$ для всестороннего давления; $a = 1,31$ для бокового давления.

Полученные данные относятся к идеальным оболочкам. Для реальных оболочек под действием бокового давления расчетные зависимости будут справедливы при практических расчетах с некоторой поправкой на несовершенство формы, которое учитывается коэффициентом k (табл. 10).

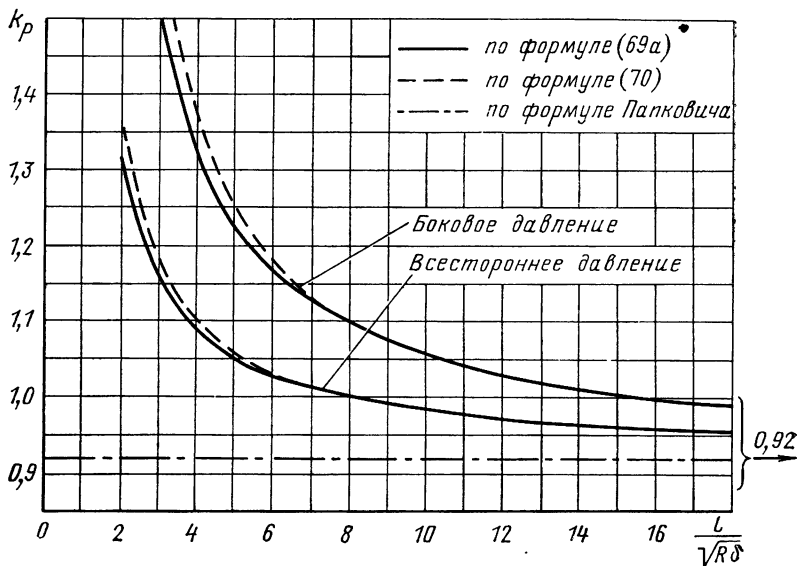


Рис. 30. Коэффициент k_p для идеальных цилиндрических оболочек под действием бокового и всестороннего давления

Рассматривая реальные оболочки при всестороннем давлении, необходимо принять во внимание, что критическая нагрузка при осевом сжатии снижается в 2—3 раза. В случае же только нормального давления это снижение составляет всего лишь 20—30%.

Для оценки влияния осевой нагрузки воспользуемся выражением (122), приняв $\alpha=1$. Критическое всестороннее давление с учетом одновременного действия осевого сжатия запишем в виде

$$p_{кр} = \frac{p_{кр.б}}{1 + \frac{\pi R^2 p_{кр.б}}{T_{кр}}}, \quad (71)$$

где $p_{кр.б}$ — критическое боковое давление ($T=0$);
 $T_{кр} = 2\pi k_T E \delta^2$ — критическая сила при осевом сжатии ($p=0$) оболочки с опертыми торцами. Здесь коэффициент k_T принимается по графику (см. рис. 3).

Критическое давление для оболочек с опертыми торцами

Длина	Расчетные формулы											
Очень короткая	При $l < 2,5 \sqrt{R\delta}$ и $p_{кр} = k \frac{E\delta^3}{lR^2}$ $k = 1,8$ для всестороннего давления $k = 3,6$ для бокового давления											
Короткая	При $2,5 \sqrt{R\delta} < l < 25 \sqrt{R\delta}$ $p_{кр} = k_p k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}$ k определяется, как оболочка средней длины Для бокового давления k_p определяется в соответствии с табл. 9, для всестороннего давления $k_p = k_{pT}$											
Средняя	При $l \geq 25 \sqrt{R\delta}$ $p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}$											
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>R/δ</th> <th>100</th> <th>250</th> <th>500</th> <th>1000</th> <th>1500</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>k</td> <td>1,0</td> <td>0,7</td> <td>0,6</td> <td>0,5</td> <td>0,4</td> </tr> </tbody> </table> При несовершенствах формы, превышающих толщину стенки, значения k снижаются вдвое	R/δ	100	250	500	1000	1500	k	1,0	0,7	0,6	0,5
R/δ	100	250	500	1000	1500							
k	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4							
Длинная (труба)	При $l \geq 3,35R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ $p_{кр} = 0,275 \frac{E\delta^3}{R^3}$											

Представим формулу (71) в виде

$$p_{кр} = k_{pT} \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}, \quad (72)$$

где

$$k_{pT} = \frac{k_p}{1 + \frac{k_p}{2k_T} \frac{\sqrt{R\delta}}{l}}; \quad (72a)$$

здесь k_p — коэффициент для бокового давления.

Изменение коэффициента k_{pT} показано на рис. 31. При вычислении k_{pT} по формуле (72a) введена поправка на нижнее значение критической нагрузки только для осевой составляющей. На давление эта поправка вводится непосредственно при расчете конструкции.

Значения k_{pT} , полученные из выражения (72а), в пределе для идеальной оболочки ($k_T=0,605$) не совпадают с данными формулы (69а). Это объясняется приближенностью учета совместности действия силовых факторов. Всякое уточнение в этом случае имеет принципиальное значение только в теоретическом плане.

Рассматривая графики, приведенные на рис. 30, 31, и результаты вычислений, можно отметить следующее:

1. С увеличением отношения $l/\sqrt{R\delta}$ значения коэффициентов устойчивости для бокового и всестороннего давлений (69а)

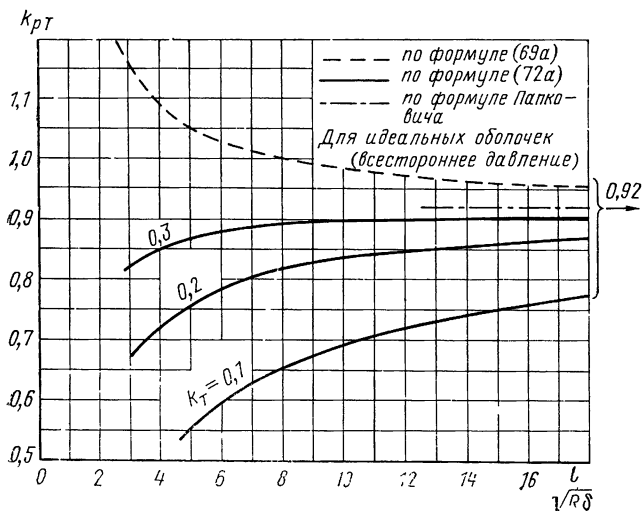


Рис. 31. Коэффициент k_{pT} для расчета реальных оболочек под действием всестороннего давления

асимптотически приближаются к величине 0,92. При этом для оболочек средней длины ($l > 25\sqrt{R\delta}$) становится справедливой формула Папковича:

$$p_{кр} = 0,92 \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}}. \quad (73)$$

2. Для коротких оболочек под действием бокового давления при расчетах используется формула (69), где k_p принимается по графику, приведенному на рис. 30.

3. У коротких оболочек под действием всестороннего давления влияние осевого сжатия может привести к снижению критического давления ниже уровня, определенного по формуле (73). Это снижение тем больше, чем меньше коэффициент устойчивости k_T для сжатия. Для расчетов можно использовать формулу (72).

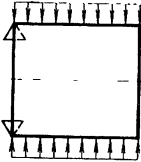
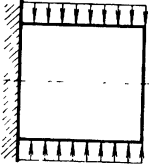
Формулы для практических расчетов приведены в табл. 10. Для средних и коротких оболочек влияние начальных несовер-

шенств формы учитывается коэффициентом k . Это влияние увеличивается с увеличением отношения R/δ . Для очень коротких оболочек в основу рекомендуемой формулы положено выражение критических напряжений плоских пластинок. Критическая нагрузка длинных оболочек (труб) не зависит от длины. Нижние критические напряжения в реальной оболочке (трубе) можно принимать равными верхним значениям. Диапазон применения длинных и средних оболочек получен при условии равенства их критических давлений.

В табл. 11 приведены формулы для расчета оболочек с одним свободным торцом.

Таблица 11

Формулы для расчета оболочек с одним свободным торцом

Схема нагружения	Расчетные формулы																																							
<p>Один край оперт, другой свободен [13]</p> 	$p_{кр} = 0,275 \frac{E\delta^3}{R^3} \left(1 + 1,05 \frac{R^2}{l^2} \right)$																																							
<p>Один край зашечлен, другой свободен [13]</p> 	$p_{кр} = 1,1\beta \frac{E\delta}{R \cdot 10^5}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="5">Коэффициент β</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">$\frac{l}{R}$</th> <th colspan="4">R/δ</th> </tr> <tr> <th>50</th> <th>125</th> <th>250</th> <th>500</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>181(6)</td> <td>38,2(9)</td> <td>16,2(9)</td> <td>5,72(11)</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>92,2(4)</td> <td>23,3(6)</td> <td>8,15(7)</td> <td>2,86(8)</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>34,6(3)</td> <td>9,39(4)</td> <td>3,29(4)</td> <td>1,14(5)</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>16,6(2)</td> <td>4,79(3)</td> <td>1,56(3)</td> <td>0,587(4)</td> </tr> <tr> <td>25</td> <td>10,2(2)</td> <td>1,77(2)</td> <td>0,571(2)</td> <td>0,272(2)</td> </tr> </tbody> </table>	Коэффициент β					$\frac{l}{R}$	R/δ				50	125	250	500	1	181(6)	38,2(9)	16,2(9)	5,72(11)	2	92,2(4)	23,3(6)	8,15(7)	2,86(8)	5	34,6(3)	9,39(4)	3,29(4)	1,14(5)	10	16,6(2)	4,79(3)	1,56(3)	0,587(4)	25	10,2(2)	1,77(2)	0,571(2)	0,272(2)
Коэффициент β																																								
$\frac{l}{R}$	R/δ																																							
	50	125	250	500																																				
1	181(6)	38,2(9)	16,2(9)	5,72(11)																																				
2	92,2(4)	23,3(6)	8,15(7)	2,86(8)																																				
5	34,6(3)	9,39(4)	3,29(4)	1,14(5)																																				
10	16,6(2)	4,79(3)	1,56(3)	0,587(4)																																				
25	10,2(2)	1,77(2)	0,571(2)	0,272(2)																																				

Примечание. В скобках указано число волн, соответствующее минимальному значению $p_{кр}$.

Изменение давления вдоль образующей по линейному закону

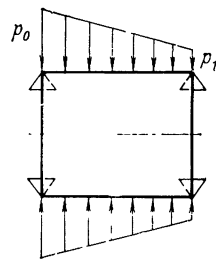
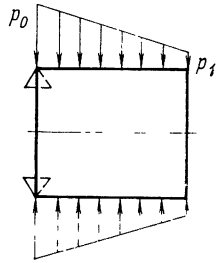
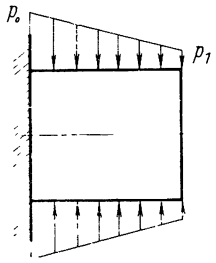
Значение давления p_0 , при котором происходит потеря устойчивости оболочки

$$p_{кр} = A\alpha, \quad (74)$$

где A — величина критического давления при равномерном распределении давления вдоль образующей (определяется по соответствующим формулам, приведенным в табл. 10 или 11); α — вычисляется по формулам, приведенным в табл. 12 [13].

Коэффициент α

Таблица 12

Оба края оперты	Один край оперт, другой свободен	Один край жестко за- щемлен, другой свободен
 $\alpha = \frac{2}{1 + \frac{p_1}{p_0}}$	 $\alpha = \frac{4}{1 + 3 \frac{p_1}{p_0}}$	 $\alpha = \frac{4}{1 + 3 \frac{p_1}{p_0}}$

ГЛАДКИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ СО ШПАНГОУТАМИ

У оболочек, работающих на внешнее давление, установка шпангоутов существенно повышает несущую способность конструкции. По сравнению с неподкрепленной гладкой оболочкой масса конструкции снижается в 1,5 раза. Кроме того, наличие шпангоутов в тонкостенных отсеках с крупногабаритными конструктивными надстройками позволяет снизить влияние несовершенств формы и получить более надежную конструкцию.

Конструктивно шпангоут с оболочкой может быть соединен точечной сваркой или заклепками, прерывистым или сплошным угловым сварным швом, стыковочным швом (рис. 32). В последнем случае шпангоут соединяется встык с торцами оболочек.

Если не обеспечивается совместная работа шпангоута и оболочки (шпангоут соединен с оболочкой в нескольких точках),

происходит существенное снижение критической нагрузки. В момент, когда начинается процесс волнообразования, между шпангоутом и оболочкой развиваются значительные усилия сдвига, воспринимаемые соединением. При достаточно частом соединении общее сечение шпангоута и оболочки при изгибе ос-

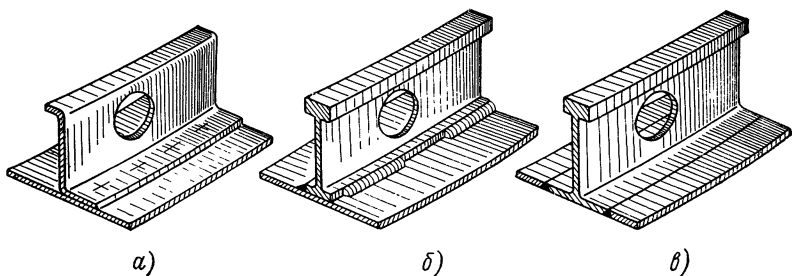


Рис. 32. Вариант соединений шпангоутов с оболочкой:

а—точечной сваркой или заклепками; *б*—прерывистым угловым сварным швом; *в*—стыковочным швом

тается плоским. В этом случае совместная работа оболочки со шпангоутом обеспечивается. На рис. 33 приведены эпюры напряжений изгиба в сечении шпангоута с оболочкой при редком и частом соединении. Вполне очевидно, что в варианте, показанном на рис. 32, *в* совместность работы шпангоута с оболочкой обеспечивается.

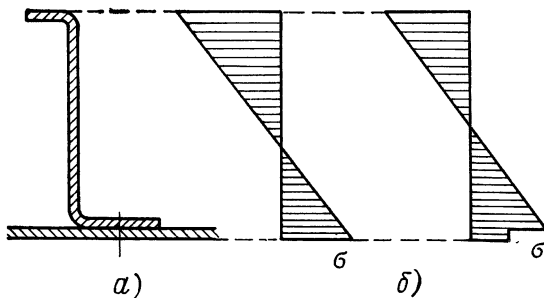


Рис. 33. Эпюры изгибных напряжений в сечении шпангоута с оболочкой:

а—при частом соединении; *б*—при редком соединении

Снижение критической нагрузки может быть вызвано неудовлетворительным качеством изготовления. У оболочек с приклепанными или приваренными шпангоутами, кроме дефектов, обычных для гладких оболочек (разностенность, начальные вмятины и т. п.), могут иметь место такие, как неплоскостность шпан-

гоута, переко́с плоскости шпангоута по отношению к оси оболочки, начальные деформации стенок профиля, из которого изготовлен шпангоут. Нужно иметь также в виду, что критическое давление может снизиться в результате недостаточной жесткости шпангоута на кручение при несимметричном профиле, показанном, например, на рис. 32, а.

В заключение следует отметить, что в коротких и средних оболочках продольные ребра незначительно влияют на величину критической нагрузки. С увеличением частоты стрингерного набора увеличивается и число волн, образующихся при потере устойчивости. Однако при внешнем давлении величина критической нагрузки очень мало зависит от числа волн. Даже при частом расположении стрингеров величина $p_{кр}$ может быть увеличена на 5—10%. Применение же оболочек, подкрепленных только шпангоутами, оправдывается и технологическими соображениями. Следует, однако, помнить, что необходимость обеспечения устойчивости оболочки в пролетах между шпангоутами при сравнительно больших давлениях может потребовать затраты большого количества материала на оболочку. Поэтому в весовом отношении установка стрингерного набора может быть целесообразной. Одним из видов таких конструкций являются оболочки вафельного типа.

Для оболочки, подкрепленной шпангоутами, возможны общая потеря устойчивости вместе со шпангоутами и местная — в пролете между шпангоутами. Последнее можно рассматривать как потерю устойчивости неподкрепленной гладкой оболочки. Учитывая деформируемость самих подкрепляющих шпангоутов при сравнительно больших давлениях, при практических расчетах местной устойчивости следует принимать торцы пролета опертыми. Расчет проводится по формулам, приведенным в табл. 10.

Расчет оболочки с равномерно расположенными шпангоутами равной жесткости

Критическое всестороннее или боковое давление общей потери устойчивости определим по формулам:

при $1 < \zeta < 20$

$$p_{кр} = 1,42k_1 \frac{E\delta^{5/2}}{LR^{3/2}} \zeta^{3/5}; \quad (75)$$

при $\zeta > 20$

$$p_{кр} = 0,94k_1 \frac{E\delta^{5/2}}{LR^{3/2}} \zeta^{3/4}, \quad (76)$$

где $k_1 = 0,5 \dots 0,8$ — коэффициент, учитывающий качество изготовления (большее значение принимается для качественно изгото-

товленных оболочек); ζ — относительная жесткость оболочки, подкрепленной шпангоутами:

$$\zeta = \frac{12(1-\mu^2)\bar{I}}{l\delta^3}; \quad (77)$$

I — приведенный момент инерции комбинированного сечения шпангоута с присоединенной оболочкой (за присоединенную оболочку принимается длина пролета между шпангоутами)

$$\bar{I} = I + F(i_0 - r_0)^2 + \frac{l\delta^3}{12(1-\mu^2)} + l\delta r_0^2, \quad (78)$$

здесь F , I — площадь и собственный момент инерции сечения шпангоута;

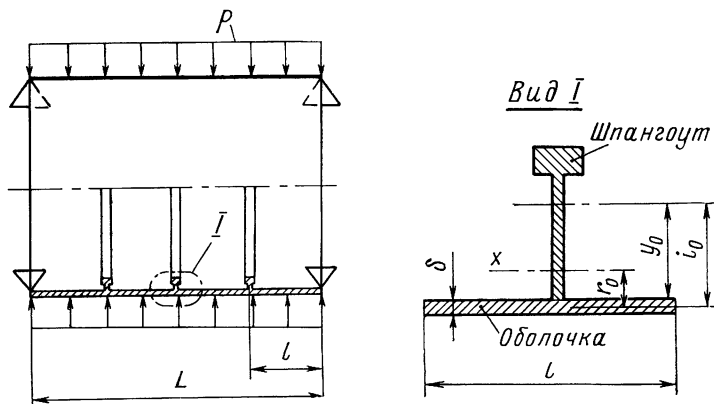


Рис. 34. Схема нагружения оболочки со шпангоутами внешним давлением, совместное сечение шпангоута с присоединенной оболочкой

r_0 — расстояние от центра тяжести комбинированного сечения шпангоута и оболочки до срединной поверхности оболочки

$$r_0 = \frac{F i_0}{F + l\delta};$$

i_0 — расстояние от центра тяжести сечения шпангоута до срединной поверхности оболочки

$$i_0 = y_0 + \frac{\delta}{2};$$

y_0 — координата центра тяжести сечения шпангоута (рис. 34, вид I).

Если совместность работы шпангоута и оболочки не обеспечивается (шпангоут соединен с оболочкой редкими сварными точками или заклепками), при вычислении ζ принимается $\bar{I} = I$.

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ШПАНГОУТАМИ

Анализ весовой оптимальности

Местная устойчивость оболочки определяется по формуле (73), общая — по формуле (75). Необходимо определить, при каких значениях параметров (толщины оболочки, количества шпангоутов, их сечения) конструкция имеет минимальную массу при заданной несущей способности.

Толщина оболочки определится из формулы (73)

$$\delta = \left(\frac{P_{кр}}{0,92kE} lR^{3/2} \right)^{0,4}.$$

Учитывая, что $l = L/n$, где n — число пролетов между шпангоутами, получим

$$\delta = \delta_{гл}/n^{0,4}. \quad (79)$$

Момент инерции шпангоутов найдем из формулы (79), предварительно определив их условия равнопрочности местной и общей устойчивости $\zeta = 0,458n^{2/3}$. В результате получим необходимый момент инерции шпангоута в зависимости от числа пролетов подкрепленной оболочки:

$$I_{ш} = \frac{L \delta_{гл}^3}{22,5} \frac{1}{n^{8/15}}, \quad (80)$$

здесь за $I_{ш}$ будем принимать: при непрерывной связи шпангоута с оболочкой — момент инерции шпангоута относительно оси, проходящей по внутренней поверхности оболочки; при соединении шпангоута с оболочкой редким соединением — собственный момент инерции шпангоута.

Чтобы получить зависимости, определяющие вес, необходимо получить выражения, связывающие момент инерции сечения шпангоута и площадь сечения $F_{ш}$. Для уменьшения числа параметров и упрощения решения выразим толщину всех элементов шпангоута через δ , а длину — через высоту шпангоута h . Назначить эти соотношения из конструктивных соображений не представляет сложности. Тогда геометрические характеристики сечения шпангоута можно записать следующим образом:

$$F_{ш} = a_F h \delta; \quad I_{ш} = a_I h^3 \delta. \quad (81)$$

В этих формулах a_F и a_I — числовые коэффициенты, определяемые при расчете характеристик сечения.

Приравнявая выражения для момента инерции шпангоута из формул (80) и (81) и принимая в запас прочности $n^{3/4} = 1$, получим

$$h = \frac{\sqrt[3]{L \delta_{гЛ}^2}}{3 \sqrt[3]{a_I}}.$$

Следовательно, выражение для площади сечения шпангоута можно записать в виде

$$F_{ш} = \chi \sqrt[3]{L \delta_{гЛ}^2} \delta,$$

где χ — коэффициент формы сечения шпангоута,

$$\chi = \frac{a_F}{3 \sqrt[3]{a_I}}.$$

Эквивалентная толщина подкрепленной оболочки

$$\delta_э = \delta + F_{ш}/l.$$

Теперь можно получить выражение для коэффициента весового совершенства:

$$k_G = \frac{\delta_э}{\delta_{гЛ}} = \frac{1}{n^{0,4}} + \lambda n^{0,6}, \quad (82)$$

здесь $\lambda = \chi \beta$,

β — коэффициент исходных данных,

$$\beta = \left(\frac{p}{kE} \right)^{0,267} \left(\frac{R}{L} \right)^{0,4}. \quad (83)$$

Оптимальное с точки зрения массы число пролетов подкрепленной конструкции определится из условия $dK_G/dn = 0$. В результате получим

$$n_{\text{опт}} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \quad (84)$$

или при $\lambda \ll 1$ $n_{\text{опт}} = \frac{2}{3\lambda}. \quad (84a)$

Подставив выражение (84) в формулу (82), получим уравнение минимального коэффициента весового совершенства

$$K_{G_{\text{min}}} = 1,95 \lambda^{0,4} (1 - \lambda)^{0,6}. \quad (85)$$

Зависимость (85) представлена на рис. 35, из которого видно, что существуют оболочки ($\lambda > 3$), для которых подкрепление шпангоутами в весовом отношении нерационально. К этой области относятся короткие оболочки. Однако в практически встречающихся задачах $\lambda < 0,1$ и весовой эффект подкрепления будет тем ощутимее, чем меньше λ .

Получена формула минимального коэффициента весового совершенства для оболочки, у которой число подкрепляющих шпангоутов оптимально по массе. Однако если оптимальность понимать в более широком смысле, т. е. рассматривать не только фактор массы, но и факторы технологичности, трудоемкости, конструктивные ограничения и т. п., то может оказаться, что целесообразнее применить несколько несовершенную по массе кон-

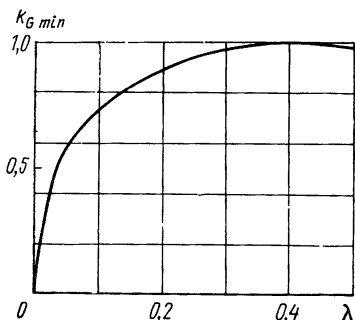


Рис. 35. Минимальный коэффициент весового совершенства оболочки со шпангоутами, в зависимости от λ

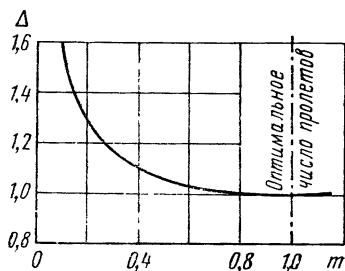


Рис. 36. График, иллюстрирующий потерю массы при отступлении от оптимального числа пролетов

струкцию, но зато с меньшим числом шпангоутов. Оценку потери в массе по сравнению с оптимальной конструкцией при $n \neq n_{\text{опт}}$ можно произвести по формуле (при $\lambda \ll 1$)

$$\Delta = \frac{K_G}{K_{G\ \text{min}}} = 0,51 \frac{1 + \lambda n}{(\lambda n)^{0,4}} \quad (86)$$

или

$$\Delta = \frac{3 + 2m}{5m^{0,4}} \quad (86a)$$

где

$$m = \frac{n}{n_{\text{опт}}}$$

Как видно из графика функций $\Delta = f(m)$ (рис. 36), даже значительные отклонения от оптимального числа пролетов ведут к незначительной потере массы. Так, например, при уменьшении числа пролетов в 2—3 раза по сравнению с оптимальной конструкцией, потеря массы составляет 6—17%. Практически число пролетов можно принять

$$n_{\text{пр}} = (0,4 - 0,5) n_{\text{опт}} \quad (87)$$

Приближенная оценка массы подкрепленной оболочки

Когда требуется, не вдаваясь в подробности конструктивного оформления подкрепленной оболочки, определить эквивалентную толщину для оценки массы, расчет проводится по формуле

$$\delta_3 = 1,95 \Delta \chi^{0,4} \sqrt{\frac{p_{кр}}{kE}} \sqrt[4]{R^3 L}. \quad (88)$$

Значения коэффициентов рекомендуется принимать следующими: $\Delta = 1,0 \dots 1,1$; $\chi = 0,5 \dots 0,75$. Большее значение Δ соответствует оболочке, у которой число пролетов в 2,5 раза меньше, чем при $\Delta = 1$. Меньшее значение χ принимается для шпангоутов, выполненных из прессованных профилей. Чтобы получить более надежный результат для разных видов подкрепляющих профилей, рекомендуется величину χ определять расчетом.

Пример 1. Задано: спроектировать оболочку из алюминиевого сплава, $E = 0,7 \cdot 10^6$ кгс/см², $R = 50$ см, $L = 150$ см, $p_{кр} = 14$ кгс/см².

Приняв $k = 1$, $\chi = 0,7$ и $\Delta = 1,1$ по формуле (88) определим

$$\delta_3 = 1,95 \cdot 1,1 (0,7)^{0,4} \sqrt{\frac{14}{0,7 \cdot 10^6}} \sqrt[4]{50^3 \cdot 150} = 0,545 \text{ см.}$$

Порядок проектировочного расчета

Задано: $p_{кр}$, L , R , E .

1. Определим коэффициент исходных данных β по формуле (83). Когда $\beta > 0,4$, подкрепление шпангоутами нерационально.

2. Принимаем вид (профиль) сечения шпангоута. Из конструктивных соображений назначим соотношения между элементами сечения: все толщины в шпангоуте выразим через δ , а длины через высоту шпангоута h . Вычислим коэффициенты

$$a_F = \frac{F_{ш}}{h\delta}, \quad a_I = \frac{I_{ш}}{h^3\delta},$$

коэффициент формы

$$\chi = \frac{a_F}{3\sqrt{a_I}} \quad \text{и} \quad \lambda = \chi\beta.$$

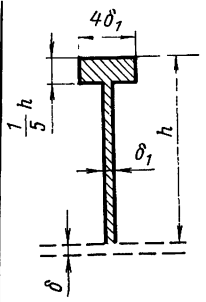
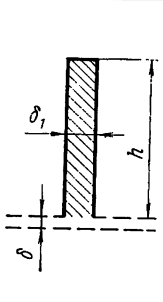
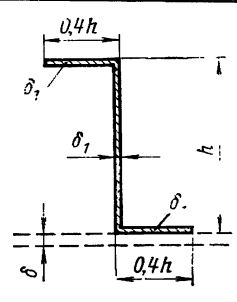
Для шпангоутов, у которых совместность работы с оболочкой обеспечивается, момент инерции $I_{ш}$ определим относительно внутренней поверхности оболочки, а если не обеспечивается (при редком соединении) — относительно собственной нейтральной оси. И в том, и в другом случае оболочку не учитываем. Для некоторых профилей сечений шпангоутов в табл. 13 приведены рекомендуемые соотношения размеров и коэффициенты формы, где принято $\alpha = \delta_1/\delta$.

3. По формуле (84а) определим оптимальное число пролетов. С ущербом для массы 6—10% практическое число пролетов

можно принять из соотношения (87). В случаях, когда n принимается с отступлениями от рекомендуемых значений, потеря в массе по сравнению с массой оптимальной конструкции оценивается по формуле (86а) или по графику, приведенному на рис. 36.

Таблица 13

Коэффициенты формы сечений шпангоутов

Профиль сечения				
Совместность работы шпангоута с оболочкой	Обеспечивается		Не обеспечивается	
a_F	1,6а	а	1,8а	1,8а
a_I	0,873а	0,334а	0,508а	0,28а
χ	$0,563\sqrt[4]{\alpha^2}$	$0,483\sqrt[4]{\alpha^2}$	$0,753\sqrt[4]{\alpha^2}$	$1,133\sqrt[4]{\alpha^2}$

4. Вычислим толщину оболочки и высоту шпангоутов

$$\delta = L\beta^{3/2}/n^{0,4}, \quad h = \lambda L/a_F.$$

5. Найдем эквивалентную толщину подкрепленной оболочки для оценки массы $\delta_0 = \delta(1 + \lambda n)$.

Пример 2. Заданные исходные данные те же, что в примере 1. По формуле (83) определим коэффициент исходных данных

$$\beta = \left(\frac{14}{0,7 \cdot 10^6} \right)^{0,267} \left(\frac{50}{150} \right)^{0,4} = 0,0358.$$

Оболочку будем подкреплять профилями z-образного сечения. Шпангоут соединен с оболочкой точечной сваркой, совместность работы не обеспечивается. Принятые конструктивные соотношения элементов сечений показаны на рис. 37.

В результате вычислений получим:

$$F_{ш} = 1,15h\delta; \quad I_{ш} = 0,162h^3\delta;$$

$$a_F = 1,15; \quad a_I = 0,162; \quad \chi = \frac{1,15}{3\sqrt[3]{0,162}} = 0,7;$$

$$\lambda = 0,0358 \cdot 0,7 = 0,025.$$

Для оптимальной оболочки по формуле (84а) найдем

$$n_{\text{опт}} = \frac{2}{3 \cdot 0,025} = 28.$$

Воспользовавшись выражением (87), определим

$$n_{\text{пр}} = 0,4 \cdot 28 = 11,2.$$

Из конструктивно-технологических соображений принимаем $n=10$. Потеря в массе при этом по формуле (86) по сравнению с оптимальным вариантом составит

$$\Delta = \frac{3 + 2 \cdot 0,357}{5 \cdot 0,357^{0,4}} = 1,125, \text{ т. е. } 12,5\%.$$

Определим параметры подкрепленной оболочки:

$$l = \frac{1500}{10} = 150 \text{ мм},$$

$$\delta = \frac{1500 \cdot 0,0358 \sqrt[3]{0,0358}}{10^{0,4}} = 4,06 \text{ мм},$$

$$h = \frac{1500 \cdot 0,025}{1,15} = 33 \text{ мм},$$

$$\delta_s = 4,06 (1 + 0,025 \cdot 10) = 5,1 \text{ мм}.$$

Как видно из сравнения значений δ_s , полученных в примерах 1 и 2, приближенная формула (88) дает достаточно точный результат (расхождение 6,5%).

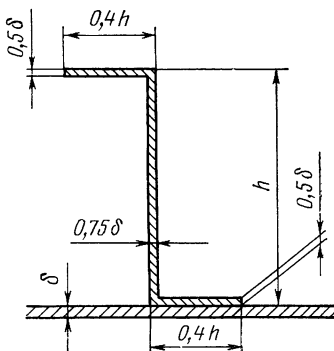


Рис. 37. Принятые соотношения элементов сечения шпангоута

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Критическое давление общей потери устойчивости идеальной конструктивно-ортогрозной оболочки

$$p_{\text{кр}} = \frac{1,75\pi}{lR^{3/2}} \sqrt{(1-\mu^2) B_1 D^3}.$$

Принимая допущения, сделанные для цилиндров под действием осевого сжатия, аналогично получим формулу критического давления для идеальной вафельной оболочки

$$p_{\text{кр}} = 0,92 \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [1 + \beta\varphi(\psi - 1)^{5/2}] \quad (89)$$

и коэффициент весового совершенства

$$K_G = \frac{\delta_{\text{э}}}{\delta_{\text{г.л}}} = \frac{1 + \left| \begin{matrix} 0,538 \\ 0,318 \end{matrix} \right| \varphi (\psi - 1)}{[1 + \beta \varphi (\psi - 1)^{5/2}]^{0,4}}.$$

Для оболочки с оптимальными в весовом отношении параметрами коэффициент подкрепленности

$$\varphi_{\text{опт}} = \frac{\left| \begin{matrix} 1,275 \\ 2,100 \end{matrix} \right|}{\psi - 1} - \frac{\left| \begin{matrix} 2,38 \\ 2,77 \end{matrix} \right|}{(\psi - 1)^{5/2}}$$

и минимальный коэффициент весового совершенства

$$K_{G \min} = \frac{1,96 - \frac{\left| \begin{matrix} 1,47 \\ 1,03 \end{matrix} \right|}{(\psi - 1)^{3/2}}}{\left[\left| \begin{matrix} 1,34 \\ 1,89 \end{matrix} \right| (\psi - 1)^{3/2} - 1 \right]^{0,4}}. \quad (89a)$$

Отметим, что влияние отклонения φ от оптимального значения на массу оболочки незначительно. При изменении φ в пределах (0,75—1,8) $\varphi_{\text{опт}}$ увеличение массы не превышает 6%.

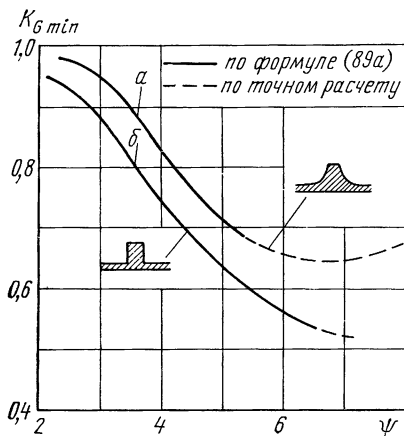


Рис. 38. Коэффициент весового совершенства вафельных оболочек:
 а—для оболочек, изготовленных химическим травлением; б—для оболочек с прямоугольным сечением ребер.

На рис. 38 даны графики функции $K_{G \min} = f(\psi)$. Качественные и количественные выводы, сделанные для вафельных оболочек под действием осевого сжатия, можно целиком отнести к оболочкам под действием внешнего давления.

ВАФЕЛЬНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

При действии внешнего давления вафельные оболочки обеспечивают снижение массы конструкции в 1,5—1,7 раза по сравнению с гладкими оболочками равной несущей способности, что достигается за счет снижения влияния несовершенств формы и, в основном, благодаря рациональному распределению материала между стенкой и подкрепляющими ребрами.

Из трех рассматриваемых вариантов расположения ребер оболочки с продольно-кольцевым и перекрестно-кольцевым на-

бором более совершенны в весовом отношении, так как позволяют применять более жесткие кольцевые ребра (в 3—4 раза шире продольных). Выигрыш в весе при этом составляет около 10%. По сравнению же с оболочками, подкрепленными только

кольцевым набором, оболочки вафельного типа проигрывают в массе 3—5% (речь идет об идеальных оболочках). Однако в реальных конструкциях оболочки вафельного типа во многих случаях предпочтительны по конструктивным соображениям. Продольные ребра, весьма несущественно влияя на величину разрушающей на-

грузки, позволяют увеличить шаг кольцевых ребер, обеспечивают более надежную конструкцию с меньшей чувствительностью как к общим, так и к местным несовершенствам формы. Следует отметить, что наиболее рациональной будет оболочка, которая в центре пролета имеет более широкие (жесткие) кольцевые ребра.

При действии внешнего давления вафельные оболочки мало чувствительны к общим и местным несовершенствам формы. При проведении эксперимента на несущую способность не влияли местные несовершенства в отдельных ячейках и в районе сварных швов, превышающие толщину стенки, непрямолинейность образующей, если она не превышала половины приведенной (по жесткости) толщины.

Критическое давление общей потери устойчивости оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором (рис. 39)

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [1 + \beta\varphi_2 (\psi - 1)^{5/2}] \varepsilon, \quad (90)$$

где $k = 1,0 \dots 1,2$, когда торцы заделаны на недеформируемые шпангоуты (распорные шпангоуты днищ или промежуточный шпангоут, показанный на рис. 45, при сравнительно малых дав-

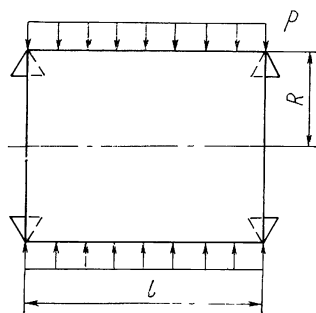


Рис. 39. Цилиндрическая оболочка под действием внешнего давления

лениях); $k=0,7 \dots 0,9$ для сравнительно больших давлений (уровень напряжений $\sigma \approx 0,8\sigma_T$) при заделке торцов на деформируемый шпангоут.

Рекомендуемые опытные значения коэффициентов устойчивости k относятся к качественно изготовленным оболочкам. Для оболочек с большими несовершенствами формы рекомендуемые коэффициенты следует снижать на 20—30%.

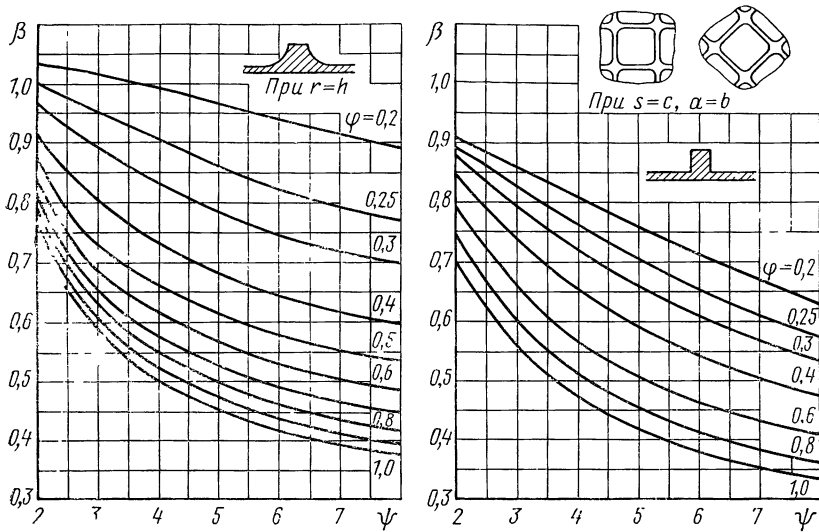


Рис 40. Коэффициент β для вафельных цилиндрических оболочек под действием давления

Коэффициент β определяется по графикам, приведенным на рис. 40, или по формулам:

для оболочек, у которых $r=h$,

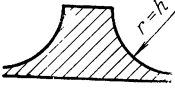
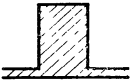
$$\beta = \frac{0,45}{\sqrt{\varphi_2}} + \frac{1,41}{\sqrt{\psi}} - 0,7, \quad (91)$$

для оболочек с прямоугольным сечением ребер ($r=0$)

$$\beta = \frac{0,44}{\sqrt[3]{\varphi_2}} + \frac{1,41}{\sqrt{\psi}} - 0,57. \quad (92)$$

Коэффициент ε учитывает соотношение подкрепления в продольном и кольцевом направлениях $\chi = \varphi_2/\varphi_1$. При $\chi=1$ $\varepsilon=1$. Для рассматриваемого диапазона параметров подкрепления φ и ψ $1 > \varepsilon > 0,85$. Более точно величину ε можно определить по формулам, приведенным в табл. 14.

Формулы для определения коэффициента ϵ

Сечение ребер	ϵ
	$\epsilon = \frac{1 + \frac{0,065\varphi_2(\psi - 1)}{\chi}}{1 + 0,065\varphi_2(\psi - 1)}$
	$\epsilon = \frac{1 + \frac{0,04\varphi_2(\psi - 1)}{\chi}}{1 + 0,04\varphi_2(\psi - 1)}$

Рекомендуемые опытные значения коэффициентов устойчивости k относятся к качественно изготовленным оболочкам. Для оболочек с большими несовершенствами данные коэффициенты следует снижать на 20—30%.

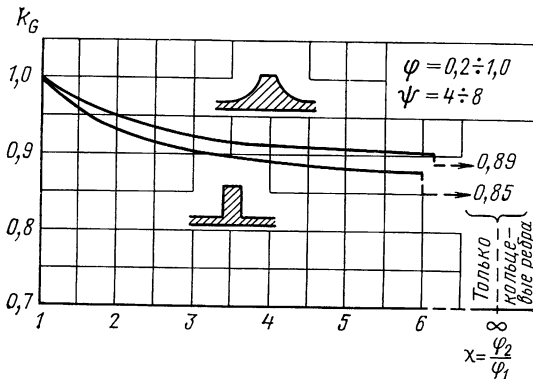


Рис. 41. Зависимость весового совершенства K_G для идеальных оболочек от отношения φ_2/φ_1

Используя исходную формулу (90) для оболочек с произвольной жесткостью стенки в продольном и кольцевом направлениях ($\varphi_2 \neq \varphi_1$) и формулу (89) для равностенной оболочки ($\varphi_2 = \varphi_1$), вычислим коэффициент весового совершенства K_G для идеальных оболочек в зависимости от отношения $\chi = \varphi_2/\varphi_1$. Коэффициент K_G равен отношению массы оболочки с произвольным χ к массе оболочки с $\chi = 1$. Анализируя полученные результаты (рис. 41), можно сделать следующие выводы:

1. В диапазоне рассматриваемых значений φ и ψ коэффициент K_G практически оказывается не зависящим от этих параметров (с погрешностью менее 3%).

2. Наиболее ощутимый выигрыш в массе ($\sim 10\%$) получается в диапазоне $\chi=1 \dots 4$. С дальнейшим увеличением χ выигрыш в массе практически не увеличивается. Для проектирования можно рекомендовать $\chi=3 \dots 4$.

3. Вафельные оболочки, имеющие $\chi=3 \dots 4$ по сравнению с оболочками, подкрепленными только кольцевыми ребрами, проигрывают в массе 3—5%.

Критическое давление местной потери устойчивости стенки в отдельных ячейках для оболочек с продольно-кольцевым, перекрестным и перекрестно-кольцевым набором

$$p_{кр.м} = k_1 \frac{E\delta^3}{Rb_0^2}, \quad (93)$$

где $b_0 = b - c - 2r$.

Формула (93) получена аналогично формуле для осевого сжатия вафельных цилиндрических оболочек, при этом действующие напряжения в запас прочности определялись по толщине стенки без учета ребер.

Коэффициент k_1 , зависящий от условий закрепления кромок ячейки, на основании экспериментальных исследований можно принимать следующим:

$k_1 = 3 \dots 6$ (2,45; 6,45) — для продольно-кольцевого расположения ребер (клетка квадратная);

$k_1 = 2,5 \dots 4,5$ (1,81; 4,84) — для перекрестного расположения ребер.

Меньшее значение коэффициента принимается для сравнительно большого давления. В скобках указаны теоретические значения k_1 для плоской пластинки соответственно с опертым и защемленным контурами.

По экспериментальным данным реальная заделка кромок стенки в отдельных ячейках для различных видов расположения ребер и способов изготовления (химическим травлением, механическим фрезерованием) находится между опиранием и защемлением. На некоторых оболочках при напряженном состоянии, близком к пределу текучести, отмечено снижение коэффициента k_1 до уровня, соответствующего условиям опирания.

Местная потеря устойчивости при сравнительно больших давлениях проявлялась в двух формах: внезапном хлопке стенки отдельных ячеек или интенсивном увеличении прогибания стенки без хлопка. В последнем случае местное деформирование имело упругий характер; прогибание достигало величины порядка толщины стенки и исчезало полностью (по визуальным наблюдениям) после сброса нагрузки. Интересно отметить, что образование вмятин наблюдалось одновременно во всех ячейках и имело рельефный вид. Это, однако, не повлияло на величину

разрушающей нагрузки общей потери устойчивости (вафельные ребра здесь располагались с наружной поверхности оболочки). При разрушении же хлопком вмятины после снятия нагрузки оставались. Дать точную зависимость, отражающую количественно и качественно обе формы разрушения, не представляется возможным. Однако можно с уверенностью принять, что до значения k_1 , соответствующего условиям опирания, описанные формы разрушения не проявляются.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАФЕЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Область применения вафельных оболочек

Применение вафельных оболочек ограничивается, с одной стороны, технологическими возможностями, с другой — предельными механическими свойствами применяемого материала. Установим область применения вафельных оболочек.

Действующие напряжения от давления $p_{кр}$ (без учета доли усилий, приходящихся на ребра) и условие прочности оболочки:

$$\sigma_d = \frac{p_{кр} R}{\delta} \leq \sigma_T. \quad (94)$$

При заданном значении давления $p_{кр}$ требуемую эквивалентную толщину оболочки (при $\psi \geq 5$) определим по формуле (98). Принимая $\delta \approx 0,65\delta_0$, найдем предельное значение эффективности подкрепления, при котором действующие напряжения становятся равными пределу текучести материала:

$$\psi_{пред} = \left| \frac{1,17}{0,96} \right| \frac{\sigma_T^2}{E p_{кр}} \sqrt[3]{\frac{k^2 E}{\sigma_T} \left(\frac{l}{R} \right)^2} + 1. \quad (95)$$

При значениях $\psi < \psi_{пред}$ действующие напряжения в оболочке будут меньше предела текучести.

Из формулы (95) можно определить для заранее заданного значения ψ минимальное значение предела текучести, которым должен обладать принятый материал:

$$\sigma_T = \left| \frac{0,91}{1,03} \right| \left(\frac{k E R}{l} \right)^{0,4} [(\psi - 1) p_{кр}]^{0,6}. \quad (96)$$

Между эквивалентной весовой толщиной δ_0 и толщиной полотна δ для оболочек с оптимальными параметрами справедливо соотношение $\delta_0 = (1,4 \dots 1,7) \delta$. В среднем $\delta_0 \approx 1,55\delta$. При заданном технологическом пределе толщины стенки $\delta = \delta_{техн}$ определим критическое давление, при котором применение вафель-

ных оболочек становится нецелесообразным по технологическим ограничениям:

$$p_{\text{пред}} = \left| \frac{0,79}{1,07} \right| \frac{kE}{l} \left(\frac{\psi - 1}{R} \right)^{3/2} \delta_{\text{техн}}^{5/2}. \quad (97)$$

При давлениях $p_{\text{кр}} < p_{\text{пред}}$ целесообразно применять гладкие оболочки.

Выражения (95) и (97) устанавливают область применения вафельных оболочек.

Пример 1. Задано: разрушающее давление $p_{\text{кр}} = 10$ кгс/см², радиус оболочки $R = 50$ см, длина $l = 50$ см, материал — алюминиевый сплав с $\sigma_{\tau} = 1600$ кгс/см² и $E = 0,7 \cdot 10^6$ кгс/см², способ изготовления — механическое фрезерование при $r = 0$, $\delta_{\text{техн}} = 0,1$ см.

Приняв $k = 0,8$ и $\psi = 6$, по формуле (97) определим

$$p_{\text{пред}} = 1,07 \frac{0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^6}{50} \left(\frac{6 - 1}{50} \right)^{3/2} 0,1^{5/2} = 1,2 \text{ кгс/см}^2.$$

Так как $p_{\text{пред}}$ меньше заданного давления $p_{\text{кр}}$, то применение вафельной оболочки не ограничивается технологическим пределом толщины стенки.

По формуле (95) вычислим

$$\psi_{\text{пред}} = 0,96 \frac{1600^2}{0,7 \cdot 10^6 \cdot 10} \sqrt[3]{\frac{0,8^2 \cdot 0,7 \cdot 10^6}{1600} \left(\frac{50}{50} \right)^2} + 1 = 3,3.$$

При принятом $\psi = 6$ материал будет работать за пределом упругости, так как $\psi > \psi_{\text{пред}}$. По формуле (96) найдем необходимое значение предела текучести, при котором можно принять $\psi = 6$:

$$\sigma_{\tau} = 1,03 \left(\frac{0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 50}{50} \right)^{0,4} [(6 - 1) 10]^{0,6} = 2170 \text{ кгс/см}^2.$$

Приближенная оценка массы или несущей способности

Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности вафельной оболочки, по заданному давлению $p_{\text{кр}}$ определить необходимую эквивалентную толщину для оценки массы или для заданной $\delta_{\text{э}}$ оценить $p_{\text{кр}}$, расчет проводится по формулам:

если задано $p_{\text{кр}}$,

$$\delta_{\text{э}} = \left| \frac{1,64}{1,46} \right| \left(\frac{p_{\text{кр}} l}{0,92 k E} \right)^{0,4} \left(\frac{R}{\psi - 1} \right)^{0,6}; \quad (98)$$

если задано $\delta_{\text{э}}$,

$$p_{\text{кр}} = 0,92 k \frac{E \delta_{\text{э}}^{5/2}}{l R^{3/2}} \left| \frac{0,29}{0,39} \right| (\psi - 1)^{3/2}. \quad (99)$$

Толщину стенки и исходного листа ориентировочно можно оценить из следующих соотношений:

$$\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_{\text{э}}; \delta_{\text{исх}} = \psi \delta.$$

Если исходная толщина $\delta_{\text{исх}}$ окажется больше технологического предела, то для ее уменьшения можно уменьшить ψ (мас-

са конструкции увеличится). Уменьшение исходной толщины (без ущерба для массы) может быть достигнуто также установкой промежуточного шпангоута. При этом уменьшится длина пролета.

Для оболочек с оптимальными параметрами рекомендуемые приближенные зависимости дают результаты, практически совпадающие с данными, вычисленными по точным формулам.

Пример 2. Заданные исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_r = 2400$ кгс/см². Приняв $\psi = 6$ и $k = 0,8$, определим эквивалентную толщину для расчета массы

$$\delta_a = 1,46 \left(\frac{10 \cdot 50}{0,92 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 106} \right)^{0,4} \left(\frac{50}{6-1} \right)^{0,6} = 0,364 \text{ см.}$$

Ориентировочное значение толщины стенки и исходного листа

$$\delta = (0,6 \div 0,7) 0,364 = 0,22 \div 0,255 \text{ см,}$$

$$\delta_{\text{исх}} = 6 (0,22 \div 0,255) = 1,32 \div 1,53 \text{ см.}$$

Оценка влияния изменения исходных данных на параметры конструкции

Масса конструкции определяется разрушающим давлением p_1 , модулем упругости материала E_1 , радиусом кривизны оболочки и длиной l_1 , которые заданы при проектировании. Основным расчетным параметром, определяющим массу конструкции, является эквивалентная толщина, которая по первоначальным данным получена равной $(\delta_a)_1$. В процессе конструирования бывает необходимо оценить, как влияет на массу изменение исходных данных. В табл. 15 приводится значение эквивалентной толщины $(\delta_a)_2$, которая получается при изменении исходных данных (увеличении или уменьшении) до значений p_2, E_2, R_2, l_2 .

Как видно из таблицы, масса конструкции увеличивается при увеличении давления, радиуса и длины и уменьшения модуля упругости материала.

Таблица 15

Эквивалентная толщина $(\delta_a)_2$

Измененный параметр	p_2	E_2	R_2	l_2
$(\delta_a)_2$	$(\delta_a)_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,4}$	$(\delta_a)_1 \left(\frac{E_1}{E_2} \right)^{0,4}$	$(\delta_a)_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{0,6}$	$(\delta_a)_1 \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^{0,4}$

Зависимости, приведенные в табл. 15, справедливы и для оценки гладких оболочек. При этом под $(\delta_a)_1$ и $(\delta_a)_2$ понимаются соответственно первоначальное и новое значение толщины неподкрепленной оболочки. Новое значение исходной толщины ли-

ста при изменении давления (ранее принятое значение ψ сохраняется)

$$(\delta_{\text{исх}})_2 = (\delta_{\text{исх}})_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,4}. \quad (100)$$

Для спроектированной конструкции оценим изменение размера ячейки (шаг ребер) b_1 , ширины ребер c_1 и толщины стенки δ_1 с изменением исходных данных. Новое значение размера ячеек и ширины ребер (при условии, что ранее принятые ϕ и ψ остаются теми же)

$$b_2 = b_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,1}, \quad c_2 = c_1 \frac{b_2}{b_1}, \quad (101)$$

Новое значение толщины стенки

$$\delta_2 = \delta_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0,4}. \quad (102)$$

Формулы (100) — (102) могут служить только для ориентировочных оценок. При существенном изменении нагрузки все необходимые размеры устанавливаются в результате подробного проектировочного расчета.

Пример 3. Задано: разрушающее давление $p_1 = 10$ кгс/см², эквивалентная толщина $(\delta_0)_1 = 0,364$ см. Требуется оценить изменение массы конструкции и исходной толщины листа $(\delta_{\text{исх}})_1$ при увеличении давления до $p_2 = 13$ кгс/см².

По табл. 15 определим

$$(\delta_0)_2 = 0,364 \left(\frac{13}{10} \right)^{0,4} = 0,364 \cdot 1,1 = 0,392 \text{ см},$$

т. е. масса оболочки увеличится в 1,1 раза.

По формуле (100) определили, что толщина исходного листа (при сохранении ранее принятого ψ) тоже увеличится в 1,1 раза, т. е. на 10%.

Порядок проектировочного расчета

Задано: эксплуатационное давление p , радиус оболочки R , длина l , механические свойства материала E и σ_T .

Приведенный ниже алгоритм может использоваться для расчета оболочек с перекрестным, перекрестно-кольцевым и продольно-кольцевым набором.

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим требуемую величину разрушающего давления $p_{\text{кр}} = f p$.

2. Вычислим

$$B = \frac{p_{\text{кр}} l R^{3/2}}{0,92 k E}.$$

Здесь k принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (90).

3. Принимаем ψ . Рекомендуемые значения: $\psi=6 \dots 7$ — для оболочек с прямоугольным сечением ребер и $\psi=5 \dots 6$ — для оболочек, у которых $r \approx h$.

Применение $\psi < 3$ нецелесообразно.

4. Определим $(\varphi_2)_{\text{опт}}$. Для диапазона ψ , рекомендуемого в п. 3, оптимальное значение в среднем равно

$$\varphi_{\text{опт}} \approx \left| \frac{0,23}{0,35} \right|.$$

При стремлении получить оболочку с увеличенным размером ячеек и широкими ребрами, необходимо брать уменьшенное значение φ_2 . При этом следует иметь в виду, что для диапазона $0,2 \leq \varphi_2 \leq 0,5$ весовое совершенство оболочки с погрешностью не более 6% определяется только параметром ψ .

5. Принимаем соотношение подкрепления в продольном и кольцевом направлениях $\chi = \varphi_2 / \varphi_1$. Для оболочек с перекрестным набором $\chi=1$, с продольно-кольцевым $\chi=1 \dots 4$. При $\chi=3 \dots 4$ выигрыш в массе по сравнению с $\chi=1$ составляет приблизительно 10%. Бóльшее значение χ относится к оболочкам, имеющим сравнительно широкие кольцевые ребра и узкие продольные. При $\chi \gg 1$ ширина продольных ребер может получиться настолько малой, что ее изготовление будет невыполнимо. В этом случае приходится принять уменьшенное χ .

6. По формулам, приведенным в табл. 15, определим ϵ .

7. Определим β по формулам (91) или (92).

8. Вычислим толщину стенки

$$\delta = \left\{ \frac{B}{[1 + \beta \varphi_2 (\psi - 1)^{5/2}] \epsilon} \right\}^{0,4}.$$

Если появится необходимость увеличить толщину стенки, следует принять уменьшенное значение φ_2 , после чего, определив β , вычислить скорректированное значение δ .

9. Определим толщину исходного листа $\delta_{\text{исх}} = \psi \delta$. При необходимости уменьшения $\delta_{\text{исх}}$ следует принять уменьшенное значение ψ (масса конструкции увеличится) или уменьшить длину пролета, введя промежуточный шпангоут по типу, приведенному на рис. 45 (см. вид. I).

Выполнив вычисления по пп. 7 и 8, определим скорректированное значение $\delta_{\text{исх}}$. При изменении длины пролета l расчет повторяется начиная с п. 2.

10. Найдем шаг кольцевых ребер

$$b = \frac{1}{1 - \frac{\varphi_2}{2\pi}} \left(2r + \delta \sqrt{\frac{k_1 E \delta}{R p_{\text{кр}}}} \right),$$

здесь k_1 принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (93).

11. Определим ширину кольцевых ребер

$$c = \frac{b}{2\pi} \varphi_2.$$

12. Вычислив $\varphi_1 = \varphi_2/\chi$ и приняв шаг продольных ребер a , определим ширину ребер:

для продольных (продольно-кольцевой набор)

$$s = \frac{a}{2\pi} \varphi_1,$$

для перекрестных (перекрестно-кольцевой набор)

$$s = \frac{b}{3\pi} \varphi_1.$$

13. По формулам (31) или (32) определим эквивалентную толщину оболочки для расчета массы.

Пример 4. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_T = 2400$ кгс/см², $k = 0,8$.

$$\text{Определим } B = \frac{10 \cdot 50 \cdot 50^{3/2}}{0,92 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 10^6} = 0,343^{5/2} \text{ см.}$$

Принимаем $\psi = 6$, $\varphi_2 = 0,35$, $\chi = 3$.

По формуле, приведенной в табл. 14, вычислим

$$\epsilon = \frac{1 + \frac{0,04 \cdot 0,35 (6 - 1)}{3}}{1 + 0,04 \cdot 0,35 (6 - 1)} = 0,957.$$

По формуле (92) определим

$$\beta = \frac{0,44}{\sqrt[3]{0,35}} - \frac{1,41}{\sqrt{6}} = 0,57 = 0,63.$$

Найдем толщину стенки

$$\delta = \left\{ \frac{0,343}{[1 + 0,63 \cdot 0,96 \cdot 0,35 (6 - 1)^{5/2}] 0,957} \right\}^{0,4} = 0,236 \text{ см, } \delta = 0,24 \text{ см}$$

и толщину исходного листа $\delta_{исх} = 6 \cdot 0,24 = 1,44$ см

Определим шаг кольцевых ребер, приняв $k_1 = 3$ и $r = 0$:

$$b = \frac{1}{1 - \frac{0,35}{6,28}} 0,24 \sqrt{\frac{3 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 0,24}{50 \cdot 10}} = 7,9 \text{ см.}$$

Ширина кольцевых ребер

$$c = \frac{7,9}{6,28} 0,35 = 0,44 \text{ см.}$$

Приняв шаг продольных ребер $a = 7,9$ см и вычислив $\varphi_1 = 0,35/3 = 0,117$, найдем ширину продольных ребер

$$s = \frac{7,9}{6,28} 0,117 = 0,147 \text{ см, } s = 0,15 \text{ см.}$$

По формуле (31) вычислим эквивалентную толщину, принимая $r_1 = 0,7$ см. Получим $\delta_3 = 3,23$ мм.

Сравнивая результаты расчетов, приведенных в примерах 2 и 4, можно отметить, что зависимости для приближенной оценки толщины δ_3 , толщины стенки и исходного листа достаточно точно определяют эти величины

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Идеальные оболочки, подкрепленные только кольцевыми ребрами, изготовленными за одно целое со стенкой (рис. 42) по массе практически равноценны вафельным. Применение таких конструкций целесообразно в отсеках, работающих на сравнительно малое давление или при сравнительно малом радиусе

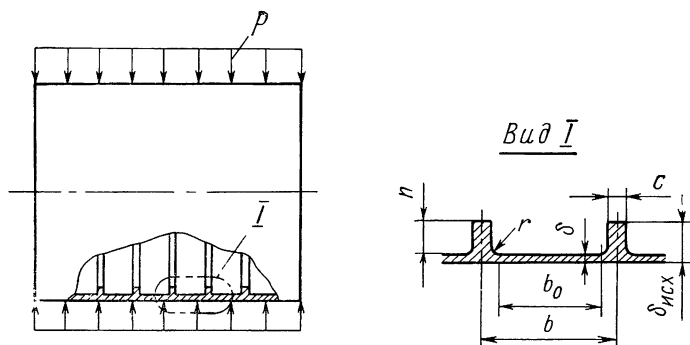


Рис. 42. Цилиндрическая оболочка с кольцевыми ребрами, нагруженная внешним давлением

кривизны. При напряженном состоянии, близком или равном пределу текучести, а также при наличии конструктивных элементов, создающих местные несовершенства формы, предпочтительно применить подкрепление вафельного типа, при котором оболочка менее чувствительна к несовершенствам.

Оболочки с часто расположенными кольцевыми ребрами, как и вафельные, обладают малой чувствительностью к общим несовершенствам формы, таким, например, как непрямолинейность образующей, но более чувствительны к местным несовершенствам, чем вафельные. Местная потеря устойчивости стенки приводит к разрушению всего отсека, что не характерно для вафельных оболочек.

Критическое давление общей потери устойчивости оболочек средней длины

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} [I + \beta\varphi_2(\psi - 1)^{5/2}]. \quad (103)$$

Коэффициент k может быть выбран в соответствии с рекомендациями для вафельных оболочек. При этом необходимо

принимать во внимание (особенно при больших давлениях), что заделка торцов оказывается менее жесткой, чем в вафельных оболочках. Коэффициент β определяется с помощью графиков, приведенных на рис. 44, или по формулам

$$\begin{aligned} \text{при } r=h \quad \beta &= \frac{0,4}{\sqrt{\varphi_2}} + \frac{1,57}{\sqrt{\psi}} - 0,63; \\ \text{при } r=0 \quad \beta &= \frac{0,41}{\sqrt{\varphi_2}} + \frac{1,85}{\sqrt{\psi}} - 0,56. \end{aligned} \quad (104)$$

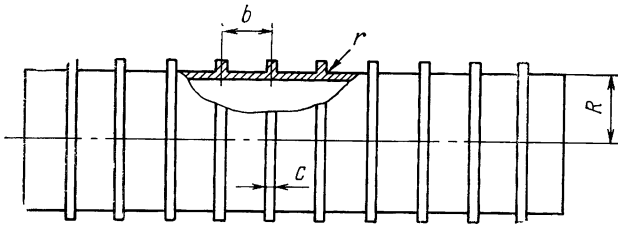


Рис 43. Длинная труба, подкрепленная кольцевыми ребрами

Для длинной трубы, подкрепленной кольцевыми ребрами (рис. 43), критическое давление общей потери устойчивости определим по формуле [6]

$$p_{кр} = 3 \frac{D_2}{R^3},$$

откуда получим

$$p_{кр} = 0,25 \frac{E\delta^3}{R^3} [1 + \beta_2 \varphi_2 (\frac{1}{2} - 1)^3],$$

где
$$\varphi_2 = 2\pi c/b;$$

β_2 — определяется по формулам, приведенным в части IV, при этом принимается $\varphi = \varphi_2$.

Критическое давление местной устойчивости стенки в пролете между кольцевыми ребрами определяется по формулам, приведенным в табл. 10, где заделка торцов принята опертой. При этом принимается $l = b_0 = b - c - r$. Отметим, что торцы стенки в этом случае заделаны на деформируемые кольцевые ребра, а это при высоком уровне напряженного состояния оболочки ухудшает устойчивость по сравнению с оболочками с абсолютно жесткими кольцами.

Приближенные расчеты для предварительной оценки массы или несущей способности

Когда требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности оболочки, по заданному давлению $p_{кр}$ определить необходимую эквивалентную толщину (для оценки массы) или по заданной $\delta_э$ оценить $p_{кр}$, расчет проводится по формулам

Задано $p_{кр}$

$$\delta_э = \left| \begin{array}{l} 1,49 \\ 1,33 \end{array} \right| \left(\frac{p_{кр} L}{0,92kE} \right)^{0,4} \left(\frac{R}{\psi - 1} \right)^{0,6}; \quad (105)$$

задано $\delta_э$

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta_э^{5/2}}{LR^{3/2}} \left| \begin{array}{l} 0,37 \\ 0,49 \end{array} \right| (\psi - 1)^{3/2}. \quad (106)$$

Ориентировочное значение толщины стенки и толщины исходного листа

$$\delta = (0,6 \dots 0,7) \delta_э, \quad \delta_{исх} = \delta.$$

Порядок проектировочного расчета

Задано: эксплуатационное давление p , радиус оболочки R , длина l , механические свойства материала E и σ_T .

Проводится расчет, как указано в пп. 1—4, затем в пп. 7—9 проектировочного расчета для вафельных оболочек. Коэффициент β определяется по формулам (104) или по графикам, приведенным на рис. 44, коэффициент $\epsilon = 1$. Дальнейший расчет проводится в следующей последовательности.

1. Определим приближенное значение пролета между ребрами

$$b_0 = k_{pT} k \frac{E\delta^{5/2}}{p_{кр} R^{3/2}},$$

где $k_{pT} = 0,65 \dots 0,85$; k — принимается из табл. 10 в зависимости от R/δ .

2. Вычислив R/δ , по графику (см. рис. 3) найдем $k_T = k$. По формуле (72а) определим уточненное значение k_{pT} , при этом принимаем $l = b_0$.

3. Найдем шаг кольцевых ребер

$$b = \frac{1}{1 - \varphi_2/2\pi} \left[r + k_{pT} \frac{E\delta^{5/2}}{p_{кр} R^{3/2}} \right].$$

4. Определим ширину кольцевых ребер $c = \varphi_2 b / 2\pi$.
 5. Найдем эквивалентную толщину для расчета массы

$$\delta_s = \delta + \frac{ch + 0,43r^2}{b}$$

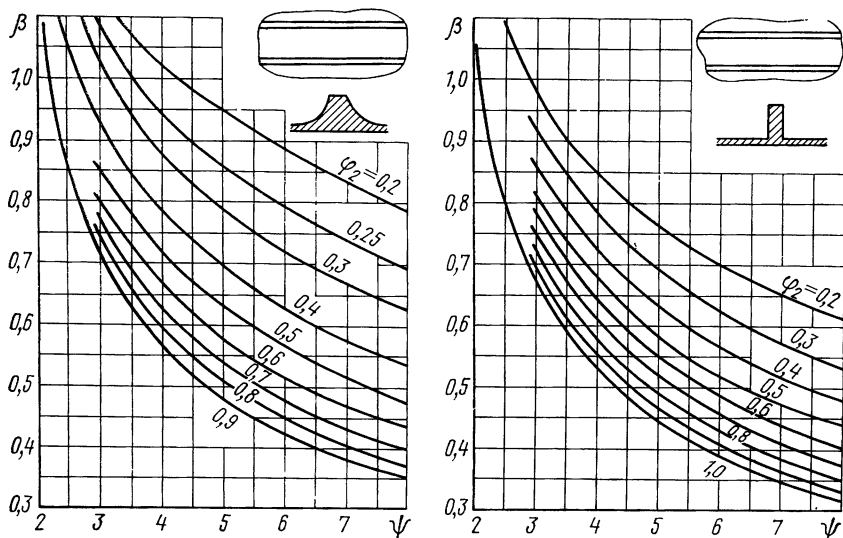


Рис. 44. Коэффициент β для цилиндров с кольцевыми ребрами под внешним давлением

ВАФЕЛЬНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ И ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ ШПАНГОУТАМИ

Для средних и длинных оболочек, у которых $l > R$ рационально комбинированное подкрепление, т. е. помимо вафельных ребер, следует ставить промежуточные шпангоуты (рис. 45), шаг которых назначают равным: $l = (0,6 \div 1,0)R$ — при сравнительно большом давлении и $l = (1,0 \div 1,5)R$ — для малых давлений.

Увеличение частоты промежуточных шпангоутов может оказаться целесообразным по технологическим соображениям: с уменьшением длины пролета l между шпангоутами уменьшается необходимая толщина исходного листа оболочки $\delta_{исх}$.

Критическое давление общей потери устойчивости отсека вместе со шпангоутами при $1 < \zeta < 20$ по аналогии с формулой (75)

$$p_{кр} = 1,42k_1 \frac{E\delta^{5/2}}{LR^{3/2}} \left[1 + \beta\varphi_2 (\psi - 1)^{5/2} \right] \varepsilon \zeta^{3/5}, \quad (107)$$

ε , β определяются по соответствующим формулам, для вафельных оболочек или оболочек с кольцевыми ребрами; $k_1 =$

$= 0,5 \dots 0,8$, большее значение принимается для качественно изготовленных оболочек.

В соответствии с принятой расчетной схемой (см. рис. 45, б) параметры совместного сечения шпангоута с оболочкой вычисляются по формулам:

$$\zeta = \frac{12(1-\mu^2)\bar{I}}{l\delta_{2\partial}^3};$$

$$\bar{I} = I + F(i_0 - r_0)^2 + \frac{a_{\text{пр}}\delta_{2\partial}^3}{12(1-\mu^2)} + a_{\text{пр}}\delta_{2\partial}r_0^2;$$

$$\delta_{2\partial} = \delta + \frac{ch + 0,43r^2}{b};$$

$$i_0 = y_0 + \frac{\delta_{2\partial}}{2}; \quad r_0 = \frac{Fi_0}{F + a_{\text{пр}}\delta_{2\partial}},$$

F, I — площадь и собственный момент инерции сечения шпангоута; $a_{\text{пр}}$ — длина присоединенной оболочки, принимается равной $a_{\text{пр}} = l$, но не более $5\sqrt{R\delta_{2\partial}}$.

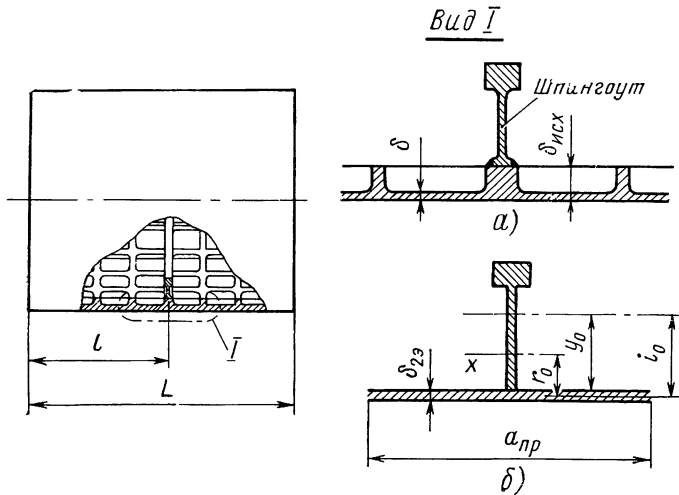


Рис. 45. Вафельная оболочка, подкрепленная промежуточным шпангоутом, расчетная схема сечения шпангоута с присоединенной оболочкой

Если шпангоут соединен с оболочкой редким прерывистым сварным швом или редкой точечной сваркой или заклепками, совместность работы оболочки и шпангоута не обеспечивается. При определении ζ принимается $\bar{I} = I$.

Полученные при экспериментальных исследованиях на оболочках с различными пролетами между шпангоутами $l = (0,4 \div 2)R$ и с различным уровнем напряженного состояния оболочки расчетные значения критического давления, определенные по рекомендуемым зависимостям, были не выше опытных.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

Равномерное давление на части длины оболочки и в окружном направлении

Рассмотрим устойчивость цилиндрической оболочки, нагруженной равномерным внешним давлением на некотором участке ее длины. Приводимые расчетные формулы приняты на основании теоретических исследований [2] и хорошо согласуются с результатами испытаний на гладких оболочках [3], [16].

Экспериментальные исследования [3] проводились на оболочках для двух случаев нагружения: нагружение на среднем участке, равноудаленном от торцевых шпангоутов, и нагружение на участке, примыкающем к одному из торцевых шпангоутов (рис. 16). При этих испытаниях длина участка нагружения исследовалась в пределах $a_1 = (0,1 \div 1,0)l$, относительная толщина стенки оболочек равнялась $\delta/R = 0,01$. Потеря устойчивости сопровождалась хлопком с образованием в окружном направлении нескольких вмятин. Вдоль по образующей цилиндра образовывалась одна вмятина с центром в середине участка нагружения (нагрузка в середине оболочки). Каждая вмятина распространялась за зону участка нагружения, с увеличением длины которого распространение волн в ненагруженную зону увеличивалось. С изменением a_1/l в широком диапазоне (от 0,1 до 1) количество волн изменялось незначительно.

Испытуемые оболочки [3] изготавливались из листовой стали. Сварные швы (шов внахлестку вдоль образующей и швы приварки листа к торцевым шпангоутам), выполненные точечной сваркой, герметизировались. Нагружение производилось сжатым воздухом.

Нижние значения критических давлений, зафиксированных при эксперименте, были не выше расчетных для шарнирного опирания. Отмечается что для зон нагружения $a_1 \geq 0,2l$ наблюдался весьма незначительный разброс опытных данных. Наибольший разброс получался при $a_1 = 0,1l$, при этом экспериментальные точки лежали ниже расчетных значений. Очевидно, в этом случае моментное состояние оболочки, предшествующее потере устойчивости, оказывалось значительно сильнее.

По экспериментальным данным работы [16] на трех оболочках при нагружении в середине пролета образование первой вмятины происходило на уровне расчетного значения, вычисленного по формуле, приведенной в табл. 16. Параметры оболочек и ширина нагрузки составляли: $R/\delta = 300$, $a_1 = 0,14l$. Нагружение осуществлялось гидравлическим давлением. Интересно отметить, что на двух отсеках образование первой вмятины происходило по продоль-

ному шву, вторая образовалась при нагрузке, в 1,4—1,5 раза большей, а последующие — при нагрузке, в 2 раза большей, чем при первой вмятине (полное число вмятин равнялось десяти).

Формулы, рекомендуемые для практических расчетов, приводятся в табл. 16. В предлагаемые зависимости введен коэффициент k , учитывающий качество изготовления оболочки (влияние несовершенств формы). Вафельным оболочкам свойственна более низкая чувствительность к несовершенствам формы. При

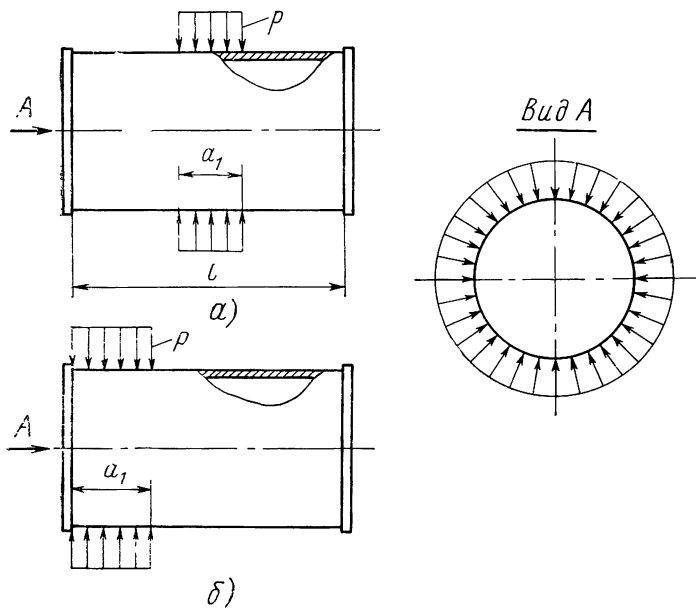


Рис. 46. Оболочка, нагруженная равномерно распределенным по кольцевому поясу давлением:

a —в середине пролета, b —на участке, примыкающем к торцевому шпангоуту

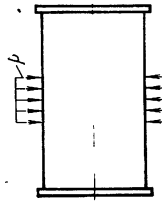
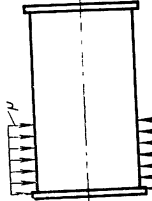
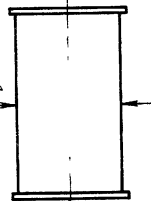
расчете оболочек с деформируемыми торцевыми шпангоутами под действием «мягкой» нагрузки (нагружение жидкостью или газом) торцы оболочки рекомендуется принимать шарнирно опертыми.

Рассматривая расчетные формулы, можно отметить следующее:

1. При нагружении оболочки на части ее длины критическое давление увеличивается с уменьшением a_1 . В сравнении с нагружением по всей длине наиболее резкий эффект повышения критического давления наблюдается в том случае, когда участок нагружения меньше половины длины, $a_1 < 0,5l$.

2. При нагружении оболочки в середине пролета влияние заземления торцов заметно при сравнительно большой ширине

Таблица 16
 Формулы для расчета оболочек под действием равномерного давления на части ее длины и в окружном направлении

Схема нагружения	Гладкие оболочки	Вафельные оболочки
<p>Давление в середине пролета</p>  <p>Давление около торцевого шпангоута</p> 	$P_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{a_1 R^{3/2}} \alpha$ <p>k принимается в соответствии с табл. 10</p> <p>Для 1-й схемы нагружения</p> $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{a_1}{2l}, \text{ торцы шарнирно оперты}$ $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{a_1}{l}, \text{ торцы защемлены}$ <p>Для 2-й схемы нагружения</p> $\alpha = 1, \text{ торцы шарнирно оперты}$ $\alpha = 1,5 \text{ при } a_1 \approx l$ $\alpha = 1,35 \text{ при } a_1 \ll l$ <p>торцы защемлены</p>	$P_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{a_1 R^{3/2}} [1 + \beta\varphi_2 (\psi - 1)^{5/2}] \epsilon \alpha.$ $k = 0,8 \div 1,0$ <p>β, ϵ вычисляются по соответствующим формулам для вафельных оболочек</p> <p>α определяется, как для гладких оболочек</p>
<p>Погонная нагрузка в середине пролета</p> 	$P_{кр} = 0,415k \frac{E\delta^{5/2}}{R^{3/2}}$ <p>k принимается в соответствии с табл. 10</p>	$P_{кр} = 0,415k \frac{E\delta^{5/2}}{R^{3/2}} [1 + \beta\varphi_2 (\psi - 1)^{5/2}] \epsilon$ $k = 0,8 \div 1,0$ <p>β, ϵ вычисляются по соответствующим формулам для вафельных оболочек</p>

участка нагружения. Коэффициент α , зависящий от условий заделки, принимает наибольшее значение при нагружении на всей длине ($a_1=l$). В этом случае $\alpha=1$ при шарнирном опирании торцов и $\alpha=1,5$ при заземленных торцах.

С уменьшением a_1/l влияние защемления уменьшается. При $a_1/l < 0,15$ для шарнирно опертых и заземленных торцов оболочки можно принять $\alpha=1/2$.

3. При нагружении оболочки вблизи одного из краев критическое давление равно критическому давлению оболочки длиной a_1 при равномерном нагружении. Роль защемления торца, примыкающего к участку нагружения, оказывается существенной при любом значении a_1/l . Даже в том случае, когда $a_1 \ll l$, коэффициент $\alpha=1,35$.

4. При нагружении оболочки на части ее длины повышение критического давления по сравнению с нагружением на всей длине не зависит от геометрических параметров оболочки [2]. Этот вывод позволяет записать расчетные формулы для вафельных оболочек по аналогии с формулами для гладких оболочек с учетом параметров подкрепления стенки.

Погонное давление равномерно распределенное в окружном направлении

Расчетные формулы для такой схемы (рис. 47) приведены в табл. 16. При экспериментальном исследовании оболочек, нагруженных кольцевым поясом нагрузки на малой ширине ($a_1/l=$

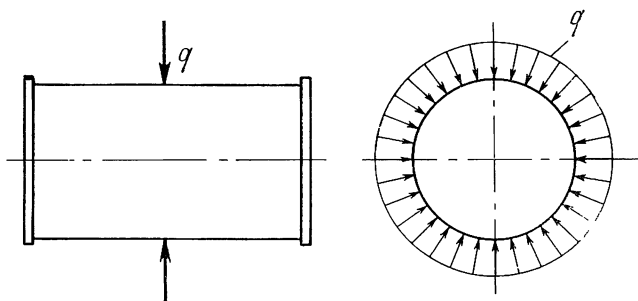


Рис 47. Нагружение оболочки осесимметричной погонной нагрузкой

$=0,1$), отмечалось снижение критической нагрузки ниже расчетных значений при сравнительно большом разбросе экспериментальных данных. Это объясняется моментным состоянием оболочки. Это необходимо принять во внимание при проведении расчетов.

Давление в продольном направлении, равномерно распределенное по всей длине, в окружном — неравномерно

Исследованиями на гладких оболочках для такой схемы нагружения (рис. 48) установлено, что потеря устойчивости происходит при достижении p_{\max} значения критической нагрузки

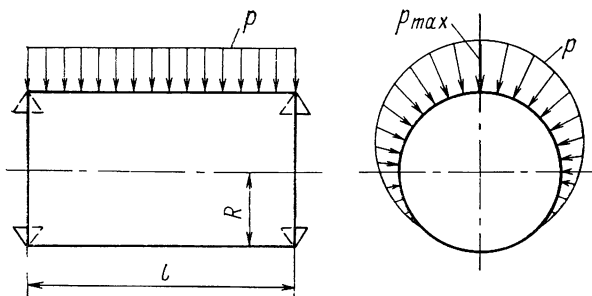


Рис. 48. Несимметричное нагружение оболочки давлением

для осесимметричного нагружения. Максимальное давление, при котором наступает потеря устойчивости $p_{\max} = p_{\text{кр}}$, где $p_{\text{кр}}$ вычисляется по соответствующим формулам для осесимметричного нагружения.

Вафельные оболочки нагруженные давлением на прямоугольной площадке

Экспериментальные исследования действия нормального давления, приложенного к большой прямоугольной площадке, проводились на вафельных оболочках, торцы которых были заделаны на распорный шпангоут днищ или на достаточно жесткий промежуточный шпангоут (см. рис. 45, вид I). Вдоль по образующей давление распределялось равномерно на части длины оболочки a_1 , а в окружном — равномерно или с незначительной неравномерностью в секторе угла охвата оболочки $2\alpha_0$. На любом направлении контур площадки нагружения охватывал не менее двух ячеек. Нагрузка передавалась на оболочку жесткими металлическими прямоугольными панелями с радиусом кривизны испытуемой оболочки. В окружном направлении последовательно друг за другом устанавливалось несколько панелей, благодаря чему обеспечивалось нагружение ложементного типа (рис. 49, а), а при ограниченном количестве панелей — сосредоточенного типа (см. рис. 49, б). Проводились также испытания с некоторой разрядкой между пластинами, что обеспечивало передачу нагрузки на оболочку в виде нескольких пря-

моугольных площадок (см. рис. 49, в). Специальные приспособления, устанавливаемые на пластины, приблизительно обеспечивали равномерность распределения давления в окружающем направлении по поверхности оболочки.

В процессе всего нагружения отмечалось общее незначительное деформирование контура сечения оболочки, визуально незаметное (фиксирувалось датчиками перемещений). Для нагрузки сосредоточенного типа в момент, предшествующий раз-

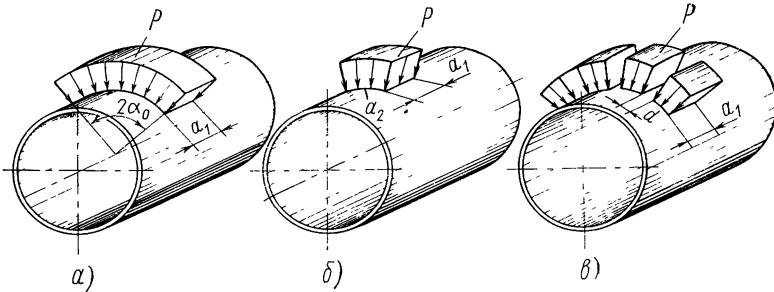


Рис. 49. Вид сосредоточенных нагрузок:
а—ложементная; б—сосредоточенная; в—прерывистая

рушению, визуально наблюдалось общее и местное интенсивное деформирование оболочки. Разрушение происходило хлопком или в виде резко нарастающей визуально наблюдаемой вмятины. Длина вмятин в продольном направлении равнялась примерно $a_1 + 5\sqrt{R\delta_{пр}}$.

На основании проведенных исследований сделаны следующие выводы:

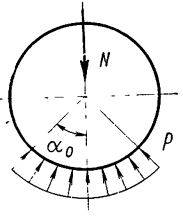
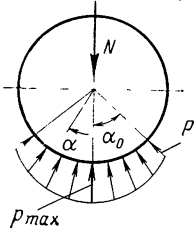
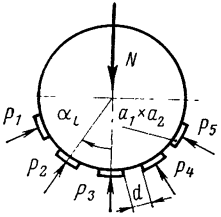
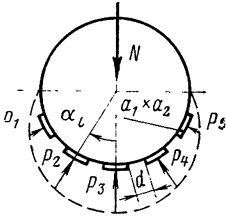
1. При нагружении вафельной оболочки жестким ложементом критическую нагрузку (см. рис. 49, а) можно определить по формуле, приведенной в табл. 16, принимая кромки оболочки зашечленными. Экспериментальные значения коэффициентов k для оболочек с перекрестным и продольно-кольцевым набором, изготовленным механическим фрезерованием или химическим травлением, лежали выше уровня $k=1$.

2. При углах охвата

$$2\alpha_0 < 0,09\sqrt{R/\delta_{пр}} \quad (138)$$

наблюдалось резкое снижение критического давления по сравнению с ложементной нагрузкой (примерно в два раза). Это объясняется тем, что увеличивается роль внутренних усилий изгиба в оболочке. Прикладываемая нагрузка сосредоточенного характера (см. рис. 49, б) не способствует сохранению формы оболочки. Критическое давление сосредоточенного типа опреде-

Формулы для расчета критической опорной реакции оболочки

Схема распределения давления	Результирующая критическая опорная реакция
	<p>Удельное давление в окружном направлении распределено равномерно, $p = \text{const}$</p> $N_{\text{кр}} = 2Ra_1 \sin \alpha_0 p_{\text{кр}}$
	<p>Удельное давление распределено в окружном направлении по закону $p = p_{\text{max}} \cos \alpha$</p> $N_{\text{кр}} = Ra_1 \left[\alpha_0 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \right] p_{\text{кр}}$
	<p>В окружном направлении приложено несколько одинаковых сил, каждая из которых равномерно распределена на площадке $a_1 \times a_2$</p> $N_{\text{кр}} = a_1 a_2 p_{\text{кр}} \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i$ <p>n — число сил i — порядковый номер силы a_1, a_2 — размер площадки под силой в продольном и окружном направлениях</p>
	<p>В окружном направлении приложено несколько сил, изменяющихся по закону</p> $P_i = P_{\text{max}} \cos \alpha_i$ $N_{\text{кр}} = a_1 a_2 p_{\text{кр}} \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i$

ляется по формуле, приведенной в табл. 16, при этом принимается $k=1/2$.

3. Прерывистую нагрузку (см. рис. 49, в) можно считать лжементной при расстоянии между краями площадок нагружения

$$d \leq \sqrt{R\delta_{\text{пр}}} \quad (109)$$

При размерах d , даже незначительно превышающих значения, полученные в формуле (109), наблюдалось резкое падение величины критического давления (в два раза). В этом случае каждую площадку нагружения необходимо рассматривать как

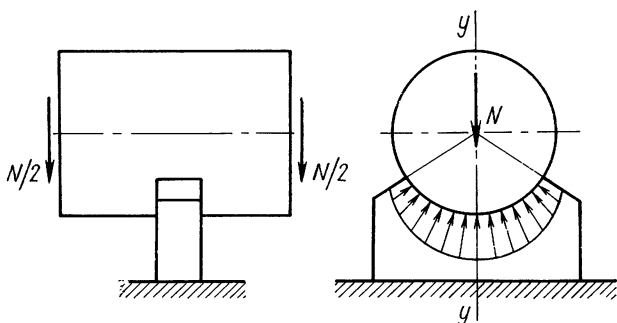


Рис. 50. Нагружение оболочки реакцией ложемент

сосредоточенную нагрузку независимо от общего угла охвата $2\alpha_0$. Критическое давление вычисляется по формуле (см. табл. 16) с коэффициентом $k=1/2$.

Эти данные относятся к оболочкам, нагруженным в середине пролета. Когда нагрузка прикладывалась вблизи торцевого шпангоута, наблюдалось повышение критического давления.

При расчете оболочки на действие реакции ложемент, служащего опорой для размещения оболочкового отсека (рис. 50), критическая опорная реакция $N_{\text{кр}}$ (результатирующая давления на ось $y-y$) вычисляется по формулам, приведенным в табл. 17, в зависимости от характера распределения нагрузки в окружном направлении. При этом критическое давление $p_{\text{кр}}$ определяется по формуле, приведенной в табл. 16, где коэффициент k принимается в зависимости от принятых размеров $2\alpha_0$ и d с учетом выводов 1—3.

ГЛАДКИЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Оболочка постоянной толщины

Схема нагружения конических оболочек показана на рис. 51. Разрушение оболочек происходит хлопком с образованием в окружном направлении нескольких вмятин. Вдоль образующей

каждая вмятина распространяется на всю длину пролета. Центр вмятин смещен в сторону к большему основанию.

Расчетные зависимости, приведенные в работе [6] для усеченных конических оболочек, у которых торцы оперты на большем основании и защемлены на меньшем, а также для замкну-

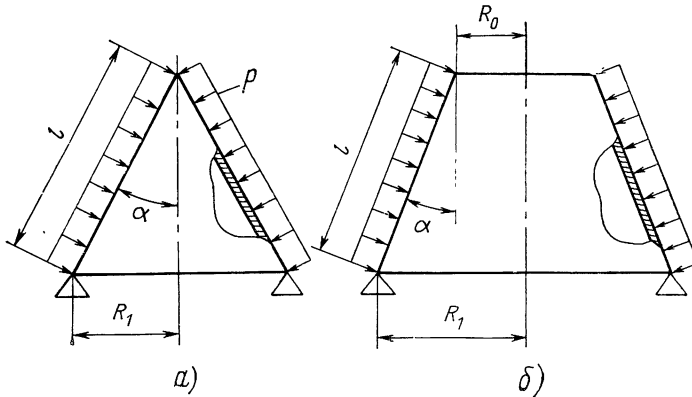


Рис. 51. Схема нагружения конических оболочек:
а—замкнутой в вершине; б—усеченной

тых в вершине конусов при $10^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$ можно аппроксимировать следующим выражением:

$$p_{кр} = kQ \frac{E\delta^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha, \quad (110)$$

где $Q = 3 - 2,3 \frac{R_0}{R_1}$.

В формуле (110) введен коэффициент k , учитывающий влияние неправильностей формы оболочки, который принимается по данным табл. 10 для оболочек средней длины в зависимости от отношения $R_{ср}/\delta$, здесь

$$R_{ср} = \frac{R_0 + R_1}{2 \cos \alpha}.$$

Оболочки с малой конусностью ($\alpha \leq 10^\circ$) рассчитываются по формуле для цилиндрических оболочек

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta^{5/2}}{lR_{ср}^{3/2}}. \quad (111)$$

Для конических днищ емкостей, работающих на устойчивость под внешним давлением, на величину разрушающей нагрузки весьма заметное влияние оказывает жесткость распорного шпангоута у большего основания. При недостаточной жесткости шпангоута снижение нагрузки может составлять около

30—40%, оно особенно заметно при больших углах конусности ($\alpha > 4^\circ$). Кроме того, при неправильной силовой схеме сечения распорного узла (заметное несовпадение результирующей безмоментных сил с центром тяжести сечения) в месте заделки конуса могут действовать значительные краевые усилия изгиба, приводящие к снижению несущей способности днища. На конические оболочки существенное влияние оказывают несовершенства формы, расположенные в зоне большего основания, и в меньшей степени — у меньшего основания. Все эти факторы необходимо принимать во внимание при проектировании конических днищ и учитывать в расчетах.

Оболочка переменной толщины

В равнопрочной оболочке, работающей на равномерное нормальное давление, толщина вдоль образующей изменяется от δ_1 до δ_0 (рис. 52, б) по линейному закону

$$\delta_i = \delta_1 R_i / R_1. \quad (112)$$

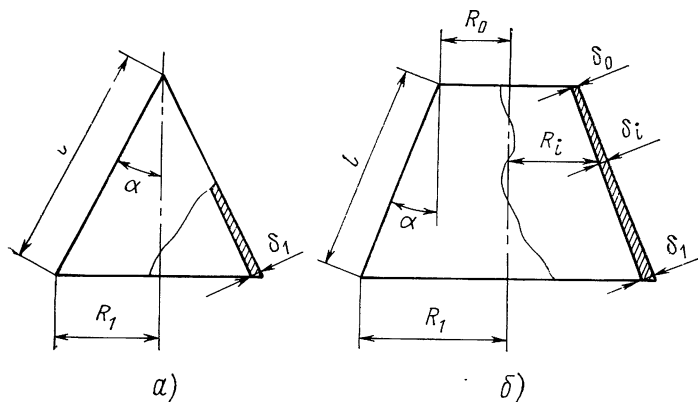


Рис. 52. Конические оболочки переменной толщины:

а—замкнутая в вершине; б—усеченная

Выражение критического всестороннего давления для такой оболочки с опертными торцами, полученными в работе [9], представим в виде

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E\delta_0^{5/2}}{lR_0^{3/2}\xi} \cos^{3/2}\alpha, \quad (113)$$

где

$$k = 0,6 \dots 0,8,$$

$$\xi = \frac{2,3}{\frac{R_1}{R_0} - 1} \left(\lg \frac{R_1}{R_0} - 0,28 \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\frac{\delta_0 \cos \alpha}{R_0}} \right).$$

Формулой (113) можно пользоваться для усеченной конической оболочки, если

$$\lg \frac{R_1}{R_0} \geq 1,13 \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\frac{\delta_0 \cos \alpha}{R_0}}.$$

Для равнопрочной оболочки, замкнутой в вершине (см. рис. 52, а), а также для оболочек с очень малым отверстием в вершине, критическое внешнее давление (кромки оперты)

$$p_{\text{кр}} = 0,25k \frac{E\delta_1^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha. \quad (114)$$

ВАФЕЛЬНЫЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ И ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ

Критическое внешнее давление общей потери устойчивости вафельной конической оболочки с продольно-кольцевыми ребрами и оболочки, подкрепленной только кольцевыми ребрами, монолитно скрепленными со стенкой:

$$p_{\text{кр}} = kQ \frac{E\delta^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \alpha [1 + \beta\varphi_2(\psi - 1)^{5/2}] \varepsilon, \quad (115)$$

где $k = 0,5 \dots 1,0$, $Q = 3 - 2,3 \frac{R_0}{R_1}$.

Меньшее значение k принимается для сравнительно больших давлений (уровень напряжений $\sigma \approx 0,8\sigma_T$) при заделке торцов на деформируемый шпангоут (по большому основанию), а также для днищ со сравнительно большим углом конусности (например, $\alpha \geq 40^\circ$).

Коэффициенты β , ε , φ_2 определяются в соответствии с табл. 18.

Критическое давление местной устойчивости стенки вафельных оболочек в отдельных ячейках

$$p_{\text{кр.м}} = k_1 \frac{E\delta^3}{b_{0i}^2 R_i} \cos \alpha, \quad (116)$$

где $b_{0i} = b_i - c_i - 2r$; R_i — определяется по формуле (45); k_1 — принимается в соответствии с рекомендациями для вафельных оболочек.

Критическое давление местной устойчивости стенки оболочек, подкрепленных кольцевыми ребрами, вычисляется по формулам для цилиндрических коротких или весьма коротких оболочек (см. табл. 10). При этом принимается:

$$l = b_{0i} = b_i - c_i - r; \quad R = R_{\text{ср}};$$

$$R_{\text{ср}} = \frac{R_i + R_{i+1}}{2 \cos \alpha}.$$

Коэффициенты β , ε , φ_2

Вид конструкции	Вафельная оболочка (см. рис. 20)	Оболочка с кольцевыми ребрами (см. рис. 22)
β	Формулы (91), (92) или рис. 40	Формулы (104) или рис. 44
ε	Формулы из табл. 14	$\varepsilon = 1$
φ_2	$\varphi_2 = \frac{2\pi c_i}{b_{cp}}, \text{ где } b_{cp} = \frac{b_i + b_{i+1}}{2}$ <p>i — номер ячейки (кольцевого ребра). Отсчет ячеек ведется от большого основания конуса При произвольно заданных размерах ширины и шага кольцевых ребер следует вычислить φ_2 для каждого пролета. Разрушающее давление рекомендуется определять по среднему значению φ_2 в центральной зоне предполагаемой вмятины</p>	

При одинаковом шаге кольцевых ребер наименьшее значение $p_{кр.м}$ имеют ячейки в районе большого основания. При произвольном заданном шаге ребер необходимо $p_{кр.м}$ вычислять для каждого пролета.

Порядок проектировочного расчета (жесткость стенки постоянная)

Если принять толщину стенки и исходного листа постоянной, то равновесность стенки вафельной оболочки или оболочки с кольцевыми ребрами будет обеспечиваться при условии $\beta\varphi_2\varepsilon = \text{const}$, которое выполняется соответствующим подбором шага и ширины ребер.

Задано: эксплуатационное давление p , габаритные размеры R_0, R_1, α , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим требуемое разрушающее давление, которым должна обладать конструкция: $p_{кр} = fp$.

2. Вычислим

$$B = \frac{p_{кр} l R_1^{3/2}}{k q E \cos^{3/2} \alpha},$$

здесь k принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (115).

Дальнейший проектировочный расчет рекомендуется сопровождать чертежами сетки ребер на развертке конуса.

а) Расчет вафельных оболочек с продольно-кольцевым набором (см. рис. 20). После выполнения всех операций по пп.

3—9, проектировочного расчета для вафельных оболочек, расчет проводится в следующей последовательности.

1. Определим шаг 1-го кольцевого ребра

$$b_1 = \frac{1}{1 - \frac{\varphi_2}{2\pi}} \left(2r + \delta \sqrt{\frac{k_1 E \delta \cos \alpha}{R_1 \rho_{кр}}} \right),$$

здесь k_1 принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (93).

2. Шаг последующих кольцевых ребер определим из условия обеспечения равнопрочности местной устойчивости

$$b_i = b_1 \sqrt{\frac{R_1}{R_i}}, \quad \text{где } R_i = R_1 - \sin \alpha \sum_{i=2}^n b_{i-1}.$$

При высокой точности изготовления ребер без ущерба для массы конструкции можно принять шаг всех кольцевых ребер одинаковым, равным b_1 .

3. Вычислим ширину каждого кольцевого ребра

$$c_i = \frac{\varphi_2}{2\pi} b_{ср}, \quad \text{где } b_{ср} = \frac{b_i + b_{i+1}}{2}.$$

4. Приняв шаг продольных ребер по большому основанию равным $a_1 = (1,0 \div 1,2) b_1$, определим число продольных ребер

$$n = \frac{2\pi R_1}{a_1}.$$

Для оболочек с большим углом конусности α и сравнительно большой длиной образующей, начиная с некоторого i -го пролета, число продольных ребер можно уменьшить.

5. Определим ширину продольных ребер в каждом пролете

$$s_i = a_i \frac{\varphi_2}{2\pi \chi}, \quad \text{где } a_i = \frac{2\pi R_i}{n}.$$

б) Расчет оболочек с кольцевыми ребрами. Проводится расчет в соответствии с указаниями, приведенными в пп. 3, 4 и 7—9 проектировочного расчета для вафельных оболочек, при этом коэффициент β определяется по формуле (104) или с помощью графика (см. рис. 44), коэффициент $\epsilon = 1$. Дальнейший расчет проводится в следующей последовательности.

1. Определим приближенное значение ширины 1-го пролета стенки между ребрами b_{0i} и шаг 1-го кольцевого ребра b_1 по формулам, приведенным в пп. 1 и 2 проектировочного расчета для оболочек с кольцевыми ребрами. При этом принимается $R = R_1 / \cos \alpha$.

2. Шаг последующих кольцевых ребер найдем из условия обеспечения равнопрочности местной устойчивости

$$b_i = b_1 \left(\frac{R_1}{R_i} \right)^{3/2}, \quad \text{где } R_i = R_1 - \sin \alpha \sum_{i=2}^n b_{i-1}.$$

Без большого ущерба для массы конструкции можно принять шаг всех кольцевых ребер одинаковым, равным b_1 .

3. Вычислим ширину каждого кольцевого ребра:

$$c_i = \frac{\varphi_2}{2\pi} b_{cp}, \quad \text{где } b_{cp} = \frac{b_i + b_{i+1}}{2}.$$

КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННЫЕ ШПАНГОУТАМИ

Подкрепление гладких оболочек шпангоутами позволяет получить конструкцию, в 1,5 раза меньшую по массе по сравнению с гладкой оболочкой, равной несущей способности. Выигрыш в массе для вафельных оболочек, подкрепленных шпангоутами (по сравнению с неподкрепленными вафельными оболочками), зависит в основном от технологического предела толщины применяемого исходного листа $\delta_{исх}$. Когда ограничения по $\delta_{исх}$ не накладываются, нет необходимости в применении шпангоутов, так как требуемая жесткость стенки обеспечивается за счет высоты ребер. Из этого ясно, что промежуточный шпангоут дает возможность применить исходный лист меньшей толщины, что во многих случаях целесообразно по технологическим соображениям и более экономично по затрате материала. Место установки шпангоута определим из условия равнопрочности местной устойчивости пролетов 1 и 2 (рис. 53). Промежуточный шпангоут должен быть поставлен на расстоянии от малого основания

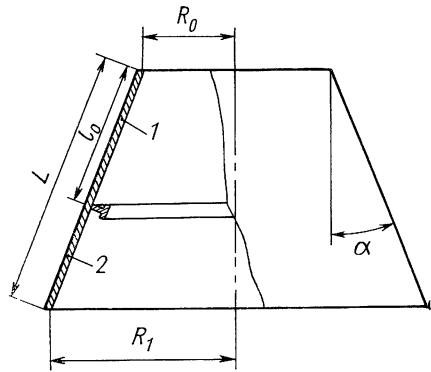


Рис. 53. К определению места установки шпангоута

$$l_0 = \lambda L. \quad (117)$$

Коэффициент λ принимается по табл. 19 в зависимости от параметра $\bar{f} = L \sin \alpha / R_0$.

Значения коэффициента λ

f	0	0,4	0,8	1,0	1,5	2,0	4,0	∞
λ	0,5	0,58	0,64	0,66	0,69	0,71	0,75	0,783

Каждый пролет (1 и 2), в свою очередь, может быть подкреплён промежуточным шпангоутом, место положения которого определяется из соотношения (117).

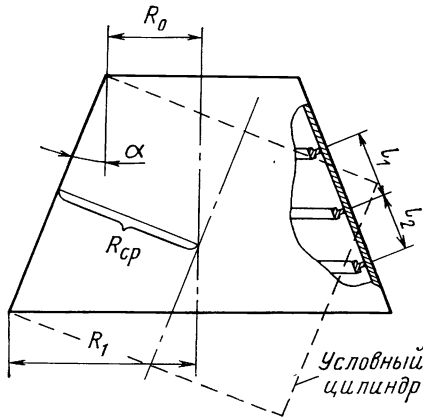


Рис. 54 К расчету критического давления общей потери устойчивости отсека

Критическое давление общей потери устойчивости отсека определим по соответствующим формулам, как для условной цилиндрической оболочки радиусом

$$R_{cp} = \frac{R_0 + R_1}{2 \cos \alpha}.$$

При вычислении параметров I и ζ принимаем среднее значение длины пролетов, притыкающихся к шпангоуту в середине отсека (рис. 54)

$$l = \frac{l_1 + l_2}{2}.$$

Глава 4

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОМБИНАЦИИ НАГРУЗОК

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ И ВНУТРЕННЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Гладкие оболочки

Экспериментальные исследования гладких цилиндрических оболочек показывают, что под действием внутреннего давления критические сжимающие напряжения вначале повышаются, но, начиная с некоторого значения давления \bar{p}_* , наблюдается падение критических напряжений. При сравнительно больших давлениях критические сжимающие напряжения могут оказаться меньше, чем при осевом сжатии ($p=0$).

С увеличением интенсивности внутреннего давления форма потери устойчивости оболочки при осевом сжатии непрерывно

изменяется. При нагружении только осевой нагрузкой потеря устойчивости сопровождается образованием глубоких, обращенных к центру кривизны, ромбовидных вмятин. При малом давлении образуются вмятины, вытянутые в окружном направлении. По мере увеличения интенсивности давления длина вмятин вдоль дуги увеличивается. При значительном внутреннем давлении образуются сплошные кольцевые складки, что соответствует осесимметричной форме потери устойчивости.

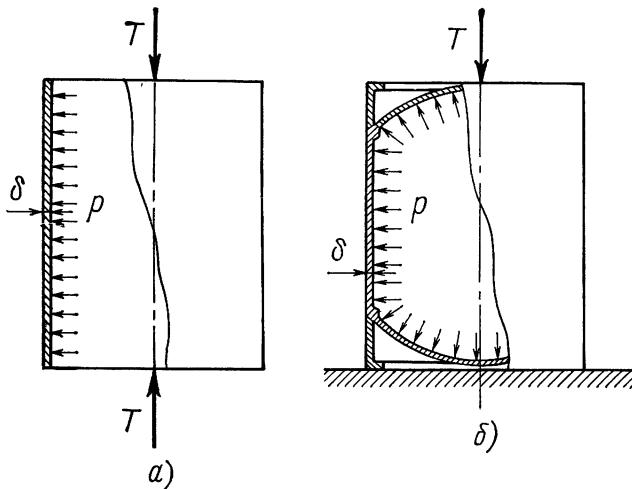


Рис. 55. Оболочка под действием осевой силы и внутреннего давления:

a—в окружном направлении; *б*—в окружном и продольном направлениях

Критические напряжения сжатия с учетом одновременного действия внутреннего давления

$$\sigma_{кр} = k_p \frac{E\delta}{R} \quad (118)$$

Разрушающая осевая сила при нагружении оболочки давлением только в окружном направлении (рис. 55, *a*)

$$T_{кр} = 2\pi R\delta \cdot \sigma_{кр}$$

Значения коэффициентов $k_p = f(\bar{p}, R/\delta)$, полученные в результате многочисленных экспериментальных исследований, представлены на графиках (рис. 56), где $\bar{p} = p/E \cdot (R/\delta)^2$ — безразмерный параметр давления, а p — величина нормального давления. Как видно из графиков, с увеличением \bar{p} коэффициент

k_p вначале увеличивается. Кривая A может быть представлена выражениями:

$$k_p = k + 0,265 \sqrt{\bar{p}}, \quad (119)$$

при $\bar{p} > 0,8 \quad k_p = k + 0,24,$

здесь

$$k = 0,18.$$

Начиная с давления

$$\bar{p}_* = 83 \cdot 10^{-6} \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2} \quad (120)$$

наблюдается снижение коэффициента k_p , которое представлено семейством кривых в зависимости от отношения R/δ . Чем боль-

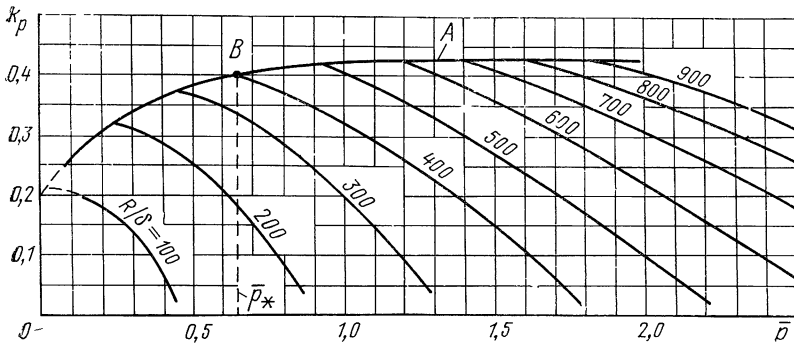


Рис. 56. Коэффициент устойчивости k_p для гладких оболочек под действием осевой силы и внутреннего давления

ше R/δ , тем при бóльших давлениях \bar{p}_* наступает начало снижения k_p .

Для конструкций, в которых оболочка является частью емкости (см. рис. 55, б), несущая способность на осевое сжатие увеличивается за счет действия в осевом направлении разгрузки от давления. С учетом этого абсолютная величина разрушающей осевой силы

$$T = 2\pi R \delta \sigma_{кр} + \pi R^2 p. \quad (121)$$

Пример. Определить разрушающую осевую нагрузку цилиндрической оболочки емкости (см. рис. 55, б), нагруженной внутренним давлением $p = 10$ кгс/см². Радиус оболочки $R = 60$ см, толщина стенки $\delta = 0,15$ см, модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^6$ кгс/см².

Определим $\bar{p} = \frac{10}{2 \cdot 10^6} \left(\frac{60}{0,15} \right)^2 = 0,8.$

По графику (см. рис. 56) для $\bar{p}=0,8$ и $R/\delta=400$ найдем $k_p=0,37$. По формуле (118) вычислим

$$\sigma_{кр} = 0,37 \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,15}{60} = 1850 \text{ кгс/см}^2.$$

По формуле (121) определим

$$T = 6,28 \cdot 60 \cdot 0,15 \cdot 1850 + 3,14 \cdot 60^2 \cdot 10 = 127000 \text{ кгс.}$$

Вафельные оболочки

Экспериментальные исследования совместного действия осевого сжатия и внутреннего давления по схеме нагружения (см. рис. 55, б) проводились на оболочках различных диаметров, видов расположения ребер (продольно-кольцевое, перекрестное) при отношении $R/\delta_{пр} \leq 200$. Торцы испытуемых оболочек приваривались к жесткому фланцевому шпангоуту. Конструктивное оформление торцевых шпангоутов и крепления в испытательном оборудовании предусматривало по возможности безмоментную передачу усилий на оболочку. Разрушение при малых и больших давлениях происходило вблизи заделки оболочки по симметричной форме с образованием в окружном направлении одной кольцевой волны. Установлено, что порядок нагружения (увеличение T при постоянном p или увеличение p при постоянном T) не влияет на несущую способность. В результате испытаний было отмечено снижение расчетной критической нагрузки $T_{кр}$, определенной по формуле (14) с коэффициентом устойчивости (17), на величину, примерно равную разгрузке от давления $\pi R^2 p$. Абсолютная несущая способность оболочки $T = T_{кр} + \pi R^2 p$ оставалась постоянной при любом значении давления. Были, однако, зафиксированы отдельные случаи, когда интенсивность падения $T_{кр}$ была несколько больше величины разгрузки от давления. Таким образом, при расчете оболочки, нагруженной одновременно внутренним давлением, абсолютную величину разрушающей нагрузки (при $R/\delta_{пр} \leq 200$) можно вычислять по формуле (14) с коэффициентом устойчивости (17), полагая $p=0$.

В результате экспериментальной проверки установлено, что внутреннее давление способствует повышению несущей способности местной устойчивости. Можно считать, что даже небольшое давление фактически исключает возможность местного разрушения стенки в оболочке, спроектированной с учетом условия равнопрочности.

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ И ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Гладкие оболочки

Потеря устойчивости при комбинированном нагружении (рис. 57) сопровождается волнообразованием смешанного типа. Вмятины оказываются более вытянутыми вдоль образующей,

чем при сжатии. Если же основной нагрузкой является внешнее давление, то разрушение происходит с образованием в окружном направлении нескольких вмятин, вытянутых в продольном направлении на всю длину образующей.

Критическое состояние оболочки может быть описано уравнением

$$\left(\frac{T}{T_{кр}}\right)^\alpha + \frac{p}{p_{кр}} = 1, \quad (122)$$

где T , p — действующие осевая сила и внешнее давление; $p_{кр}$ — критическое давление при $T=0$; $T_{кр}$ — критическая осевая сила при $T=0$.

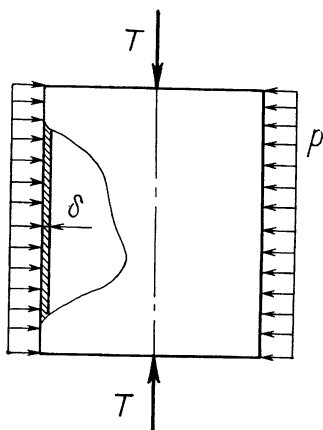


Рис. 57. Оболочка под действием осевой силы и внешнего давления

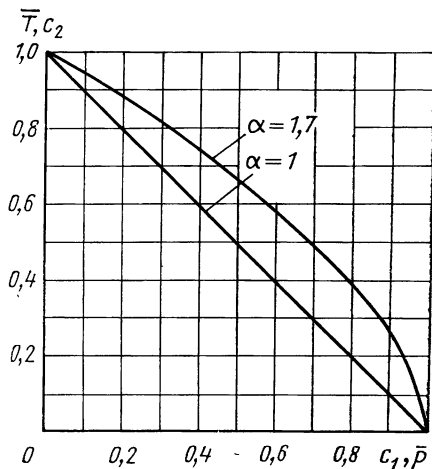


Рис. 58. Коэффициенты c_1 и c_2

Для практических расчетов формулу (122) удобнее выразить относительно одного из силовых факторов с учетом влияния второго. Критическое внешнее давление с учетом одновременного действия осевого сжатия

$$p_{кр T} = p_{кр} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{кр}}\right)^\alpha \right] = c_1 p_{кр}, \quad (123)$$

где коэффициент c_1 определяется с помощью графика на рис. 58 по отношению $\bar{T} = T/T_{кр}$.

Критическая осевая сила с учетом одновременного действия внешнего давления

$$T_{кр p} = T_{кр} \left(1 - \frac{p}{p_{кр}} \right)^{1/\alpha} = c_2 T_{кр}, \quad (124)$$

где коэффициент c_2 определяется по графику, приведенному на рис. 58 в зависимости от отношения $\bar{p} = p/p_{кр}$.

Для гладких оболочек с достаточной надежностью можно принять $\alpha=1$ [6]. Рекомендуемое значение α определяет уровень расчетного предельного состояния оболочки при комбинированном нагружении, который лежит не выше уровня экспериментальных данных. Практический расчет проводится по одной из формул (123) или (124). Выбор формулы обычно определяется либо основной нагрузкой, либо по наиболее существенному силовому фактору.

Вафельные оболочки

Расчет общей потери устойчивости проводится по формулам (123), (124). На основании экспериментальных данных можно принять $\alpha=1,7$.

В результате экспериментальной проверки местной устойчивости стенки при одновременном действии осевой силы и сравнительно небольшого внешнего давления установлено, что внешнее давление способствует снижению величины абсолютной разрушающей осевой силы. Местная потеря устойчивости происходила хлопком без общего разрушения отсека.

Оболочки, подкрепленные только кольцевыми ребрами

При комбинированном нагружении таких конструкций необходимо иметь в виду, что только при раздельном действии силовых факторов возможно несколько форм разрушения, каждая из которых приводит к потере несущей способности всего отсека. К числу этих форм относятся следующие: для внешнего давления — общая потеря устойчивости, местное разрушение стенки, для осевого сжатия — общая потеря устойчивости по несимметричной (нежесткие ребра) или симметричной (жесткие ребра) форме, местная потеря устойчивости.

Ввиду многочисленности форм разрушения экспериментальное исследование таких конструкций при комбинированном нагружении осложнено и требует четкого представления всех возможных форм разрушения, особой корректности при обработке результатов опытов.

КРУЧЕНИЕ ИЛИ ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ И ВНУТРЕННЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Гладкие оболочки

Критические касательные напряжения с учетом одновременного действия внутреннего давления для оболочек средней длины $l \geq 20 \sqrt{R\delta}$ [7]

$$\tau_{кр\ p} = \sqrt{0,582 \frac{E2\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} + 0,635 pE}. \quad (125)$$

Формулу (125) удобнее записать в виде

$$\tau_{кр p} = \tau_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}, \quad (125a)$$

где $\tau_{кр}$ — критические касательные напряжения при $p=0$, p — действующее внутреннее давление; $p_{кр}$ — критическое внешнее давление при $\tau=0$.

Как видно из формулы (125a), под действием внутреннего давления существенно повышается несущая способность оболочки. Так, например, при $p/p_{кр} \doteq 3$ критические напряжения возрастут в два раза.

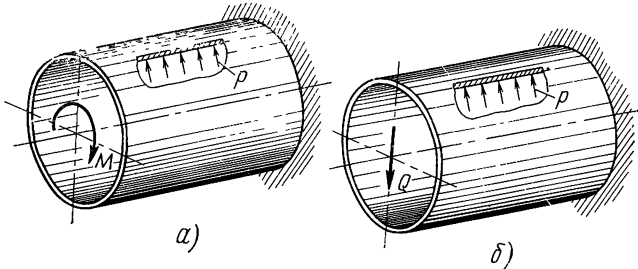


Рис. 59. Оболочка под действием:

а—крутящего момента и внутреннего давления; *б*—поперечной силы и внутреннего давления

Критический крутящий момент с учетом одновременного действия внутреннего давления (рис. 59, *а*)

$$M_{кр p} = 2\pi R^2 \delta \tau_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}. \quad (126)$$

Критическая поперечная сила с учетом одновременного действия внутреннего давления (см. рис. 59, *б*)

$$Q_{кр p} = \pi R \delta \tau_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}. \quad (127)$$

Вафельные оболочки

Для расчетов критического крутящего момента или поперечной силы при одновременном действии внутреннего давления можно рекомендовать формулы

$$M_{кр p} = M_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}; \quad (128)$$

$$Q_{кр p} = Q_{кр} \sqrt{1 + \frac{p}{p_{кр}}}, \quad (129)$$

здесь $M_{кр}$, $Q_{кр}$ — критические нагрузки при $p=0$.

КРУЧЕНИЕ ИЛИ ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ И ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Критический крутящий момент или поперечная сила (рис. 60) при одновременном действии внешнего давления

$$M_{кр p} = M_{кр} \sqrt{1 - \frac{p}{p_{кр}}}; \quad (130)$$

$$Q_{кр p} = Q_{кр} \sqrt{1 - \frac{p}{p_{кр}}}, \quad (131)$$

где $p_{кр}$ — критическое внешнее давление;
 $M_{кр}$, $Q_{кр}$ — критический момент и поперечная сила при $p=0$.

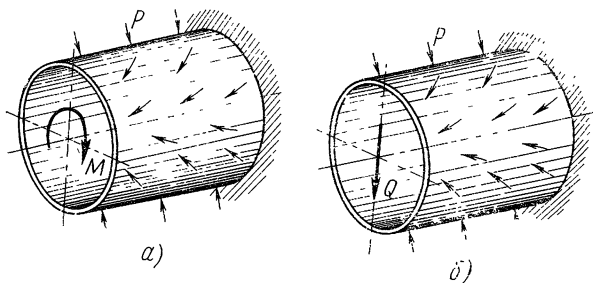


Рис. 60. Оболочка под действием:

а—крутящего момента и внешнего давления; б—поперечной силы и внешнего давления

Как видно из выражений (130), (131), влияние внешнего давления проявляется в понижении критического момента или поперечной силы. Так, например, при $p/p_{кр}=0,75$ по сравнению со случаем $p=0$ критические нагрузки снизятся в два раза. При $p=p_{кр}$ имеем $M_{кр p}=0$, $Q_{кр p}=0$, т. е. конструкция не выдерживает нагружения моментом или поперечной силой.

ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ И ОСЕВОЕ СЖАТИЕ

Критическое состояние оболочки может быть представлено в виде уравнения, значения которого находятся ниже экспериментальных точек [6]

$$\frac{T}{T_{кр}} + \left(\frac{Q}{Q_{кр}}\right)^2 = 1. \quad (132)$$

Формулу (132) удобнее выразить относительно одной из нагрузок с учетом влияния второй. Критическая осевая сила с учетом одновременного действия поперечной силы

$$T_{кр Q} = T_{кр} \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{кр}}\right)^2\right]; \quad (133)$$

критическая поперечная сила с учетом одновременного действия осевой силы (рис. 61)

$$Q_{кр T} = Q_{кр} \left(1 - \frac{T}{T_{кр}} \right)^{1/2}, \quad (134)$$

здесь T , Q — действующие осевая и поперечная силы;
 $T_{кр}$ — критическая осевая сила при $Q=0$;
 $Q_{кр}$ — критическая поперечная сила при $T=0$.

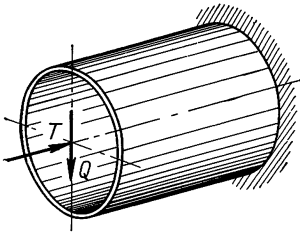


Рис. 61. Оболочка под действием осевой и поперечной сил

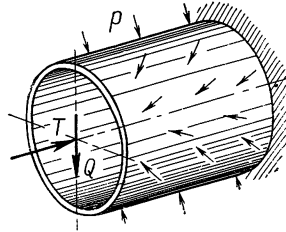


Рис. 62. Оболочка под действием осевой и поперечной сил и внешнего давления

ПОПЕРЕЧНЫЙ СДВИГ, ОСЕВОЕ СЖАТИЕ И ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Критическое состояние оболочки при действии данной комбинации нагрузок (рис. 62) описывается уравнением [6]

$$\frac{T}{T_{кр}} + \left(\frac{Q}{Q_{кр}} \right)^2 + \frac{p}{p_{кр}} = 1. \quad (135)$$

Если основными нагрузками являются осевая или поперечная силы, расчет удобнее проводить по следующим формулам: критическая осевая сила с учетом одновременного действия поперечной силы Q и внешнего давления p

$$T_{кр Q p} = T_{кр} \left[1 - \frac{p}{p_{кр}} - \left(\frac{Q}{Q_{кр}} \right)^2 \right]; \quad (136)$$

критическая поперечная сила с учетом одновременного действия осевой силы T и внешнего давления p

$$Q_{кр T p} = Q_{кр} \sqrt{1 - \frac{p}{p_{кр}} - \frac{T}{T_{кр}}}. \quad (137)$$

ЛОКАЛЬНОЕ ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ И ВНУТРЕННЕЕ ДАВЛЕНИЕ

Экспериментальные исследования совместного действия внутреннего и локального внешнего давлений (рис. 63) проводилась на оболочках вафельного типа. Локальная нагрузка передавалась жестким ложементом.

При действии нагрузки ложементного типа (см. рис. 49, а), внутреннее давление не оказывало заметного влияния на критическое давление, повышая несущую способность конструкции только как разгрузка. Разрушающее абсолютное внешнее давление с учетом действия внутреннего

$$p_{кр\ p} = p_{кр} + p, \quad (138)$$

где p — внутреннее давление; $p_{кр}$ — критическое локальное давление при $p=0$.

Вполне очевидно, что данное выражение будет справедливо и для гладких оболочек.

При действии локальной нагрузки сосредоточенного типа (см. рис. 49, б) внутреннее давление оказывало заметное влияние на несущую способность. С проведенными экспериментами хорошо согласуется эмпирическая формула

$$p_{кр\ p} = p_{кр} + p \left(1 + \frac{5 \sqrt{R \delta_{пр}}}{a_2} \right). \quad (139)$$

ЛОКАЛЬНОЕ ВНЕШНЕЕ ДАВЛЕНИЕ И ОСЕВОЕ СЖАТИЕ

Экспериментальные исследования вафельных оболочек под действием осевого сжатия и локального давления (рис. 64) показали следующее.

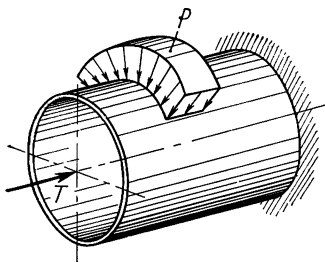


Рис. 64. Оболочка под действием локального внешнего давления и осевой силы

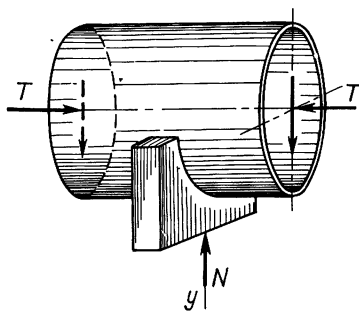


Рис. 65. Оболочка под действием реакции ложемента и осевой силы

1. При осевом сжатии локальное нормальное давление влияет на несущую способность конструкции не в большей мере, чем равномерное осесимметричное давление. Это сравнительно слабое влияние локальной нагрузки при осевом сжатии (чем мож-

но было бы ожидать), очевидно, объясняется тем, что вафельные оболочки сравнительно мало чувствительны к несовершенствам формы как при осевом сжатии, так и при всестороннем внешнем давлении.

2. Последовательность нагружения оболочки (увеличение T при постоянном p , увеличение p при постоянном T) не влияет на несущую способность конструкции.

3. Для практического расчета вафельных оболочек можно рекомендовать формулы (123) и (124), принимая $\alpha=1,7$.

Критическая опорная реакция ложеента (результатирующая нормального давления на ось y , рис. 65) с учетом дрействия осевой силы

$$N_{кр T} = N_{кр} \left[1 - \left(\frac{T}{T_{кр}} \right)^\alpha \right] = c_1 N_{кр}, \quad (140)$$

где $N_{кр}$ — критическая реакция опоры при $T=0$; c_1 — определяется по графику, приведенному на рис. 58 в зависимости от отношения $T = T/T_{кр}$.

Глава 5

СФЕРИЧЕСКИЕ И ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ

ГЛАДКИЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Потеря устойчивости сферических оболочек под внешним давлением происходит внезапно, хлопком. В одних случаях волнообразование сопровождается появлением одной быстро развивающейся вмятины (симметричная форма), а в других — образованием группы волн (несимметричная форма), соединяющихся затем в одну глубокую вмятину.

Как показывают многочисленные эксперименты, формула критического давления для идеальных оболочек

$$p_{кр} = 1,21 \frac{E\delta^2}{R^2}$$

дает в 4—6 раз большие значения, чем наблюдаемые на опыте. Величина коэффициента, при котором происходит хлопок, составляет 0,2—0,3 вместо 1, 21 [6]. Величина давления потери устойчивости зависит от начальных несовершенств формы и с их увеличением заметно уменьшается. По сравнению с качественно изготовленными оболочками при несовершенствах формы порядка толщины оболочки и более критическое давление снижается в 1,5—2 раза. При больших значениях R/δ предполагаются значительные начальные несовершенства оболочки, что ведет к снижению $p_{кр}$.

В конструкциях сферические оболочки встречаются в виде сегментов, закрепленных по краю. Различают выпуклые сегменты, у которых подъем H можно сравнить с радиусом кривизны R , и пологие, у которых величина подъема одного порядка с толщиной оболочки и не превышает $H \leq 4\delta$ (рис. 66).

Чаще всего сферические оболочки применяют в качестве днищ для емкостей. На несущую способность днища влияют такие технологические факторы, как начальные несовершенства формы в виде отклонений от теоретического контура, местные

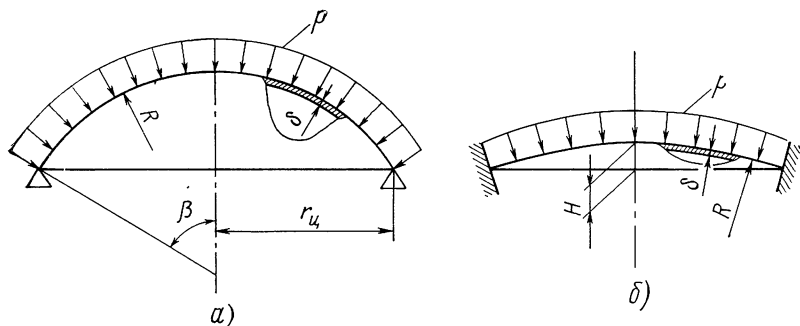


Рис. 66. Схема нагружения давлением сферических сегментов:
а—выпуклого; б—пологого

вмятины или остаточные напряжения после штамповки или сварки. Остаточные напряжения обычно снижаются при отжиге деталей. Все перечисленные факторы учитываются в расчете при выборе коэффициента устойчивости k .

Помимо несовершенств формы оболочки, на величину разрушающего давления весьма существенное влияние оказывает жесткость распорного шпангоута. При маложестком шпангоуте снижение нагрузки может составлять 30—50%. Кроме этого, из-за неправильной силовой схемы сечения распорного узла в месте заделки днища могут действовать значительные усилия изгиба, приводящие также к снижению критической нагрузки.

При проведении расчетов сфер под внешним давлением критическое давление или критические напряжения определяют по формулам

$$p_{кр} = kE\delta^2/R^2; \quad \sigma_{кр} = kE\delta/2R. \quad (141)$$

Коэффициент k для качественно изготовленных оболочек при $250 \leq R/\delta \leq 800$ определяется из выражения

$$k = \frac{1}{2,36} \sqrt[8]{\left(\frac{100\delta}{R}\right)^3} \quad (142)$$

или по графику, приведенному на рис. 67. Для области $R/\delta \leq 250$ в соответствии с рекомендациями книги [6] можно принять $k =$

$= 0,3$. Если оболочка изготовлена недостаточно качественно и начальные несовершенства достигают величины толщины стенки, k обычно снижают в 1,5—2 раза.

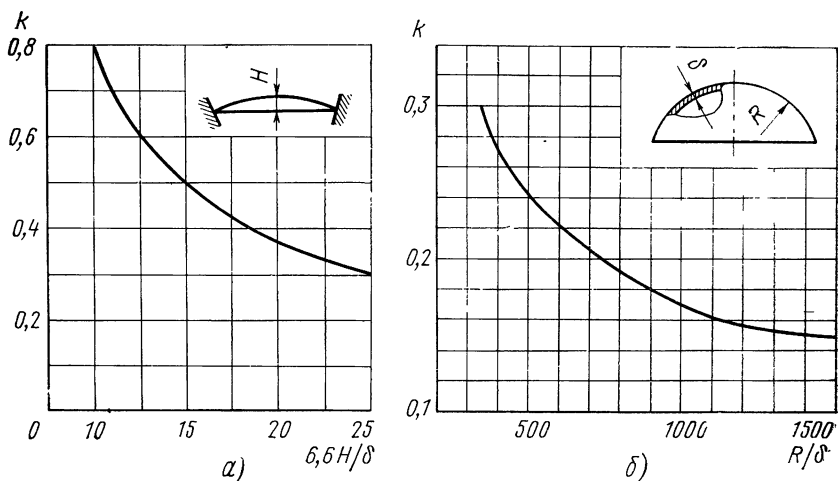


Рис. 67. Коэффициент k для сферических сегментов:
а—пологих; б—выпуклых

Некоторые замечания к проектированию и проектировочный расчет

При проектировании днищ емкостей, работающих на устойчивость под внешним давлением, обычно учитывают следующие три фактора:

1. Чувствительность оболочки к несовершенствам формы (учитывается соответствующим выбором коэффициента устойчивости k);

2. Жесткость заделки контура днища на распорном шпангоуте. Если действующие в шпангоуте напряжения при давлении $p_{кр}$ не превышают предела текучести материала, коэффициент k для днища может быть принят по формуле (142) или в соответствии с графиком, приведенным на рис. 67.

3. Конструктивное оформление распорного узла и места сопряжения днища со шпангоутом. Безмоментная передача усилий с днища на шпангоут обеспечивается соответствующим выбором профиля сечения шпангоута. В сварных конструкциях соединение днища со шпангоутом должно быть выполнено сварным швом встык с ограниченным смещением свариваемых кромок.

В отношении последних двух факторов предпочтительнее торо-сферическое днище без сварного шва на сферической части.

Необходимо по возможности избегать установки на оболочке приварных конструктивных надстроек, которые неизбежно приводят к появлению местных несовершенств. Чувствительность оболочек к несовершенствам формы требует более осторожного подхода к выбору коэффициента устойчивости и расчетного запаса прочности. С другой стороны, в чертежной документации должны предусматриваться требования к контролю качества изготовления (допустимые величины отклонений от теоретического контура, смещений свариваемых кромок).

Порядок проектировочного расчета

Задано: эксплуатационное давление p , радиус кривизны днища R , механические свойства материала E и σ_T .

Для днища цилиндрической емкости из условия минимальной массы радиус сферы $R = 1,15 r_{ц}$ ($r_{ц}$ — радиус цилиндрических обводов емкости).

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим необходимое значение разрушающего давления $p_{кр} = f p$.

2. Определим толщину оболочки

$$\delta = \left(\frac{p_{кр} R^2 \sqrt[8]{R^3}}{2,38 c E} \right)^{0,42},$$

где $c = 1$ — для качественно изготовленных оболочек; $c = 0,5$ — для оболочек, в которых предполагаются несовершенства, превышающие толщину.

Приведенная формула справедлива при $R/\delta = 250 \dots 800$.

3. По окончательно принятой толщине оболочки определим критические напряжения, сравним их с пределом текучести материала:

$$\sigma_{кр} = p_{кр} R / 2\delta \leq \sigma_T.$$

ВАФЕЛЬНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Для сферических оболочек возможно радиально-кольцевое, перекрестное и радиальное расположение ребер (рис. 68).

Оболочки с первыми двумя видами подкреплений, у которых ребра монолитно скреплены со стенкой, называют вафельными. Экспериментальной проверкой установлено, что эти варианты следует считать равноценными в весовом отношении.

Изготовление днищ способом химического травления целесообразно в случае перекрестного расположения ребер, при котором ребра обоих направлений ориентируют под одинаковым углом к направлению линий проката $m-m$ в исходном листе. Этим обеспечивается одинаковая скорость травления в направлении ширины ребер, а следовательно, более высокая точность изготовления заданных размеров и получение детали мечьшей

массы. Разница же скорости травления в направлениях вдоль проката и поперек может быть существенной из-за анизотропии материала. Так, например, для алюминиевых сплавов она составляет порядка 20%. Форма ячеек вблизи осей x и y близка к квадрату. С удалением от этих осей ячейки приобретают некоторую ромбовидность. Наибольшую ромбовидность имеют ячейки в четырех зонах B . Для дна с углом раствора 2β , близком к 180° , в зонах B ячейки приобретают форму сильно вытянутого

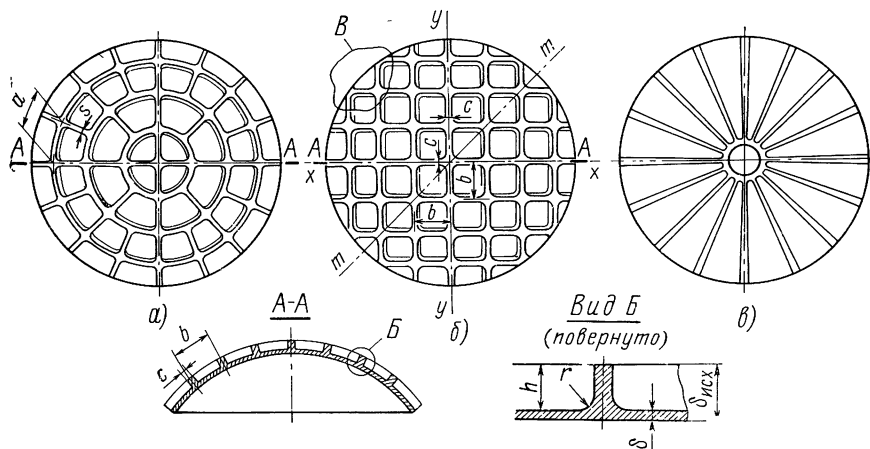


Рис. 68. Конструктивный вид подкрепленных сферических оболочек с последующим расположением ребер:

a —радиально-кольцевым; b —перекрестным; $в$ —радиальным

ромба, что затрудняет их изготовление. Перекрестное расположение ребер целесообразно для дна с углом раствора $2\beta \leq 120^\circ$. При этом все ячейки занимают примерно одинаковую площадь, благодаря чему обеспечивается равнопрочность местной устойчивости. Равные площади ячеек при химическом травлении обеспечивают более высокую точность изготовления ширины ребер, а также толщины стенки. Последнее обстоятельство особенно важно при большой глубине травления.

Радиально-кольцевое, а также перекрестное расположение ребер применяют при изготовлении механическим фрезерованием. Этот способ обеспечивает наиболее высокую точность изготовления заданных размеров. Электроимпульсное фрезерование применяют при радиально-кольцевом расположении ребер.

Испытания проводились на днищах различных габаритов, вариантов расположения ребер, способов изготовления (химическим травлением, механическим или электроимпульсным фрезерованием), при расположении ребер с внутренней или наружной поверхности днища. В последнем случае разницы несущей способности не было отмечено.

Для днищ с подкреплением вафельного типа возможна местная потеря устойчивости отдельных ячеек и общая потеря устойчивости днища вместе с подкрепляющими ребрами. В обоих случаях разрушение происходит хлопком. Форма разрушения при общей потере устойчивости — несимметричная, с образованием в окружающем направлении нескольких вмятин.

Экспериментальная проверка нескольких оболочек (расположение ребер внутреннее или наружное) показала, что местная потеря устойчивости отдельных ячеек несущественно влияет на

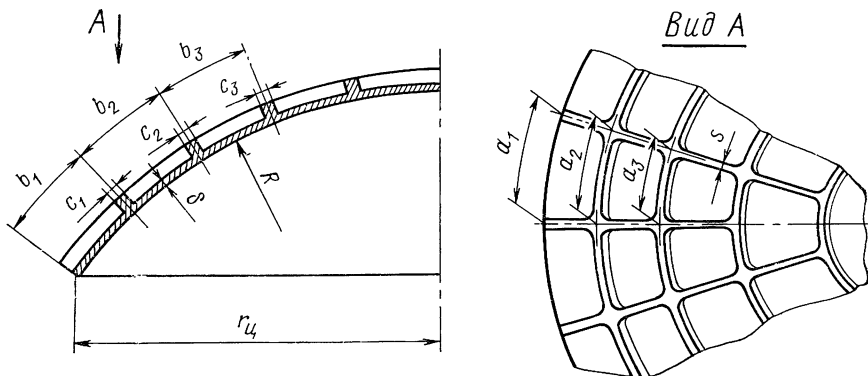


Рис. 69. К расчету вафельных сферических днищ с радиально-кольцевым набором

общую устойчивость. Экспериментально исследовалась оболочка с очень малой толщиной стенки, у которой $p_{кр.м} = 0,5p_{кр}$. Ребра располагались с наружной стороны. После потери устойчивости всех ячеек днище по каркасу ребер не теряло сферической формы. Общая потеря устойчивости днища произошла при значении, близком к расчетному. При проектировании, однако, следует обеспечить условие $p_{кр.м} \geq p_{кр}$.

Критическое давление общей потери устойчивости оболочек с перекрестным или продольно-кольцевым набором

$$p_{кр} = kE\delta^2/R^2 [1 + \beta\varphi(\varphi - 1)^2], \quad (143)$$

где $\varphi = 2\pi c/b$ — для оболочек с перекрестным набором; $\varphi = \sqrt{\varphi_1\varphi_2}$ для оболочек с радиально-кольцевым набором,

здесь $\varphi_1 = 2\pi s/a_i$, $\varphi_2 = 2\pi c_i/b_i$;

i — номер ячеек (ребер), отсчет ведется от основания сферы (рис. 69).

При произвольно заданных размерах ширины и шага ребер следует вычислить коэффициенты φ_1 , φ_2 , а затем φ для каждого пролета. Эти вычисления удобнее выполнять, пользуясь форму-

лами, приведенными в табл. 5. Разрушающее давление рекомендуется определять по минимальному значению, хотя правильнее будет принять среднее значение ϕ в центральной зоне предполагаемой вмятины.

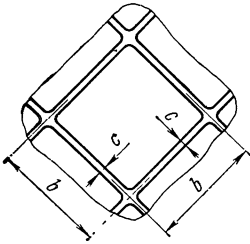
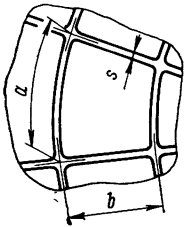
Коэффициент β определяется по формулам (15), (16) или в соответствии с рис. 11.

Коэффициент k по экспериментальным данным для рассматриваемых видов расположения ребер и способов изготовления при $R/\delta_{пр} \leq 200$ равнялся $k=0,28 \dots 0,33$. В испытываемых днищах площадь распорного шпангоута была такова, что действующие от распорных усилий напряжения не превышали предела текучести материала.

Критическое давление местной потери устойчивости стенки в ячейках определяется по формулам, приведенным в табл. 20.

Таблица 20

Формулы для расчета местной устойчивости стенки

Расположение ребер	Расчетные формулы												
<p>Перекрестное</p> 	$p_{кр.м} = 2k_1 \frac{E\delta^3}{Rb_0^2}$ $b_0 = b - c - 2r$ $k_1 = 3(1,81; 4,84)$												
<p>Радиально-кольцевое</p> 	<p>Для $b \geq a$</p> $p_{кр.м} = 2k_1 \frac{E\delta^3}{Ra_0^2}$ $a_0 = a - s - 2r$ <table border="1" data-bbox="452 1178 920 1324"> <tr> <td>b/a</td> <td>1</td> <td>1,2</td> <td>1,6</td> <td>2,0</td> <td>3,0</td> </tr> <tr> <td>k_1</td> <td>3(1,81; 4,84)</td> <td>2,54</td> <td>2,1</td> <td>1,87</td> <td>1,66</td> </tr> </table> <p>Для $b < a$ в расчетной формуле и при определении k_1 необходимо изменить обозначения a на b и b на a</p>	b/a	1	1,2	1,6	2,0	3,0	k_1	3(1,81; 4,84)	2,54	2,1	1,87	1,66
b/a	1	1,2	1,6	2,0	3,0								
k_1	3(1,81; 4,84)	2,54	2,1	1,87	1,66								

При выводе формул, которые получены аналогично формулам для осевого сжатия цилиндров, действующие напряжения в запас прочности определялись по толщине стенки без учета ребер. Коэффициент k_1 зависит от условий закрепления кромок ячейки и ее формы. По экспериментальным данным, полученным при испытаниях оболочек, изготовленных химическим травлением, механическим или электроимпульсным фрезерованием, условия заделки кромок не ниже среднего значения между опиранием и защемлением. Значения k_1 , рекомендуемые в табл. 20, приняты по экспериментальным данным для вафельных оболочек с ячейками квадратной формы или близкой к ней. В скобках указываются теоретические значения для плоской пластинки с опертым и защемленным контуром.

При проведении опытов было замечено, что краевые усилия, действующие в зоне заделки днища на шпангоуте, могут привести к преждевременной местной потере устойчивости. В среднем в краевой зоне $k_1 \approx 2,2$. Это, однако, не влияло на величину критического давления общей потери устойчивости днища. По крайней мере, результаты проведенных испытаний не выявили этого влияния. Если требуется сохранить геометрию днища в процессе его работы, при проектировании необходимо предусмотреть соответствующие конструктивные мероприятия, исключающие потерю устойчивости, например, уменьшить в краевой зоне шаг ячеек. Преждевременное местное разрушение стенки может быть вызвано также влиянием смещения кромок свариваемых деталей, остаточными сварочными напряжениями или короблениями стенки от сварки.

Исследовались днища, подкрепленные только радиальными ребрами (см. рис. 68, в), полученные химическим травлением или механическим фрезерованием с $R/\delta_{гр} < 300$ и $2\beta \approx 120^\circ$. Теоретических данных для расчета таких конструкций нет. Существующие зависимости относятся к конструктивным системам, жесткость стенки которых в продольном и окружном направлениях одинакова. Вызывает также затруднение расчет местной устойчивости стенки.

Разрушение днищ происходило хлопком в результате общей потери устойчивости. Образовавшаяся вмятина захватывала несколько радиальных ребер и располагалась между полюсом днища и шпангоутом. Местной потери устойчивости стенки не наблюдалось. Анализ испытаний показывает, что роль радиальных ребер очень существенна. В весовом отношении такие конструкции, вероятно, близки или равноценны вафельным. Отсутствие теоретических зависимостей не позволяет дать количественную оценку в этом отношении. Однако для качественного сравнения особенно показательным будет следующий эксперимент. Первоначально были изготовлены и испытаны вафельные конструкции. В последующих сборках, изготовленных с такими же размерами, что и первые, были удалены кольцевые ребра. Разрушающее давление доработанныхборок оказалось практически одинаковым с давлением, разрушающим вафельную конструкцию. Из этого можно сделать важное в практическом отношении предположение: в подкрепленных днищах основную роль в обеспечении несущей способности, очевидно, играют радиальные ребра. Поэтому для днищ вафельного типа с радиально-кольцевым набором рациональной может быть конструкция, имеющая широкие радиальные ребра и сравнительно узкие кольцевые.

Для расчета общей потери устойчивости оболочек с радиальными ребрами может быть использована формула (143), где $\varphi = 2\pi l s/a$, а коэффициент β определяется по формулам (35), (36) или в соответствии с рис. 15.

Для оценки местной устойчивости можно воспользоваться формулой, приведенной в табл. 20, при этом расчет проводится по максимальному шагу радиальных ребер в основании днища, а числовой коэффициент $k_1 \approx 1,5 \dots 2$.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Результаты анализа весовой оптимальности

Качественные и количественные результаты, полученные для цилиндров под действием осевого сжатия, можно целиком отнести к сферическим вафельным оболочкам под действием внешнего давления. Для практических расчетов коэффициента весового совершенства и $\varphi_{\text{опт}}$ необходимо пользоваться формулами (11) — (13) и графиками, приведенными на рис. 9.

Область применения вафельных оболочек

Область применения вафельных оболочек ограничивается, с одной стороны, технологическими возможностями, с другой — предельными механическими свойствами применяемого материала. Все необходимые формулы получены также, как для осевого сжатия цилиндров. Действующие напряжения определялись без учета усилий, приходящихся на ребра.

При заданном технологическом пределе толщины стенки $\delta = \delta_{\text{техн}}$, критическое давление, при котором применение вафельных оболочек нецелесообразно по технологическим ограничениям:

$$p_{\text{ирел}} = \left| \begin{array}{l} 0,76 \\ 1,10 \end{array} \right| \frac{kE\psi}{R^2} \delta_{\text{техн}}^2. \quad (144)$$

При давлении $p_{\text{кр}} < p_{\text{пред}}$ целесообразно применять гладкие оболочки. Предельное значение эффективности подкрепления, при котором действующие напряжения становятся равными пределу текучести материала:

$$\psi_{\text{ирел}} = \left| \begin{array}{l} 5,3 \\ 3,7 \end{array} \right| \frac{\sigma_{\tau}^2}{kE p_{\text{кр}}}. \quad (145)$$

При значениях $\psi < \psi_{\text{пред}}$, действующие напряжения в оболочке будут меньше предела текучести. Из формулы (145) определим минимальный предел текучести, которым должен обладать принятый материал при заданном ψ :

$$\sigma_{\tau} = \left| \begin{array}{l} 0,435 \\ 0,520 \end{array} \right| \sqrt{\psi k E p_{\text{кр}}}. \quad (146)$$

Пример 1. Задано разрушающее давление $p_{\text{кр}} = 10$ кгс/см², радиус кривизны сферы $R = 80$ см; материал — алюминиевый сплав с $\sigma_{\tau} = 1600$ кгс/см²

и $E=0,7 \cdot 10^6$ кгс/см², способ изготовления — механическое фрезерование при $r=0$; $\delta_{\text{техн}}=0,15$ см.

Приняв $k=0,28$ и $\psi=6$ по формуле (144) определим

$$p_{\text{пред}} = 1,1 \frac{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 6}{802} 0,15^2 = 4,55 \text{ кгс/см}^2.$$

Так как $p_{\text{пред}}$ меньше заданного давления, то применение вафельной оболочки не ограничивается технологическим пределом толщины стенки.

По формуле (145) вычислим

$$\psi_{\text{пред}} = 3,7 \frac{1600^2}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 10} = 4,84.$$

При принятом $\psi=6$ материал будет работать за пределом текучести, так как $\psi > \psi_{\text{пред}}$. По формуле (146) найдем необходимое значение предела текучести, при котором можно принять $\psi=6$

$$\sigma_{\tau} = 0,52 \sqrt{6 \cdot 0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 \cdot 10} = 1790 \text{ кгс/см}^2.$$

Приближенная оценка массы или несущей способности

Если требуется, не вдаваясь в конструктивные подробности вафельной оболочки, по заданному давлению $p_{\text{кр}}$ определить необходимую эквивалентную толщину для оценки массы или для заданной δ_3 оценить $p_{\text{кр}}$, расчет проводится по формулам:

$$\text{если задано } p_{\text{кр}}, \quad \delta_3 = \left| \begin{array}{c} 1,78 \\ 1,48 \end{array} \right| R \sqrt{\frac{p_{\text{кр}}}{kE \left(\psi + \left| \begin{array}{c} 0,20 \\ -0,25 \end{array} \right| \right)}}, \quad (147)$$

$$\text{если задано } \delta_3, \quad p_{\text{кр}} = k \frac{E \delta_3^2}{R^2} \left| \begin{array}{c} 0,317 \\ 0,460 \end{array} \right| \left(\psi + \left| \begin{array}{c} 0,20 \\ -0,25 \end{array} \right| \right). \quad (148)$$

Толщину стенки и исходного листа ориентировочно можно оценить, пользуясь следующими соотношениями:

$$\delta = (0,6 \div 0,7) \delta_3,$$

$$\delta_{\text{исх}} = \psi \delta.$$

Для оболочек с оптимальными параметрами рекомендуемые приближенные зависимости дают результаты, практически одинаковые с данными, вычисленными по точным формулам.

Пример 2. Исходные данные те же, что в примере 1, но $\sigma_{\tau}=1800$ кгс/см². Приняв $\psi=6$ и $k=0,28$, определим эквивалентную толщину

$$\delta_3 = 1,48 \cdot 80 \sqrt{\frac{10}{0,28 \cdot 0,7 \cdot 10^6 (6 - 0,25)}} = 0,353 \text{ см.}$$

Ориентировочное значение толщины стенки и исходного листа

$$\delta = (0,6 \div 0,7) 0,353 = 0,21 \div 0,246 \text{ см;}$$

$$\delta_{\text{исх}} = 6 (0,21 \div 0,246) = 1,26 \div 1,48 \text{ см.}$$

Определение влияния изменения исходных данных на параметры конструкции

Масса конструкции определяется заданными при проектировании разрушающим давлением p_1 , модулем упругости материала E_1 и радиусом кривизны оболочки R_1 .

Основным расчетным параметром, определяющим массу конструкции, является эквивалентная толщина, которая по первоначальным данным получена равной $(\delta_э)_1$. В процессе проектирования необходимо определить как влияет на массу изменение исходных данных. В табл. 21 приводится значение эквивалентной толщины $(\delta_э)_2$, которая получается при изменении исходных данных (увеличении или уменьшении) до значений p_2, E_2, R_2 .

Как видно из таблицы, масса конструкции увеличивается при увеличении давления, радиуса кривизны и уменьшении модуля упругости материала.

Таблица 21

Эквивалентная толщина $(\delta_э)_2$

Измененный параметр	p_2	R_2	E_2
$(\delta_э)_2$	$(\delta_э)_1 \sqrt{p_2/p_1}$	$(\delta_э)_1 R_2/R_1$	$(\delta_э)_1 \sqrt{E_1/E_2}$

Зависимости, приведенные в табл. 21, справедливы и для оценки гладких оболочек. При этом под $(\delta_э)_1$ и $(\delta_э)_2$ понимается соответственно первоначальное и новое значение толщины неподкрепленной оболочки.

Новое значение исходной толщины листа при изменении давления (ранее принятое ψ сохраняется)

$$(\delta_{исх})_2 = (\delta_{исх})_1 \sqrt{p_2/p_1}. \quad (149)$$

Кроме того, для спроектированной конструкции определим изменение первоначально принятых размера ячейки (шага ребер) b_1 , ширины ребра c_1 и толщины стенки δ_1 с изменением исходных данных. Новое значение размера ячеек и ширины ребер (при условии, что ранее принятые ϕ и ψ остаются постоянными)

$$b_2 = b_1 \sqrt[4]{p_2/p_1}, \quad c_2 = c_1 (b_2/b_1). \quad (150)$$

Новое значение толщины стенки

$$\delta_2 = \delta_1 \sqrt{p_2/p_1}. \quad (151)$$

При существенном изменении давления все необходимые размеры устанавливаются при проектировочном расчете.

Порядок проектировочного расчета

Задано: эксплуатационное давление p , радиус оболочки R , механические свойства материала E и σ_T .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим требуемую величину разрушающего давления $p_{кр} = fp$.

2. Вычислим

$$B = \frac{p_{кр} R^2}{kE}.$$

Здесь k принимается в соответствии с рекомендациями к формуле (143).

3. Принимаем ψ . Рекомендуемые значения: $\psi = 6 \dots 7$ — для оболочек с прямоугольным сечением ребер; $\psi = 5 \dots 6$ — для оболочек, у которых $r \approx h$. Применение $\psi < 3$ нецелесообразно.

4. Определим оптимальное значение ψ по формуле (12). Для диапазона ψ , рекомендуемого в п. 3, оптимальное значение в среднем равно

$$\psi_{\text{опт}} \approx \left| \begin{array}{c} 0,28 \\ 0,46 \end{array} \right|.$$

Если нужно получить оболочку с увеличенным размером ячек, необходимо брать ψ уменьшенной величины. При этом следует иметь в виду, что для широкого диапазона $0,2 \leq \psi \leq 0,6$ весовое совершенство оболочки с погрешностью до 6% определяется только параметром ψ .

5. Определим β по формулам (15), (16) или в соответствии с рис. 11.

6. Найдем толщину стенки

$$\delta = \sqrt{\frac{B}{1 + \beta\psi(\psi - 1)^2}}.$$

Если появится необходимость увеличить толщину стенки, следует принять уменьшенное значение ψ , после чего, определив β , вычислить скорректированное значение δ .

7. Определим толщину исходного листа $\delta_{исх} = \psi\delta$. При необходимости уменьшения $\delta_{исх}$ следует принять уменьшенное значение ψ (масса конструкции увеличится). После вычислений по пп. 5 и 6 определим скорректированное значение $\delta_{исх}$.

8. Для оболочек с радиально-кольцевым набором принимаем соотношение подкрепления в окружном и радиальном направлениях:

$$\chi = \varphi_2 / \varphi_1, \quad \chi = 0,5 \dots 10.$$

В рекомендуемом диапазоне χ масса конструкции практически остается постоянной. На основании анализа проведенных экспериментов рационально принять $\chi < 1$.

9. Для оболочек:

а) с перекрестным набором шаг и ширина ребер

$$b = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{2\pi}} \left(2r + 1,415\delta \sqrt{\frac{k_1 E \delta}{R p_{кр}}} \right), \quad c = \frac{\varphi b}{2\pi};$$

б) для оболочек с радиально-кольцевым набором определим шаг радиальных ребер по основанию сферы радиуса $r_{ц}$ (см. рис. 69)

$$a_1 = \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{2\pi\sqrt{\chi}}} \left(2r + 1,415\delta \sqrt{\frac{k_1 E \delta}{R p_{кр}}} \right).$$

10. Примем число радиальных ребер $n = \frac{2\pi r_{ц}}{a_1}$. По окончательно принятому n определим $a_1 = 2\pi r_{ц}/n$.

11. Примем шаг кольцевых ребер $b_1, b_2, b_3, \dots, b_i$ при $b_i \leq a_1$.

Выбор шага подкрепляющих ребер по пп. 10 и 11 рекомендуется сопровождать чертежами сетки ребер. Для оболочек с большим углом раствора (2β) рекомендуется начиная с некоторого пролета уменьшить число радиальных ребер, как это показано на рис. 69.

12. Определим ширину радиальных и кольцевых ребер в каждом пролете

$$s_i = \frac{\varphi a_i}{2\pi\sqrt{\chi}}; \quad c_i = \chi \frac{s_i b_i}{a_i}.$$

ЕМКОСТИ С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Емкость в виде сплюснутого эллипсоида

Емкость в виде сплюснутого эллипсоида образована вращением вокруг малой оси эллипса $A-A$ (рис. 70, а). Разрушение происходит с образованием вмятин в зоне полюсов A , где главные радиусы кривизны имеют наибольшее значение $R = a^2/b$. Поэтому в конструкциях необходимо обращать внимание на качество изготовления полюсов.

Критическое давление потери устойчивости сплюснутого эллипсоида [6]

$$p_{кр} = k \frac{E \delta^2 b^2}{a^4}, \quad (152)$$

где a и b — большая и малая полуоси эллипса. Для идеальных оболочек теоретический коэффициент $k = 1,21$. При практиче-

ских расчетах для качественных оболочек коэффициент k может быть определен в соответствии с рис. 67, б, при этом принимается $R = a^2/b$. Рекомендуемые значения коэффициента k согласуются с экспериментальными данными.

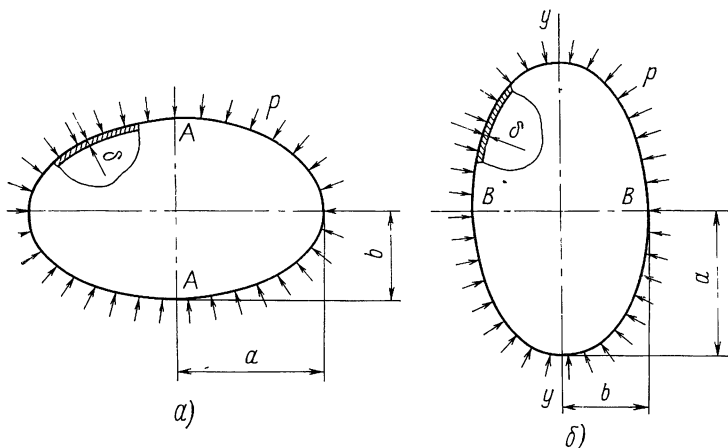


Рис. 70. Емкость в форме эллипсоида под действием внешнего давления:
 a —сплюснутый; b —вытянутый эллипсоид

Емкость в виде вытянутого эллипсоида

Емкость в виде вытянутого эллипсоида образована вращением вокруг большой оси эллипса $y-y$ (см. рис. 70, б). Разрушение происходит с образованием вмятин в зоне экватора $B-B$, так как главные радиусы кривизны здесь наибольшие. В конструкциях необходимо обращать внимание на качество изготовления оболочки в зоне экватора.

Критическое давление потери устойчивости вытянутого эллипсоида [6]

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^2}{2a^2 - b^2}. \quad (153)$$

Теоретический коэффициент k для идеальных оболочек равен 1,21. При практических расчетах для качественных оболочек можно принять $k = 0,2 \dots 0,3$.

Цилиндрические емкости с эллиптическими днищами

В цилиндрических емкостях с эллиптическими днищами возможна потеря устойчивости оболочек в двух зонах: по цилиндрическому участку и по эллиптическому днищу. Разрушение ци-

лиندрического участка происходит с образованием вмятин, захватывающих часть эллиптического днища. Расчет цилиндрического участка проводится по соответствующим формулам, приведенным в гл. 3, при этом за длину оболочки принимается собственная длина цилиндрического участка и два присоединенных участка днища (рис. 71).

— для схемы *a* $l = l_{ц} + 2 \frac{1}{3} b;$

— для схемы *б* $l = l_{ц} + 2 \frac{2}{3} a.$

С точки зрения минимума массы целесообразно применить подкрепленную оболочку.

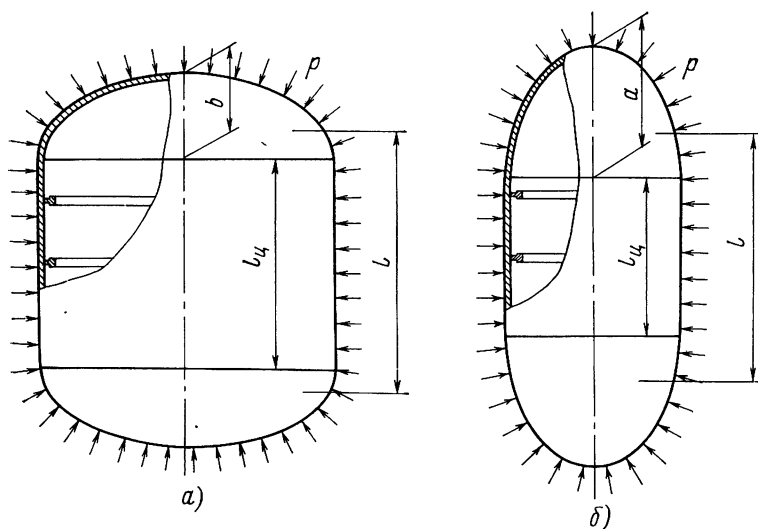


Рис. 71. Цилиндрические емкости с эллиптическими днищами под внешним давлением:

a—сплюснутое; *б*—вытянутое днище

Расчет эллиптического днища (см. рис. 71, *a*) проводится по формуле (152). Для емкости, показанной на рис. 71, *б*, разрушение в зоне полюсов днища возможно, если толщина стенки будет значительно меньше толщины зоны экватора. Теоретические зависимости отсутствуют, однако с уверенностью можно считать, что разрушающее давление будет не ниже значения, вычисленного по формуле (153).

ЕМКОСТИ С ЭЛЛИпсоИДАЛЬНЫМИ И ТОРОСФЕРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ ПОД ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Емкость в виде сплюснутого эллипсоида

Емкость в виде сплюснутого эллипсоида с соотношением полуосей $a > b\sqrt{2}$ при нагружении внутренним давлением в зоне, примыкающей к экватору, возникают кольцевые сжимающие напряжения σ_2 , которые могут вызвать образование складок в зоне экватора оболочки (рис. 72). Критическое давление потери устойчивости оболочки [6]

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^2}{a^2 - 2b^2}. \quad (154)$$

У идеальных оболочек теоретический коэффициент $k=1,21$. При практических расчетах для качественных оболочек следует принимать $k=0,2 \dots 0,3$.

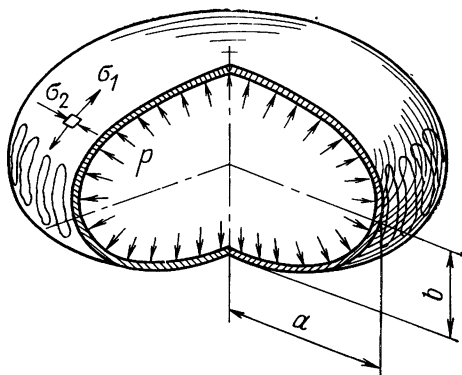


Рис. 72 Образование складок в емкости, имеющей форму сплюснутого эллипсоида, под действием внутреннего давления

Цилиндрическая емкость с эллиптическим днищем

Критическое давление эллиптических днищ, соединенных с цилиндрической оболочкой (рис. 73, а), а также днищ, соединенных с распорным шпангоутом емкости или с жестким фланцем, можно оценить по формуле (154). При разрушении днища образуются складки в зоне А. По экспериментальным данным для перечисленных конструктивных систем с днищами, у которых $a=2b$, коэффициент устойчивости был не ниже $k > 0,45$. При экспериментах потеря устойчивости днищ не наблюдалась.

Цилиндрическая емкость с торосферическим днищем

В торосферическом днище, нагруженном внутренним давлением, при сравнительно малом радиусе кривизны торгового скругления ρ и $R \geq 1,3r_c$ в тороидальном участке будут действовать сжимающие напряжения. Эти напряжения могут привести к потере устойчивости оболочки в зоне В (см. рис. 73, б). Применение торосферического днища в цилиндрической емкости позволяет избежать установки распорного шпангоута, что в некоторых случаях может оказаться рациональным по конструктивным или технологическим соображениям.

Точные зависимости для расчета устойчивости тороидально-го участка отсутствуют. Для оценки критического давления воспользуемся формулой (154). Принимая во внимание, что радиус кривизны эллиптического днища в зоне экватора равен $\rho = b^2/a$ и $a = r_{ц}$, получим

$$p_{кр} = k \frac{E\delta^2}{r_{ц}^2} \frac{1}{1 - \frac{2Q}{r_{ц}}}, \quad (155)$$

где $k = 0,2 \dots 0,3$.

Используя формулу (155), изложим порядок проектировочного расчета торосферического днища.

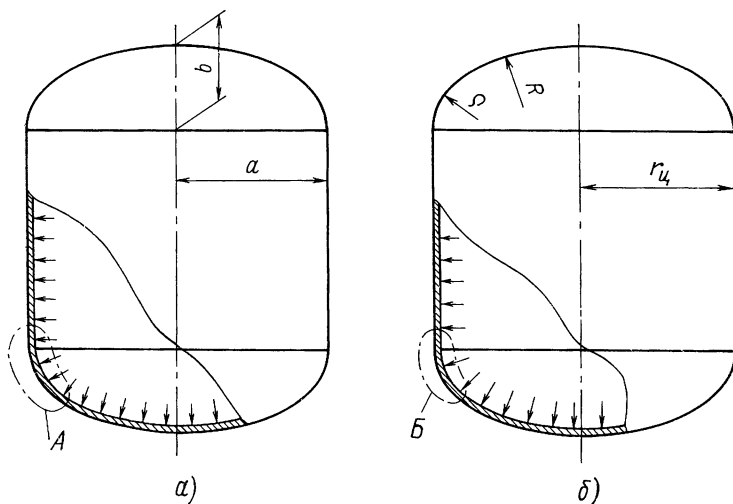


Рис. 73. Цилиндрическая емкость под действием внутреннего давления:

а—с эллиптическим днищем; *б*—с торосферическим днищем

Задано: внутреннее эксплуатационное давление p , радиус цилиндрической емкости $r_{ц}$, механические свойства материала σ_t , σ_v и E .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающее давление $p_{кр} = fp$.

2. Принимаем радиус сферы. Из расчета на прочность оптимальное с точки зрения массы днище имеет $R \approx 1,15r_{ц}$.

3. Определим толщину сферы

$$\delta = pR/2[\sigma].$$

4. Принимаем толщину тороидального участка $\delta_T \gg \delta$. Если необходимо получить днище с малым q , необходимо принимать большее значение δ_T .

5. Определим радиус кривизны тороидального перехода

$$q = \frac{r_{II}}{2} \left(1 - \frac{kE\delta^2}{\rho_{кр} r_{II}^2} \right).$$

Глава 6

ТОРОИДАЛЬНЫЕ ОБОЛОЧКИ

ЕМКОСТИ С ТОРОИДАЛЬНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Гладкие тороидальные оболочки

Теоретические основы для расчета полного тора под внешним давлением изложены в книге А. С. Вольмира [6].

Экспериментальные исследования полного тора кругового сечения показывают, что потеря устойчивости оболочки имеет локальный характер. Интенсивное волнообразование наблюдается в районе полюсов (зон А, рис. 74). Разрушение оболочки происходит хлопком с образованием нескольких вмятин, вытянутых в направлении касательной к оси тора. Центр вмятины вблизи оси тора несколько смещен в сторону внешнего обвода (вид в плане). Края вмятины ограничены внешним обводом тора. Геометрически тор представляет собой «изогнутый цилиндр». Учитывая характер разрушения, для прикидочных расчетов применяют зависимость, в основу которой положена формула Папковича для цилиндрической оболочки под внешним давлением. За длину оболочки принималась прямая ВС, касательная к оси тора и равная длине вмятины. В результате получим формулу

$$\rho_{кр} = 0,4k \frac{E\delta^{5/2}}{R^2 \sqrt{r_T}}. \quad (156)$$

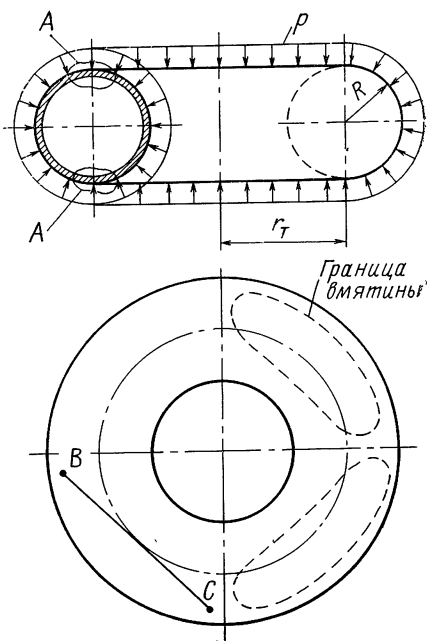


Рис. 74. Полный тор кругового сечения под действием внешнего давления

Коэффициент k принимается в соответствии с табл. 10 в зависимости от отношения R/δ . Для всех соотношений r_T/R расчет по формуле (156) дает результаты, идущие в запас прочности. В испытанном полном торе кругового сечения ($r_T/R=2$, $R/\delta=90$) разрушающее давление было в 1,3 раза больше по сравнению с расчетным, вычисленным по формуле (156). Полученная разница объясняется формой оболочки. С увеличением отношения r_T/R она будет уменьшаться, приближаясь к единице.

Подкрепленные тороидальные оболочки

При сравнительно больших давлениях и отношениях R/δ для получения конструкции меньшей массы рационально подкрепить

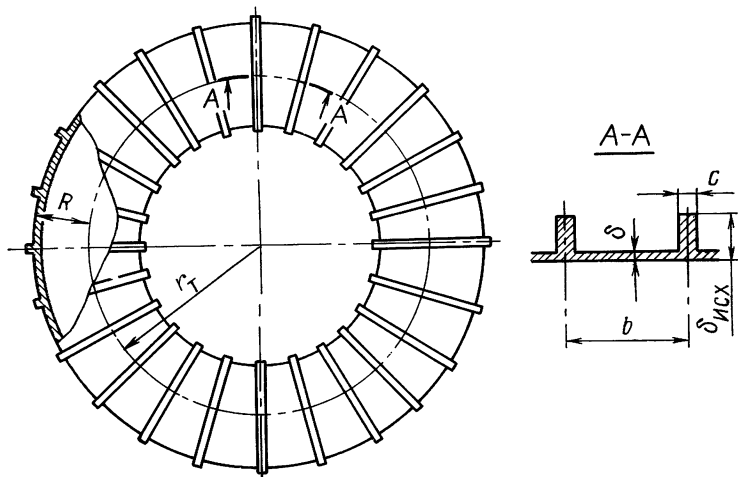


Рис. 75. Тороидальная оболочка, подкрепленная кольцевыми ребрами

ние торовой оболочки кольцевыми ребрами (рис. 75). Критическое давление общей потери устойчивости такой оболочки

$$p_{кр} = 0,4k \frac{E\delta^{5/2}}{R^2 \sqrt{r_T}} [1 + \beta\varphi_2(\psi - 1)^{5/2}], \quad (157)$$

где $k=1$, $\varphi_2 = 2\pi c/b$.

Коэффициент β вычисляется по формулам (104). Критическое давление местной потери устойчивости стенки в пролете между кольцевыми ребрами определим как для гладкой цилиндрической оболочки радиуса R , принимая $l=b_0=b-c$.

Тороидальная емкость, образованная торowymi и цилиндрическими оболочками

Тороидальные оболочки в качестве днищ емкости (рис. 76) по сравнению со сферическими днищами могут обеспечить выигрыш в массе, так как они имеют в 2—2,5 раза меньший радиус кривизны. Кроме того, торовое днище не требует установки распорного шпангоута. Критическое давление потери устойчивости торового днища I определим по формулам для полного тора.

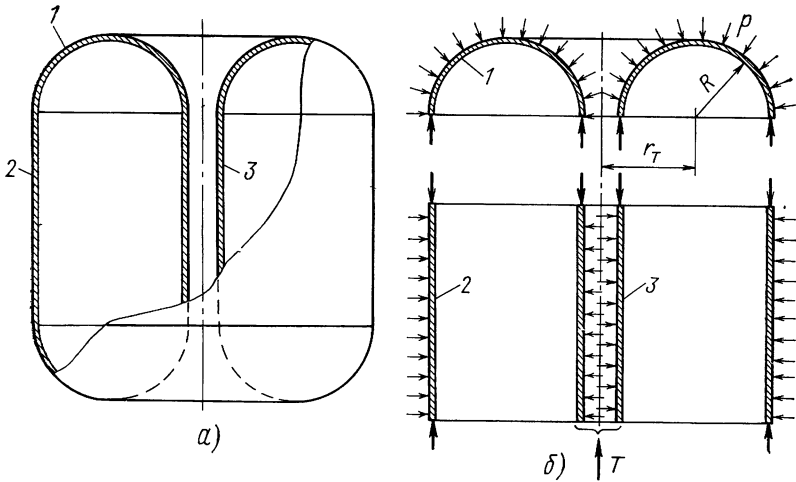


Рис. 76. Тороидальная емкость:
а—конструктивный вид. б—расчетная схема

Цилиндрическая оболочка 2 работает на устойчивость под действием всестороннего внешнего давления. Для обеспечения минимальной массы конструкции рационально применить подкрепленную оболочку. Расчет и указания для проектирования цилиндрических оболочек изложены в гл. 3.

Цилиндрическая оболочка 3 работает на устойчивость под действием внутреннего давления p и осевой сжимающей силы T . Расчет оболочек под действием данной комбинации нагрузок приведен в гл. 4. Приблизительно осевая сжимающая сила равна

$$T = p[\pi r_T^2 - \pi (r_T - R)^2]. \quad (158)$$

При сравнительно малом диаметре оболочки 3 необходимо проверить ее на устойчивость как сжатый стержень трубчатого сечения.

ЭЛЛИпсоИДАЛЬНЫЕ ТОРОВЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

Эллипсоидальные торовые оболочки, использованные как самостоятельные конструкции емкостей или в качестве днищ баков, при $a > b\sqrt{2}$ и определенном внутреннем давлении могут те-

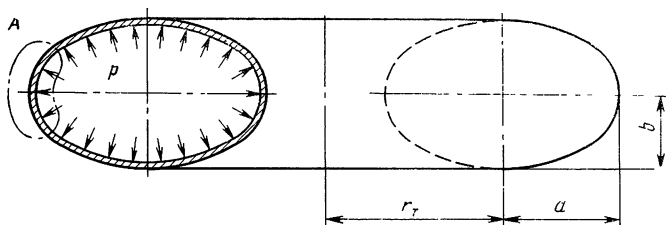


Рис. 77. Сплюснутая эллипсоидальная торовая емкость под внутренним давлением

рять устойчивость с образованием вмятин в экваториальной зоне А (рис. 77). Критическое давление определим по формуле, которая удовлетворительно согласуется с экспериментами [1]:

$$p_{кр} = \frac{0,358E\delta^2}{\left[2\left(\frac{r_r}{a} + 1\right)\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right) + 1\right]a^2}. \quad (159)$$

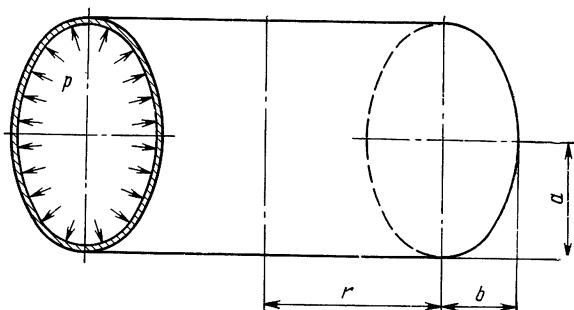


Рис. 78. Вытянутая эллипсоидальная торовая емкость под внутренним давлением

Если тор вытянут в направлении вертикальной оси (рис. 78), критическое внутреннее давление [1]

$$p_{кр} = \frac{0,358E\delta^2}{\left[2\left(\frac{r_r}{b} - 1\right)\left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) - 1\right]b^2}. \quad (160)$$

ПЛОСКИЕ ПЛАСТИНКИ

ДЕЙСТВИЕ СЖИМАЮЩИХ УСИЛИЙ

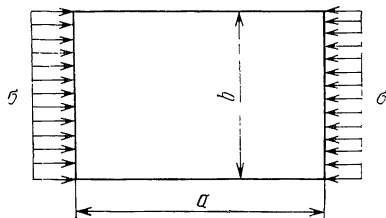
Потеря устойчивости плоских пластинок под действием сжимающих усилий происходит при достижении в них критических напряжений, величина которых зависит от соотношения сторон пластинки, относительной толщины, способа закрепления кромок и модуля упругости материала.

Сжатие прямоугольной пластинки с двух сторон

1. Прямоугольная пластинка подвергается одноосному сжатию под действием усилий, равномерно распределенных по двум противоположным сторонам (рис. 79). Критические напряжения, при которых происходит потеря устойчивости пластинки:

$$\text{при } \frac{a}{b} \geq 1 \quad \sigma_{\text{кр}} = k \frac{E\delta^2}{b^2}, \quad (161)$$

$$\text{при } \frac{a}{b} < 1 \quad \sigma_{\text{кр}} = k \frac{E\delta^2}{a^2},$$



где k — коэффициент устойчивости, зависящий от способа закрепления кромок пластинки и соотношения сторон a/b , определяется в соответствии с рис. 80 [12], [15]. Наименьшее значение b/δ , определяющее предел применимости формул (161), т. е. точку B' на кривой продольного изгиба (рис. 81), равна

Рис. 79. Прямоугольная пластинка, сжатая с двух сторон

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{kE}{\sigma_T}}, \quad (162)$$

где σ_T — предел текучести материала.

Строго говоря, величина предельного напряжения, при котором материал еще работает в упругой области, равна пределу пропорциональности σ_p . Однако ввиду сложности наблюдения за пластиной при напряжениях, равных σ_p , обычно принимают $\sigma_T = \sigma_{0,2}$, тем более, что величина $\sigma_{0,2}$ является характеристикой, которая приводится в справочниках по материалам. Следует отметить, что для некоторых материалов величина σ_T при сжатии может быть несколько меньше, чем при растяжении.

При увеличении толщины пластинки критическое напряжение ее увеличивается и при $b/\delta \rightarrow 0$ становится равным пределу прочности, т. е. разрушающему напряжению материала на сжатие σ_d . Величина σ_d зависит от трения на опорных плоскостях, от соотношения сторон a/b и от степени пластической деформации, вызывающей упрочнение металла, т. е. в отличие от предела прочности на растяжение не является строго определяемой константой материала. Обычно имеет место неравенство $\sigma_d > \sigma_b$. При опытах неизменно

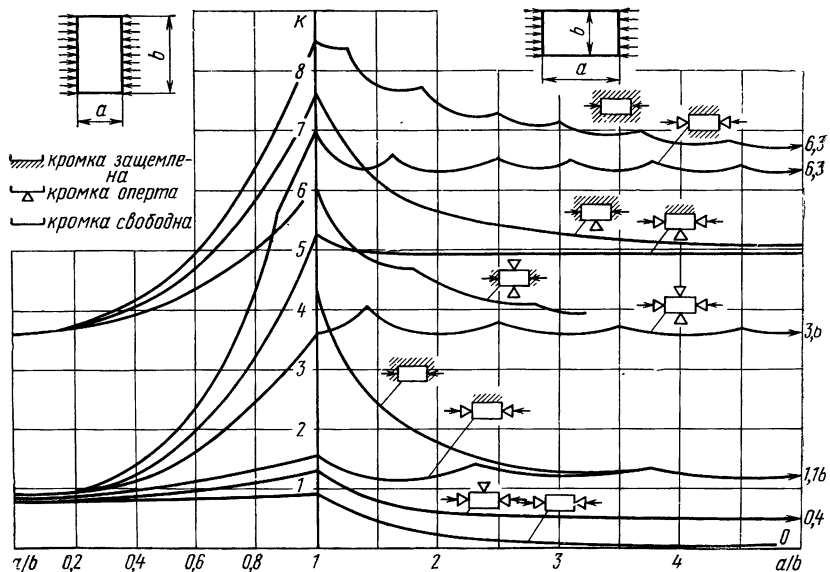


Рис. 80. Коэффициент k для прямоугольных пластинок, сжатых с двух сторон

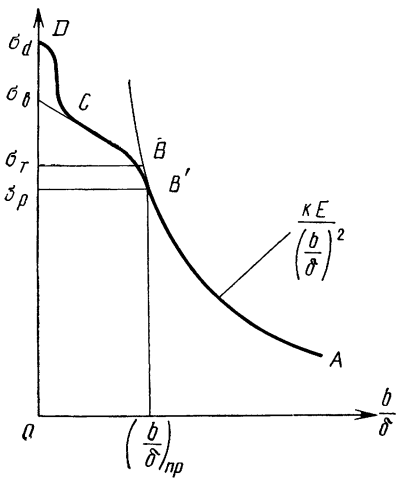


Рис. 81. К расчету пластинок за пределом упругости

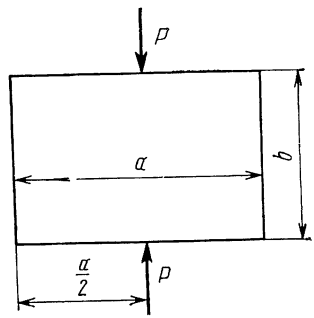


Рис. 82. Прямоугольная пластинка под действием двух сосредоточенных сил

получают кривые, сходные по характеру с кривыми продольного изгиба (см. рис. 81), т. е. состоящие из трех типичных ветвей: AB — упругой, BC — малых пластических деформаций и CD — больших пластических деформаций (с упрочнением) [4].

Для практического расчета элементов конструкций на устойчивость за пределом упругости можно принять прямую BC , про-

ходящую через точку σ_b и точку пересечения σ_T с кривой, определяемой уравнением (161). В результате для расчетов за пределом упругости получим формулу

$$\sigma_{кр} = \sigma_b - \frac{\sigma_b - \sigma_T}{\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр}} \frac{b}{\delta}. \quad (163)$$

2. Прямоугольная пластинка подвергается сжатию под действием двух сосредоточенных сил, приложенных по середине больших сторон (рис. 82). Критическая сила [6].

$$P_{кр} = kE\delta^2/b. \quad (164)$$

Коэффициент k для пластинки, шарнирно-опертой по контуру, принимается в соответствии с табл. 22. Для пластинки с защемленными длинными краями при $a \geq 2b$ $k=2,3$.

Таблица 22

Значения коэффициента k

a/b	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	3,0	∞
k	5,09	3,44	2,35	1,52	1,36	1,32	1,15

Эксцентричное сжатие прямоугольной пластинки

Прямоугольная пластинка с двух сторон подвергается эксцентричному сжатию (рис. 83). Такое нагружение наблюдается, когда с двух противоположных сторон действуют одновременно продольный изгибающий момент и равномерная осевая сила.

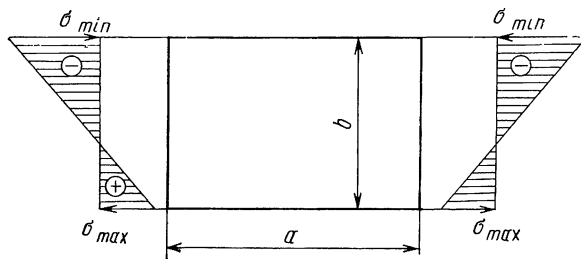


Рис. 83. Прямоугольная пластинка под действием эксцентричного сжатия

Критические напряжения в упругой зоне определяются формулой (161), где коэффициент k берется в соответствии с рис. 84 в зависимости от соотношения напряжений на краю пластинки [6], [15] $\alpha = \sigma_{max}/\sigma_{min}$. Величина $\alpha = +1$ соответствует равномерному сжатию, а $\alpha = -1$ — чистому изгибу.

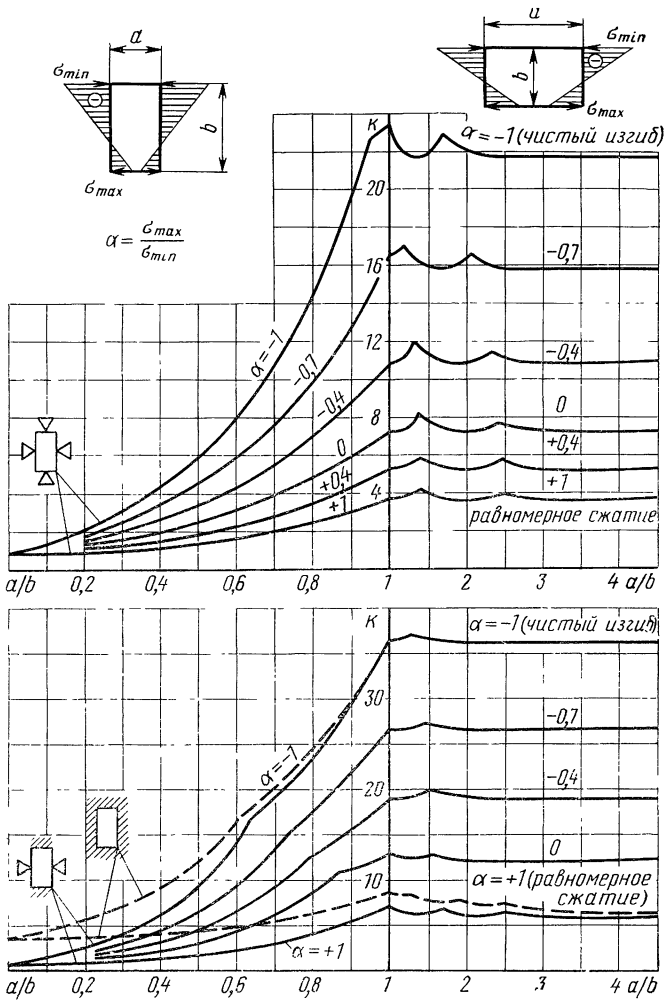


Рис. 84 Коэффициент k для эксцентрично сжатых прямоугольных пластинок

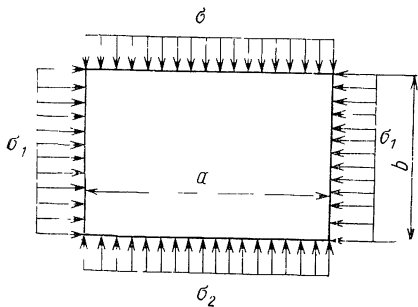


Рис. 85. Прямоугольная пластинка, сжатая с четырех сторон

Сжатие прямоугольной пластинки с четырех сторон

Прямоугольная пластинка подвергается одновременному сжатию в двух направлениях (рис. 85). Критические напряжения в направлении σ_1

$$\sigma_{кр} = kE\delta^2/b^2. \quad (165)$$

Коэффициент k для пластинки, шарнирно закрепленной по всем краям [13], принимается в соответствии с табл. 23 в зависимости от отношения сжимающих усилий $\varphi = \sigma_2/\sigma_1$.

Таблица 23

Значения коэффициента k

a/b	φ						
	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0
1,0	3,48	3,03	2,67	2,26	2,01	1,81	1,2
2,0	3,23	3,03	2,17	1,66	1,35	1,13	0,623
3,0	3,20	2,93	2,19	1,57	1,23	1,00	0,524
∞	3,16	2,89	2,17	1,51	1,13	0,91	0,45

Сравнение значений, приведенных в табл. 23 и на рис. 81 для квадратной пластинки с опертыми кромками, показывает, что при сжатии с четырех сторон равными усилиями ($\sigma_1 = \sigma_2$) критические напряжения составляют только половину величины $\sigma_{кр}$ для такой же пластинки, сжатой с двух сторон.

Для пластинки, защемленной по всем краям, расчет проводится по формуле (165),

где
$$k = \frac{9,68\beta}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \varphi}. \quad (166)$$

Здесь
$$\beta = 0,25 + 0,375 \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{0,375}{\left(\frac{a}{b}\right)^2}.$$

Выражение (166) дает хорошие результаты, если пластинка по форме близка к квадратной и при условии, что напряжения σ_1 и σ_2 мало отличаются одно от другого. Для квадратной пластинки при $\sigma_1 = \sigma_2$ $\beta = 1$, $k = 4,84$.

Для расчетов в пластической зоне можно ограничиться приближениями, подобными указанным в начале главы.

Пластинки различных форм

1. Равносторонняя треугольная пластинка, шарнирно опертая по всему контуру, подвергается сжатию со всех сторон (рис. 86). Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = 3,62 \frac{E\delta^2}{a^2}. \quad (167)$$

2. Пластинка, имеющая форму параллелограмма, равномерно сжата в направлении, параллельном двум сторонам (рис. 87). Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = kE\delta^2/f^2. \quad (168)$$

Здесь за f принимают меньшую из двух величин $c = b \sin \varphi$, $d = a \sin \varphi$.

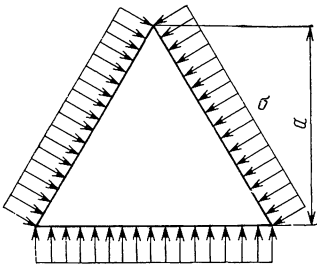


Рис. 86. Треугольная пластинка, сжатая с трех сторон

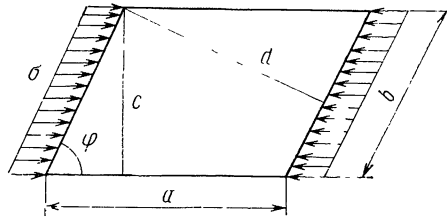


Рис. 87. Пластинка в форме параллелограмма, сжатая с двух сторон

Коэффициент k для пластинки, шарнирно опертой по всем краям, определяется в соответствии с табл. 24.

Таблица 24

Значения коэффициента k

φ°	a/b						
	0	1/2	2/3	1	2	3	∞
90	0,9	1,4	1,87	3,6	3,6	3,6	3,6
60	1,18	1,75	2,34	4,49	4,08	3,72	3,6
45	1,67	2,23	2,88	5,36	4,5	3,82	3,6
30	2,44	2,95	3,91	6,01	4,77	3,92	3,6

3. Круглая пластинка подвергается действию радиальных сжимающих усилий, равномерно распределенных вдоль контура. Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = kE\delta^2/b^2, \quad (169)$$

$k=0,388$ для шарнирно закрепленного контура (рис. 88, а);
 $k=1,36$ для защемленного контура (см. рис. 88, б)

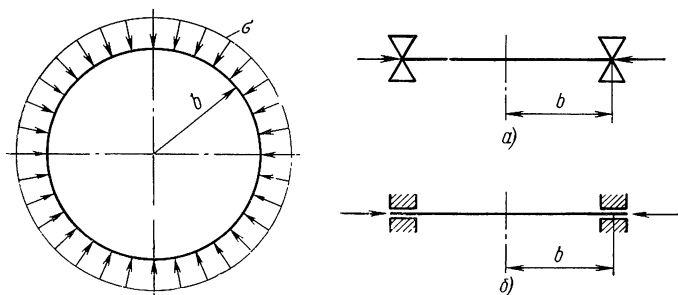


Рис. 88. Круглая пластинка под действием радиальных сжимающих усилий при различном закреплении контура:
 а—шарнирном; б—защемленном

4. Кольцевая пластинка, сжатая радиальными усилиями, равномерно распределенными по внутреннему и наружному контурам (рис. 89) усилиями одинаковой интенсивности $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Критические напряжения

$$\sigma_{кр} = kE\delta^2/b^2. \quad (170)$$

Коэффициент k определяют в соответствии с рис. 90.

ДЕЙСТВИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ УСИЛИЙ

1. Прямоугольная пластинка подвергается действию равномерно распределенных по всем краям касательных усилий (рис. 91). Критические напряжения, при которых происходит выпучивание пластинки:

$$\tau_{кр} = kE\delta^2/b^2, \quad (171)$$

где b — всегда меньшая сторона;

$k=4,85+3,6(b/a)^2$ — если все кромки опорты;

$k=8+5(b/a)^2$ — если все кромки защемлены.

Коэффициент k можно определить также в соответствии с рис. 92, рассматривая который, можно заметить, что полное защемление всех кромок увеличивает критические напряжения примерно в 1,5 раза. Формула (171) верна лишь в пределах уп-

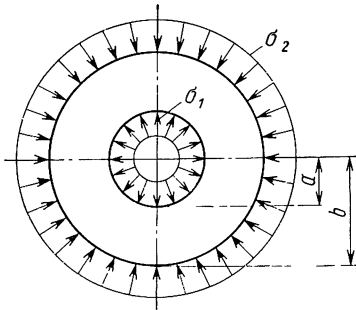


Рис. 89. Кольцевая пластинка, сжатая радиальными усилиями, распределенными по внутреннему и наружному контурам

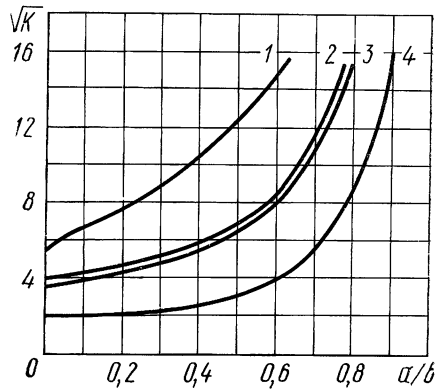


Рис. 90. Коэффициент k для кольцевых пластинок, ожатых по внутреннему и наружному контурам в зависимости от способа закрепления:

1—зашемление по обоим краям; 2—шарнирное опирание по обоим краям; 3—зашемление по внешнему краю и свободное смещение (без поворота) по внутреннему; 4—шарнирное закрепление по внешнему краю и свободное смещение по внутреннему

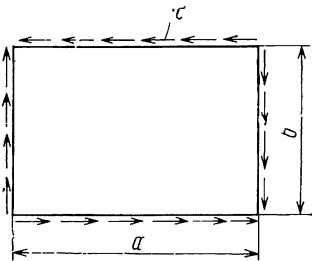


Рис. 91. Прямоугольная пластинка под действием касательных усилий

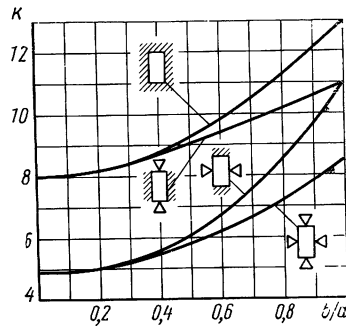


Рис. 92. Коэффициент k для прямоугольных пластинок под действием сдвига

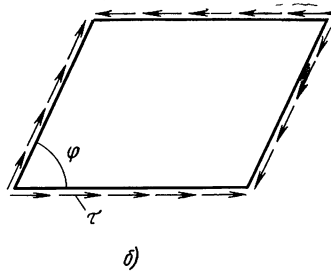
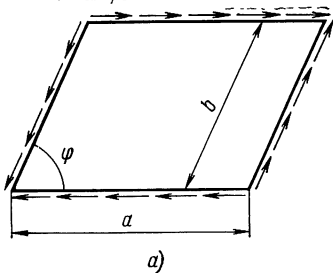


Рис. 93. Пластинка в форме параллелограмма под действием сдвига:

a —положительного; b —отрицательного

ругости, т. е. при $\tau_{кр} \leq \tau_T$. За пределом упругости можно пользоваться следующей зависимостью

$$\tau_{кр} = \tau_B - \frac{\nu_B - \nu_T}{\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр}} \frac{b}{\delta}, \quad (172)$$

где

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{пр} = \sqrt{\frac{kE}{\tau_T}}$$

Можно принять $\tau_T \approx 0,6\sigma_T$, $\tau_B \approx 0,6\sigma_B$.

2. Пластинка, имеющая форму параллелограмма, подвергается действию равномерно распределенных по всем кромкам касательных усилий. Здесь следует различать положительный (рис. 93, а) и отрицательный сдвиги (см. рис. 93, б). Критические напряжения

$$\tau_{кр} = kE\delta^2/f^2. \quad (173)$$

Коэффициент k для пластинки, шарнирно опертой по всем кромкам, определяется в соответствии с табл. 25 (в числителе указываются значения коэффициента при положительном сдвиге, в знаменателе — при отрицательном).

Таблица 25

Значения коэффициента k

b/a	φ°				
	90	75	60	45	30
1,0	8,45	$\frac{12,45}{6,0}$	$\frac{18,65}{4,29}$	$\frac{28,9}{3,24}$	$\frac{48,4}{2,22}$
		9,6	14,05	21,5	35,9
0,7	6,57	$\frac{9,6}{4,75}$	$\frac{14,05}{3,43}$	$\frac{21,5}{2,44}$	$\frac{35,9}{1,61}$
		8,95	11,5	17,1	27,6
0,4	5,6	$\frac{8,95}{3,89}$	$\frac{11,5}{2,9}$	$\frac{17,1}{1,96}$	$\frac{27,6}{1,24}$
		6,89	9,9	14,55	23,4
0,0	4,84	$\frac{6,89}{3,42}$	$\frac{9,9}{2,38}$	$\frac{14,55}{1,62}$	$\frac{23,4}{1,0}$

ДЕЙСТВИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ УСИЛИЙ

1. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается сжатию усилиями, равномерно распределенными по двум противоположным сторонам, и сдвигу (рис. 94). В этом случае формула, определяющая критическое состояние пластинки, имеет вид

$$\frac{\sigma}{\sigma_{кр}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}}\right)^\alpha = 1. \quad (174)$$

При проведении расчетов удобнее пользоваться следующими выражениями:

критические сжимающие напряжения с учетом одновременного действия касательных напряжений

$$\sigma_{кр}\tau = \sigma_{кр} \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}} \right)^\alpha \right] = \sigma_{кр} c_1; \quad (175)$$

критические касательные напряжения с учетом одновременного действия сжимающих напряжений

$$\tau_{кр}\sigma = \tau_{кр} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{кр}} \right)^{1/\alpha} = \tau_{кр} c_2, \quad (176)$$

где σ , τ — действующие нормальные и касательные напряжения; $\sigma_{кр}$ — критические нормальные напряжения при $\tau=0$; $\tau_{кр}$ — критические касательные напряжения при $\sigma=0$.

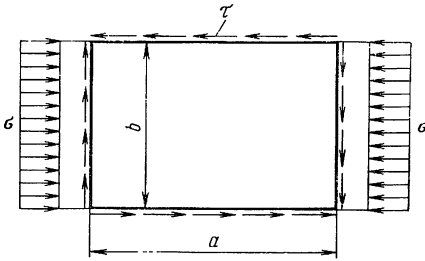


Рис. 94. Прямоугольная пластинка под действием сжатия с двух сторон и сдвига

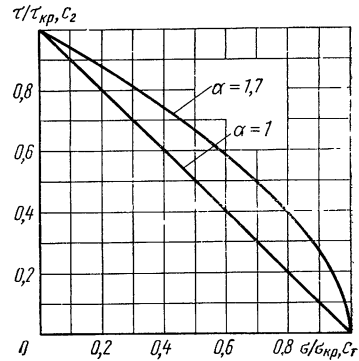


Рис. 95. Коэффициенты c_1 , c_2

Показатель степени α , как показали эксперименты, изменяется в пределах $1 < \alpha \leq 2$ [4], [6]. Наиболее распространенное значение $\alpha=1,7$. Коэффициент c_1 определяется в соответствии с рис. 95 по отношению $\tau/\tau_{кр}$, c_2 — по отношению $\sigma/\sigma_{кр}$.

2. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается растяжению усилиями, равномерно распределенными по двум противоположным сторонам, и сдвигу (рис. 96). Критические касательные напряжения с учетом одновременного действия растягивающих усилий

$$\tau_{кр}\sigma = \tau_{кр} \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_{кр}} \right)^{1/\alpha}, \quad (177)$$

где $\tau_{кр}$ определяется по формуле (171); $\sigma_{кр}$ — по формуле (161).

3. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается действию эксцентричного сжатия и сдвига (рис. 97). Критическое состояние пластинки определяется выражением

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}}\right)^2 = 1. \quad (178)$$

Откуда критические нормальные напряжения с учетом одновременного действия сдвига и критические касательные напряжения с учетом одновременного действия эксцентричного сжатия

$$\sigma_{кр\tau} = \sigma_{кр} \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{кр}}\right)^2 \right]^{1/2}, \quad \tau_{кр\sigma} = \tau_{кр} \left[1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_{кр}}\right)^2 \right]^{1/2}. \quad (179)$$

4. Прямоугольная пластинка одновременно подвергается сжатию (растяжению) в двух направлениях и сдвигу (рис. 98).

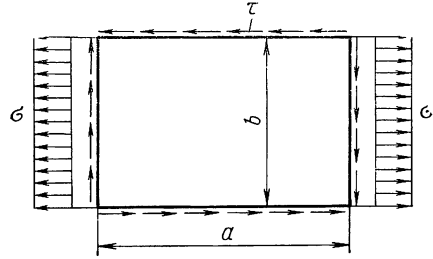


Рис. 96. Прямоугольная пластинка под действием растяжения и сдвига

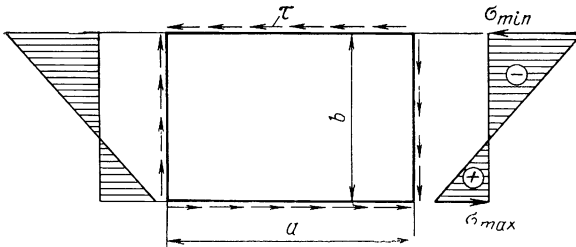


Рис. 97. Прямоугольная пластинка под действием эксцентричного сжатия и сдвига

Критические касательные напряжения с учетом одновременного действия сжимающих усилий

$$\tau_{кр} = k_{\sigma} \frac{E\delta^2}{b^2}. \quad (180)$$

Коэффициент k_{σ} зависит от условий заделки кромок пластинки и соотношения действующих нормальных напряжений.

Для шарнирно опертой по краям пластинки из расчетной зависимости, приведенной в работе [12], получим

$$k_{\sigma} = 1,81 \sqrt{(\sqrt{1 - \varphi\beta + 1 - 0,5\beta})(\sqrt{1 - \beta + 3 - 0,5\varphi\beta})},$$

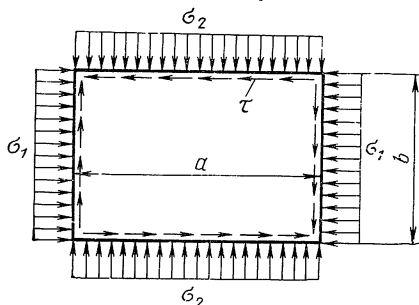


Рис. 98. Прямоугольная пластинка под действием сжатия в двух направлениях и сдвига

для пластинки с четырьмя защемленными краями

$$k_{\sigma} = 2,09 \sqrt{(\sqrt{4 - \varphi\beta + 0,576 - 0,433\beta})(\sqrt{4 - \varphi\beta + 0,346 - 0,433\beta})},$$

здесь
$$\varphi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \quad \beta = 1,105 \frac{\sigma_1 b^2}{E \delta^2}.$$

В случае растяжения напряжения σ_2 , σ_1 берутся со знаком минус.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдонин А. С. Прикладные методы расчета оболочек и тонкостенных конструкций. М., «Машиностроение», 1969, 402 с.
2. Андреев Л. В. и Макеев Е. М. Об устойчивости цилиндрической оболочки, нагруженной равномерным внешним давлением на части ее длины. Труды IV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. М., «Наука», 1966, с. 67—73.
3. Андреев Л. В. и Макеев Е. М. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки при локальном нагружении внешним давлением. «Прикладная механика», т. 5, вып. 4, Киев, «Наукова думка», 1969, с. 123—126.
4. Астахов М. Ф. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность. М., Оборонгиз, 1954. 702 с.
5. Биргер И. А. и др. Расчет на прочность деталей машин. М., «Машиностроение», 1966, 616 с.
6. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М., «Наука», 1967, 984 с.
7. Добряков А. А. Влияние нормального давления на устойчивость цилиндрической оболочки, нагруженной поперечной силой и изгибающим моментом.— В кн.: «Некоторые вопросы механики». Под ред. Феодосьева В. И., М., Оборонгиз. 1962, с. 32—50.

8. **Кан С. Н.** Строительная механика оболочек. М., «Машиностроение», 1966, 508 с.

9. **Муштары Х. М. и Галимов К. З.** Нелинейная теория упругих систем. Казань. Таткнигоиздат, 1957, 431 с.

10. **Марьин В. А.** Устойчивость цилиндрической оболочки при кручении и внутреннем давлении, В кн.:—«Расчет пространственных конструкций», вып. 5, М., Госстройиздат, 1959 г., с. 475—484.

11. **Пономарев С. Д.** и др. Расчеты на прочность в машиностроении. т. 3, М., Машгиз, 1959, 1118 с.

12. **Прочность, устойчивость, колебания.** Справочник, т. 3, «Машиностроение», 1968, 567 с.

13. **Справочник машиностроителя.** т. 3. М., Машгиз, 1962, 652 с.

14. **Теребушко О. И.** К расчету на устойчивость и проектирование цилиндрических подкрепленных оболочек.—В кн. «Расчет пространственных конструкций», вып. 7, М., Госстройиздат, 1962, с. 119—133.

15. **Хертель Г.** Тонкостенные конструкции. М., «Машиностроение», 1965, 528 с.

16. **Almroth V. O., Brush D. O.** Buckling of a Finitelength Cylindrical Shell under a Circumferential Band Pressure, p. 573—592.—«J. Aerospace Sci.», 1961, No. 28.

17. **Becker H., Gerard G.** Experiments on Axial Compressive General Instability of Monopolithic Ring—Stiffened Cylinders. — «AJAA Journal», 1963, No. 7, p. 1614—1618.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$E_{1н}, E_{2н}$ — модуль упругости материала наружного слоя в продольном (меридиальном) и кольцевом направлениях;

$E_{1в}, E_{2в}$ — модуль упругости материала внутреннего слоя в продольном (меридиальном) и кольцевом направлениях;

$e_1 = \frac{E_{1н}}{E_{1в}}$ — относительный параметр упругости несущих слоев в продольном (меридиальном) направлении;

$e_2 = \frac{E_{2н}}{E_{2в}}$ — относительный параметр упругости несущих слоев в кольцевом направлении;

$E_{пр} = \sqrt{E_{1в} E_{2в}}$ — приведенный нормальный модуль упругости для цилиндров и конусов при расчете на осевое сжатие, для сфер — на нормальное давление;

$E_{пр} = \sqrt[4]{E_{1в} E_{2в}^3}$ — приведенный нормальный модуль упругости для цилиндров и конусов при расчете на нормальное давление;

B_1, D_1 — приведенные жесткости сечения стенки многослойной оболочки на растяжение (сжатие) и изгиб в продольном направлении;

B_2, D_2 — приведенные жесткости сечения стенки многослойной оболочки на растяжение (сжатие) и изгиб в кольцевом направлении;

$\bar{B}, \bar{D}, \bar{D}_{рас}$ — безразмерные геометрические параметры многослойной стенки (см. табл. 1);

δ_n, δ_v — толщина наружного и внутреннего слоев;
 δ — толщина наружного и внутреннего слоев трехслойной оболочки с симметричной стенкой;

h — толщина заполнителя;

$\lambda = h/\delta$ — относительная толщина заполнителя трехслойной оболочки с симметричной стенкой;

- $\lambda_{\text{опт}}$ — относительная толщина заполнителя трехслойной оптимальной оболочки с симметричной стенкой;
- H — суммарная толщина многослойной стенки оболочки;
- z_0 — расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя;
- E_m, G_m, γ_m — нормальный модуль упругости, модуль сдвига и плотность материала заполнителя;
- $E_{\text{зап}}, G_{\text{зап}}, \gamma_{\text{зап}}$ — приведенные модуль упругости, модуль сдвига и плотность заполнителя;
- $\bar{G} = G_{\text{зап}}/E$ — относительный модуль сдвига заполнителя;
- γ_n — плотность материала несущих слоев трехслойной оболочки с симметричной стенкой;
- $\mu = \gamma_{\text{зап}}/\gamma_n$ — относительная плотность заполнителя трехслойной оболочки с симметричной стенкой;
- l — длина оболочки по образующей;
- R — радиус кривизны срединной поверхности оболочки;
- R_0, R_1, θ — радиусы окружностей малого и большого оснований, угол полураствора конуса;
- K_G — коэффициент весового совершенства оболочки по сравнению с равнопрочной гладкой;
- $K_{G_{\text{min}}}$ — коэффициент весового совершенства трехслойной оболочки с оптимальными параметрами.

Глава 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖЕСТКОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ СТЕНОК И ЗАПОЛНИТЕЛЯ

ПРИВЕДЕННЫЕ ЖЕСТКОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ СТЕНОК

Расчет многослойных оболочек из материалов с различными упругими характеристиками несущих слоев и с различными упругими свойствами каждого слоя в разных направлениях требует вычислений приведенных жесткостей стенки оболочки. Суть преобразований расчетных формул приведенных жесткостей, полученных в данном разделе, состоит в том, что для общего случая многослойных оболочек с несимметричной стенкой как по геометрическим размерам, так и по материалам слоев, упругие свойства слоев приводятся к условному изотропному материалу внутреннего слоя. При выводе формул принималось, что коэффициенты Пуассона наружного и внутреннего слоев в продольном и кольцевом направлении одинаковы.

Трехслойная стенка с легким заполнителем

Рассмотрим трехслойную стенку, у которой два тонких внешних слоя сделаны из прочного материала, а средний является малопрочным легким заполнителем. За счет заполнителя толщиной h трехслойные стенки при относительно небольшой массе обладают высокой прочностью и жесткостью, что объясняется большим значением момента инерции всей стенки. По сравнению с обычной однослойной стенкой момент инерции может увеличиваться во много десятков раз. Кроме того, следует иметь в виду, что заполнитель обычно имеет сравнительно малые значения модуля упругости. Низкое значение модуля упругости на сдвиг требует при расчете трехслойных оболочек на устойчивость учитывать деформации сдвига заполнителя.

При выводе формул приведенных жесткостей:

— пренебрегаем влиянием сближения внешних слоев, что позволяет принять модуль упругости заполнителя в направлении нормали к срединной поверхности оболочки равным бесконечности;

— принимаем равным нулю нормальный модуль упругости заполнителя, т. е. в выражении для цилиндрической жесткости трехслойной стенки вводятся данные только несущих слоев;

— считаем, что расслоения между слоями отсутствуют, т. е. обеспечивается прочное соединение слоев по всей сопрягаемой поверхности.

Приведенные жесткости сечения трехслойной несимметричной стенки (рис. 1), расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя запишем следующим образом:

$$B = \frac{E_B \delta_B}{1 - \nu^2} + \frac{E_H \delta_H}{1 - \nu^2},$$

$$D = \frac{E_B \delta_B^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{E_B \delta_B}{1 - \nu^2} \left(H - z_0 - \frac{\delta_B}{2} \right)^2 + \frac{E_H \delta_H^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{E_H \delta_H}{1 - \nu^2} \times$$

$$\times \left(z_0 - \frac{\delta_H}{2} \right)^2, \quad (1)$$

$$z_0 = \frac{E_B \delta_B \left(H - \frac{\delta_B}{2} \right) + E_H \frac{\delta_H^2}{2}}{E_B \delta_B + E_H \delta_H}.$$

Для трехслойной симметричной стенки (рис. 2), у которой толщина и материал наружного и внутреннего слоев одинаковы, т. е.

$$E_H = E_B = E \text{ и } \delta_H = \delta_B = \delta, \quad B = \frac{2E\delta}{1 - \nu^2}, \quad (2)$$

$$D = \frac{2E\delta^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{2E\delta}{1 - \nu^2} \left(\frac{h}{2} + \frac{\delta}{2} \right)^2.$$

Симметричная стенка принимается обычно в конструкциях, работающих на устойчивость, где увеличение толщины заполни-

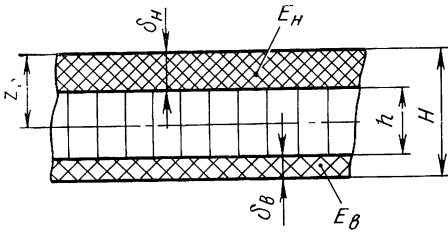


Рис. 1. Трехслойная несимметричная стенка

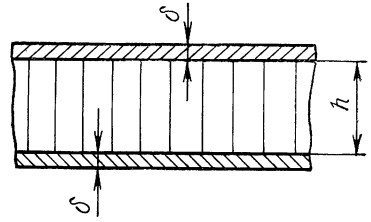


Рис. 2. Трехслойная симметричная стенка

теля внешних слоев диктуется единственным требованием — получить наиболее жесткую стенку при минимальной массе.

Трехслойная стенка с жестким на растяжение средним слоем

Если средний слой имеет сравнительно большой нормальный модуль упругости E_{CP} (рис. 3), его необходимо учитывать при вычислении жесткостей стенки. Запишем выражения приведен-

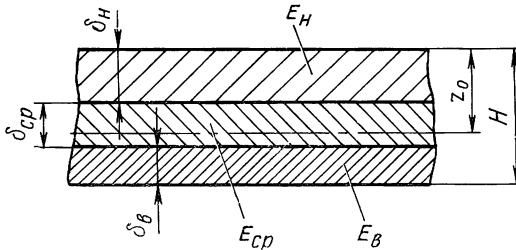


Рис. 3. Трехслойная стенка с жестким на растяжение средним слоем

ных жесткостей стенки и расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя:

$$B = \frac{E_B \delta_B}{1 - \nu^2} + \frac{E_H \delta_H}{1 - \nu^2} + \frac{E_{CP} \delta_{CP}}{1 - \nu^2};$$

$$D = \frac{E_B \delta_B^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{E_B \delta_B}{1 - \nu^2} \left(H - z_0 - \frac{\delta_B}{2} \right)^2 + \frac{E_H \delta_H^3}{12(1 - \nu^2)} +$$

$$+ \frac{E_H \delta_H}{1 - \nu^2} \left(z_0 - \frac{\delta_H}{2} \right)^2 + \frac{E_{CP} \delta_{CP}^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{E_{CP} \delta_{CP}}{1 - \nu^2} \left(\frac{\delta_{CP}}{2} + \delta_H - z_0 \right)^2;$$

$$z_0 = \frac{E_B \delta_B \left(H - \frac{\delta_B}{2} \right) + E_H \frac{\delta_H^2}{2} + E_{CP} \delta_{CP} \left(\frac{\delta_{CP}}{2} + \delta_H \right)}{E_B \delta_B + E_H \delta_H + E_{CP} \delta_{CP}}.$$

Двухслойная стенка

Часто применяются оболочки, у которых стенка из конструктивных соображений выполнена двухслойной (рис. 4). Примером может быть конструкция, у которой один слой является несущим, а другой выполняет роль теплозащитного покрытия. Приведенные жесткости двухслойной стенки и расстояние от наружной поверхности до нейтрального слоя в этом случае рассчитываются по формулам:

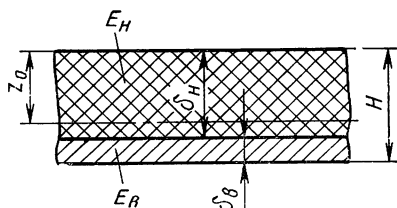


Рис. 4 Двухслойная стенка

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{E_b \delta_b}{1 - \nu^2} + \frac{E_n \delta_n}{1 - \nu^2}; \\
 D &= \frac{E_b \delta_b^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{E_b \delta_b}{1 - \nu^2} \left(\delta_n + \frac{\delta_b}{2} - z_0 \right)^2 + \\
 &+ \frac{E_n \delta_n^3}{12(1 - \nu^2)} + \frac{E_n \delta_n}{1 - \nu^2} \left(z_0 - \frac{\delta_n}{2} \right)^2; \\
 z_0 &= \frac{E_b \delta_b \left(\frac{\delta_b}{2} + \delta_n \right) + E_n \frac{\delta_n^2}{2}}{E_b \delta_b + E_n \delta_n}.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Трех- и двухслойные расслоенные стенки

У многослойных оболочек, работающих на устойчивость, прочное соединение слоев при изготовлении обеспечивает наиболее рациональное использование материала несущих слоев. Оно должно сохраняться в процессе всей эксплуатации, когда конструкция подвергается воздействию различных силовых факторов (неравномерный по толщине стенки температурный нагрев, циклические нагрузки, виброперегрузки), которые могут привести к появлению расслоений. Некоторые незначительные местные расслоения при изготовлении, очевидно, могут быть допустимы без ущерба для нормальной работы конструкции, если они при эксплуатации не приводят к дальнейшему увеличению площади расслоений. В момент, когда начинается процесс волнообразования, между слоями развиваются значительные усилия сдвига, которые воспринимаются связью. На рис. 5 показаны эпюры изгибающих нормальных напряжений для трехслойной стенки с достаточно жестким наполнителем в случаях, когда между слоями:

— расслоений нет или имеются на небольших участках (см. рис. 5, а);

- расслоения есть на больших участках (см. рис. 5, б);
- расслоения есть по всей сопрягаемой поверхности или на очень больших участках (см. рис. 5, в).

При определении допустимых без ущерба для нормальной работы конструкции местных расслоений можно руководствоваться предполагаемой картиной деформирования стенки при изгибе (см. рис. 5).

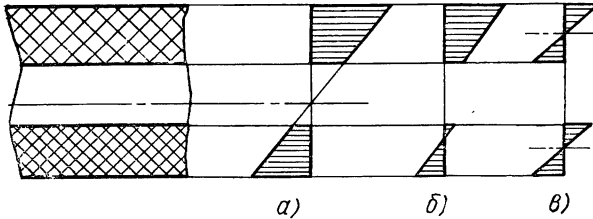


Рис. 5. Эпюры напряжений в сечении трехслойной стенки в зависимости от расслоений:
а—без расслоений; *б*—с расслоениями между слоями на больших участках; *в*—с полным расслоением по сопрягаемым поверхностям

Если связь между слоями отсутствует или не гарантируется, при определении цилиндрической жесткости многослойной стенки необходимо учитывать только собственную жесткость на изгиб несущих слоев. Будем полагать также, что силы трения между слоями отсутствуют.

Приведенная цилиндрическая жесткость для двух- и трехслойной стенки, имеющей легкий наполнитель с расслоенными слоями:

$$D_{\text{рас}} = \frac{E_{\text{в}} \delta_{\text{в}}^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_{\text{н}} \delta_{\text{н}}^3}{12(1-\nu^2)}; \quad (5)$$

для трехслойной стенки с жестким на растяжение средним слоем

$$D_{\text{рас}} = \frac{E_{\text{в}} \delta_{\text{в}}^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_{\text{н}} \delta_{\text{н}}^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E_{\text{ср}} \delta_{\text{ср}}^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (6)$$

Выражения приведенных жесткостей многослойных стенок на растяжение — сжатие ничем не будут отличаться от выражений для случая, когда расслоения нет.

Формулы для практического расчета

Для всех рассмотренных выше вариантов сечений многослойных стенок выражения приведенных жесткостей представим в следующем виде:

$$B = \frac{E_b}{1 - \nu^2} \bar{B}, \quad D = \frac{E_b}{12(1 - \nu^2)} \bar{D}, \quad (7)$$

для стенки с расслоенными слоями

$$D_{\text{рас}} = \frac{E_b}{12(1 - \nu^2)} \bar{D}_{\text{рас}}. \quad (8)$$

Выражения безразмерных параметров \bar{B} , \bar{D} и $\bar{D}_{\text{рас}}$ приведены в табл. 1.

ПРИВЕДЕННЫЕ УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАПОЛНИТЕЛЯ

Применяющиеся заполнители имеют различную структуру: сплошные из однородного материала, перфорированные, сотовые и ребристые.

При расчете трехслойных оболочек на устойчивость необходимо знать жесткость заполнителя на сдвиг. Для сплошного заполнителя типа пеноматериала определение модуля сдвига не представляет трудностей, так как

$$G_{\text{зап}} = \frac{\gamma_{\text{зап}}}{\gamma_n} G_m. \quad (9)$$

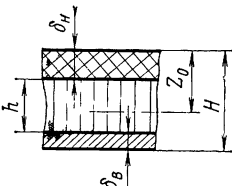
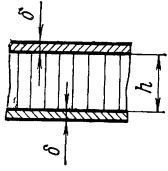
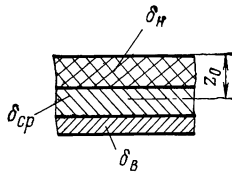
Модуль сдвига материала заполнителя может быть определен по формуле

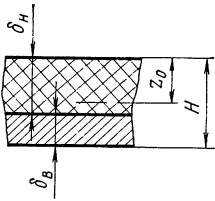
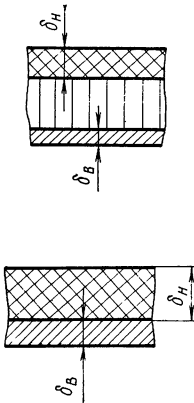
$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu)}.$$

Для заполнителей сотового типа наиболее достоверные значения приведенного модуля могут быть получены экспериментальным путем на плоских образцах.

Под приведенным модулем сдвига сотового заполнителя будем понимать модуль сдвига сплошного заполнителя, обладающего той же жесткостью на сдвиг. Определим значение $G_{\text{зап}}$. Рассмотрим широкую и длинную плоскую трехслойную панель (рис. 6) с одинаковыми внешними слоями и заполнителем сотового типа с шестигранными ячейками, предполагая, что внешние слои и заполнитель панели деформируются в пределах упругости при таких нагрузках, когда все элементы панели сохраняют устойчивость. Из-за относительно малых размеров ячеек решения, полученные для плоской панели, будут справедливы и для криволинейных.

Формулы для расчета безразмерных параметров \bar{B} , \bar{D} , $\bar{D}_{рас}$
и координаты нейтрального слоя z_0

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Трехслойная несимметричная без расслоений с легким заполнением</p> 	$\bar{B}_j = \delta_b + e_j \delta_n$ $\bar{D}_i = 4(z_0 - h - \delta_n)^3 + 4(H - z_0)^3 + 4e_i [z_0^3 - (z_0 - \delta_n)^3]$ $z_0 = \frac{\delta_b^2 + 2\delta_b(\delta_n + h) + e_i \delta_n^2}{2(\delta_b + e_i \delta_n)}$
<p>Трехслойная симметричная стенка без расслоений с легким заполнителем</p> 	$\bar{B} = 2\delta$ $\bar{D} = \delta^3 [2 + 6(1 + \lambda)^2]$ <p>При $\lambda \geq 3$ $\bar{D} = 6\delta^3 (1 + \lambda)^2$</p>
<p>Трехслойная несимметричная без расслоений с жестким на растяжение средним слоем</p> 	$\bar{B}_j = \delta_b + e_j \delta_n + e_{jcp} \delta_{cp}$ $\bar{D}_i = 4(z_0 - \delta_{cp} - \delta_n)^3 + 4(H - z_0)^3 + 4e_i [z_0^3 - (z_0 - \delta_n)^3] + e_{icp} \bar{D}_{cp}$ $z_0 = \frac{0,5a + b}{\delta_b + e_i \delta_n + e_{icp} \delta_{cp}}$ <p>Здесь</p> $\bar{D}_{cp} = \delta_{cp}^3 + 12\delta_{cp} \left(\frac{\delta_{cp}}{2} + \delta_n - z_0 \right)^2$

Конструкция стенки	Расчетные формулы
	$a = \delta_B^2 + e_i \delta_H^2 + e_{i\text{cp}} \delta_{\text{cp}}^2$ $b = \delta_B \delta_H + \delta_B \delta_{\text{cp}} + e_{i\text{cp}} \delta_{\text{cp}} \delta_H,$ <p>где</p> $e_{i\text{cp}} = \frac{E_{i\text{cp}}}{E_{iB}}, \quad e_{j\text{cp}} = \frac{E_{j\text{cp}}}{E_{jB}}$
<p>Двухслойная без рас- слоений</p> 	$\bar{B}_j = \delta_B + e_j \delta_H$ $\bar{D}_i = 4(z_0 - \delta_B)^3 + 4(H - z_0)^3 +$ $+ 4e_i [z_0^3 - (z_0 - \delta_B)^3]$ $z_0 = \frac{\delta_B^2 + 2\delta_B \delta_H + e_i \delta_H^2}{2(\delta_B + e_i \delta_H)}$
<p>Расслоенная трехслой- ная с легким заполните- лем и двухслойная</p> 	$\bar{B}_j = \delta_B + e_j \delta_H$ $D_{i\text{pac}} = \delta_B^3 + e_i \delta_H^3$

Для определения приведенного модуля сдвига в плоскости $хоz$ вырежем из сотового заполнителя параллелепипед, показанный на рис. 7 пунктиром. Отдельно этот параллелепипед приве-

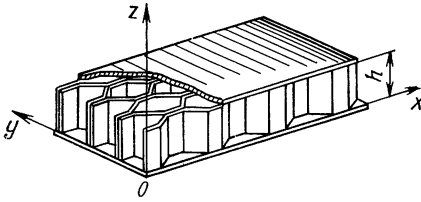


Рис. 6 Сотовый заполнитель

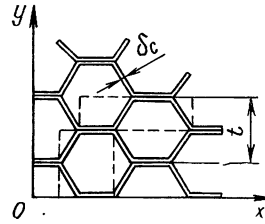


Рис. 7. К определению приведенного модуля сдвига сотового заполнителя

ден на рис. 8, а. Рассмотрим также параллелепипед сплошного заполнителя таких же размеров (см. рис. 8, б). Считая грань $abce$ заделанной, приложим к грани $a'b'c'e'$ в обоих случаях касательную силу Q .

Определим вертикальные перемещения граней $a'b'c'e'$ обоих параллелепипедов. Изгибом пластинок, образующих соты, будем

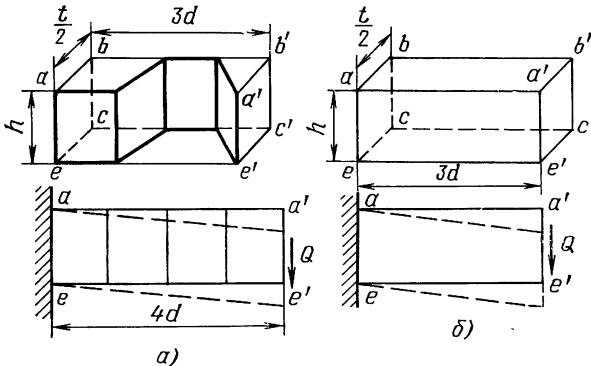
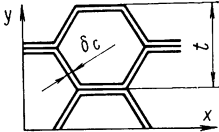
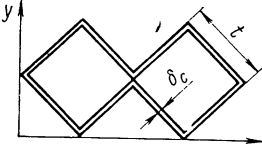
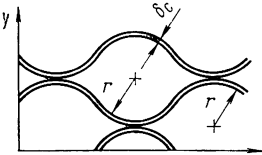
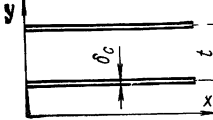


Рис. 8. Расчетная схема для определения приведенного модуля сдвига сотового заполнителя:

a —отдельный элемент ячейки; b —условный элемент сплошного эквивалентного по жесткости заполнителя

пренебрегать. В работе [1] показано, что такое пренебрежение в некоторых частных случаях может привести к снижению модуля сдвига до 20%, что вполне приемлемо для практических расчетов и идет в запас прочности.

Формулы для расчета приведенного модуля сдвига
и удельной плотности заполнителя

Вид заполнителя	Приведенный модуль сдвига	Плотность
<p>Сотовый</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = 1,5 \frac{\delta_c}{t} G_M$ $G_{\text{зап}} = G_{yz} = \frac{\delta_c}{t} G_M$	$\gamma_{\text{зап}} = \frac{4\delta_c}{1,5t} \gamma_M$
<p>Сотовый</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = G_{yz} = \frac{\delta_c}{t} G_M$	$\gamma_{\text{зап}} = \frac{2\delta_c}{t} \gamma_M$
<p>Сотовый</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = 0,83 \frac{\delta_c}{r} G_M$ $G_{\text{зап}} = G_{yz} = 0,3 \frac{\delta_c}{r} G_M$	<p>—</p>
<p>Однонаправленные ребра</p> 	$G_{\text{зап}} = G_{xz} = \frac{\delta_c}{t} G_M$	$\gamma_{\text{зап}} = \frac{\delta_c}{t} \gamma_M$
<p>Сплошной из пеноматериала</p>	$G_{\text{зап}} = \frac{\gamma_{\text{зап}}}{\gamma_M} G_M$	<p>—</p>

Перемещение грани $a'e'$ для сплошного заполнителя (см. рис. 8, б)

$$w_{\text{сп}} = 3d\theta_{\text{сп}},$$

где угол сдвига

$$\theta_{\text{сп}} = \frac{\tau}{G_{xz}} = \frac{Q}{h0,5tG_{xz}},$$

здесь τ — касательные напряжения.

Развернув ячейку сот на плоскость, как это показано на рис. 8, а, запишем перемещение грани $a'e'$ для сотового заполнителя

$$w_{\text{ст}} = 4d\theta_{\text{ст}},$$

где

$$\theta_{\text{ст}} = \frac{Q}{h\delta_c G_M}.$$

Приравняв вертикальные перемещения для сплошного и сотового заполнителей $w_{\text{сп}} = w_{\text{ст}}$, определим приведенный модуль сдвига сотового заполнителя в плоскости xoz

$$G_{xz} = 1,5 \frac{\delta_c}{t} G_M. \quad (10)$$

Для нахождения приведенного модуля сдвига G_{yz} в плоскости yoz рассмотрим таким же образом параллелепипед сотового заполнителя, выделенный на рис. 7 штрихпунктиром, и эквивалентный по жесткости сплошной заполнитель. В результате получим

$$G_{yz} = \frac{\delta_c}{t} G_M. \quad (11)$$

При сравнении формул (10) и (11) видно, что G_{xz} в 1,5 раза больше G_{yz} . Таким образом, при сдвиге заполнителя в плоскости xoz грани сот расположены более выгодно.

В табл. 2 приведены формулы для определения приведенного модуля сдвига некоторых конструктивных видов заполнителя.

Глава 2

ОСЕВОЕ СЖАТИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретические зависимости

Рассмотрим цилиндрическую оболочку при равномерном осевом сжатию нагрузкой, приложенной с торцов (рис. 9). У трехслойных оболочек меньшие по величине критические напряжения появляются при потере устойчивости по осесимметричной

форме [4]. Воспользуемся результатом, полученным С. Н. Каном, для осесимметричной формы потери устойчивости.

Критические напряжения и критическая осевая сила соответственно равны:

$$\sigma_{кр} = \frac{E}{R^2} \left(\frac{l}{\pi m} \right)^2 + \frac{D_{1рас}}{2\delta_{ср}} \left(\frac{\pi m}{l} \right)^2 + \frac{D_1 - D_{1рас}}{2\delta_{ср} \left(\frac{l}{\pi m} \right)^2 + \frac{2\delta_{ср} h (D_1 - D_{1рас})}{G_{зап} (h + \delta_{ср})^2}},$$

$$T_{кр} = 2\pi R (\delta_n + \delta_v) \sigma_{кр}, \quad (12)$$

здесь
$$\delta_{ср} = \frac{1}{2} (\delta_n + \delta_v); \quad D_{1рас} = D_n + D_v;$$

D_n, D_v — собственная жесткость на изгиб наружного, внутреннего слоя в продольном направлении; m — число полуволн изогнутой поверхности оболочки в продольном направлении.

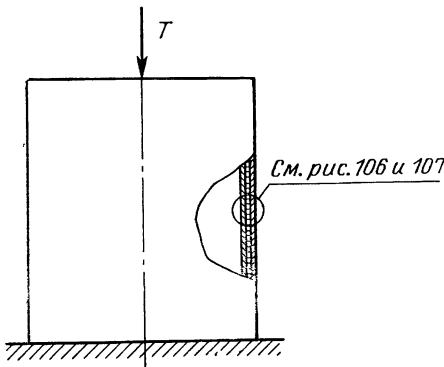


Рис. 9. Трехслойная цилиндрическая оболочка под действием осевой силы

Число полуволн $m=1, 2, 3, \dots$ следует брать таким, которое удовлетворяло бы условию минимума критических напряжений $\sigma_{кр}$. Представим выражение (12) в следующем виде:

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1-\nu^2) B_2 D_1} \cdot \alpha, \quad (13)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{c_1}{\beta} + \frac{1-c_1}{b+\beta} \right],$$

здесь
$$c_1 = \frac{D_{1рас}}{D_1}, \quad \beta = \left(\frac{l}{\pi m} \right)^2 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{(1-\nu^2) B_2}{D_1}},$$

$$b = \frac{4h(1-c_1) \sqrt{(1-\nu^2) B_2 D_1}}{R G_{зап} (h+H)^2}.$$

Минимальное значение $T_{кр}$ определится в результате минимизации параметра α по β . Установим интервал изменения параметра β . Рассмотрим оболочку с абсолютно жестким на сдвиг заполнителем. Безразмерный параметр β определим из условия минимума α . При $G_{зап} = \infty$ $b=0$,

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{1}{\beta} \right], \quad \frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\beta^2} = 0,$$

откуда $\beta=1$ и $\alpha=1$. Подставляя $\alpha=1$ в формулу (13), получим выражение критической осевой силы для трехслойной оболочки с жестким на сдвиг заполнителем

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1-\nu^2) B_2 D_1}. \quad (14)$$

Рассмотрим оболочку с абсолютно мягким на сдвиг заполнителем, у которой приведенный модуль сдвига равен нулю. При $G_{зап}=0$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{c_1}{\beta} \right], \quad \frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{1}{2} - \frac{c_1}{2\beta^2} = 0,$$

откуда $\beta = \sqrt{c_1}$ и $\alpha = \sqrt{c_1}$. Подставляя найденное значение α в формулу (13), получим выражение критической осевой силы для

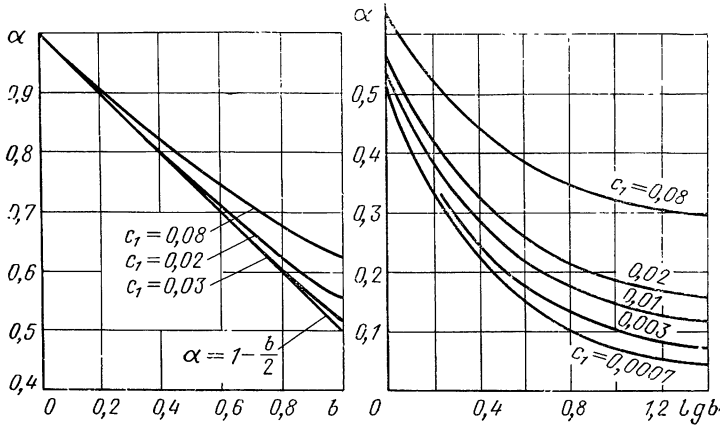


Рис. 10. Коэффициент α для трехслойных цилиндров под действием осевой силы и сфер под действием нормального давления

трехслойной оболочки с абсолютно мягким на сдвиг заполнителем

$$T_{кр} = 4\pi \sqrt{(1-\nu^2) B_2 D_{рас}}. \quad (15)$$

Таким образом, установим интервал изменения параметров α и β : $1 \geq \alpha \geq \sqrt{c_1}$, $1 \geq \beta \geq \sqrt{c_1}$.

Рассматривая выражение (13), можно заметить, что расчет трехслойных оболочек в отличие от однослойных гладких или подкрепленных сводится к определению параметра α , учитывающего жесткость заполнителя на сдвиг. Минимизированные значения α приведены на рис. 10. Для практических расчетов предложим также следующие приближенные формулы:

при $b \leq 1$ $\alpha = 1 - \frac{b}{2}$; (16)

при $b > 1$ $\alpha = \sqrt{c_1} + \frac{1}{2b(1+5c_1)}$ (17)

Выражение (16) нетрудно получить, пренебрегая собственной жесткостью на изгиб несущих слоев. Для указанного интервала b погрешность расчета α по формуле (16) при $c_1 \leq 0,08$ не превышает 10% (в сторону занижения) и уменьшается с уменьшением параметра c_1 , приближаясь к нулю. Погрешность выражения (17) при $b=1 \dots 3$ не превышает 7%, а для $b > 3$ близка к нулю.

При проведении расчетов необходимо знать значения модуля сдвига заполнителя $G_{\text{зап}}$, которые можно не учитывать в расчетах. Заполнитель можно считать жестким на сдвиг, если его пренебрежение даст погрешность расчета, не превышающую 3%. Данное условие запишем, воспользовавшись выражением (16), $b/2 \leq 0,03$, откуда получим модуль сдвига жесткого заполнителя

$$G_{\infty} \geq \frac{66,6h(1-c_1)\sqrt{(1-\nu^2)B_2D_1}}{R(h+H)^2}. \quad (18)$$

Формулы для практических расчетов

Представим полученные зависимости в виде, удобном для расчетов (табл. 3). В рекомендуемых формулах принималось $1-\nu^2=0,91$.

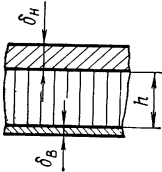
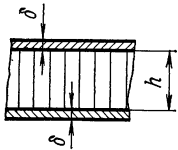
Как и в случае однослойных гладких или подкрепленных оболочек, критические нагрузки при осевом сжатии, реализуемые в конструкциях, будут иметь меньшие значения по сравнению с теоретическими для идеальных оболочек. При проведении проектировочных расчетов на основании испытаний оболочек с жестким заполнителем рекомендуется принимать $k=0,25 \dots 0,3$ (для идеальных оболочек $k=0,605$).

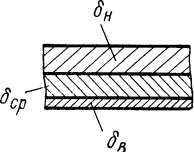
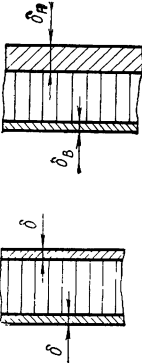
Точное значение k устанавливается по результатам экспериментальной проверки натуральных узлов. Трехслойные оболочки, так же как и подкрепленные, у которых ребра монолитно скреплены со стенкой, обладают по сравнению с гладкими гораздо меньшей чувствительностью к несовершенствам формы. С уменьшением модуля сдвига заполнителя эта чувствительность повышается.

При нагружении критической силой в слоях оболочки могут действовать нормальные напряжения, более высокие, чем в однослойных гладких оболочках. Действующие в конструкции напряжения не должны превышать предельных, которые принимаются в зависимости от механических свойств материала.

Осевая сила T вызывает погонное усилие $q=T/2\pi R$, которое распределяется между внутренним и наружным слоями в зависимости от их жесткости. Рассмотрим образец, вырезанный из цилиндрической оболочки и нагруженный погонной нагрузкой q ,

**Формулы для расчета трехслойных цилиндрических оболочек
на осевое сжатие**

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с легким средним слоем</p> 	$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{B_2 D_1} \cdot \alpha$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha=1$ При упругом, если $1,21gE_{пр} \leq G_{зап} \leq 20gE_{пр}$</p> $\alpha = 1 - \frac{b}{2}.$ <p>При маложестком заполнителе, если $G_{зап} < 1,21gE_{пр}$,</p> $\alpha = \sqrt{c_1} + \frac{1}{2b(1+5c_1)}$ <p>Здесь</p> $g = \frac{h(1-c_1)\sqrt{B_2 D_1}}{R(h+H)^2}$ $b = \frac{1,21gE_{пр}}{G_{зап}}$ $c_1 = \frac{D_{рас}}{D_1}$
<p>Симметричная без расслоений с легким средним слоем</p> 	<p>При $\lambda \geq 3$</p> $T_{кр} = 22kE_{пр} \delta^2 (1 + \lambda) \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям, приведенным для случая несимметричной стенки, при этом</p> $g = 0,866 \frac{h}{R(1 + \lambda)}$ $b = 1,05 \frac{hE_{пр}}{R(1 + \lambda) G_{зап}}$ $c_1 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ <p>Данные зависимости можно использовать при расчетах в запас прочности при $\lambda < 3$ (погрешность в сторону занижения $T_{кр}$ менее 15%). Точное значение $T_{кр}$ можно вычислить по формуле для оболочек с несимметричной стенкой</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с жестким на растяжение средним слоем</p> 	$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{B_2 D_1}$
<p>Несимметричная или симметричная при расслоении между слоями по всей поверхности</p> 	$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{B_2 D_1}_{рас}$

приложенной к торцам (рис. 11). Модуль упругости среднего слоя заполнителя принимаем равным нулю. Относительные деформации внутреннего и наружного слоев стенки цилиндрической оболочки одинаковы $\epsilon_B = \epsilon_H$. Напряжения, действующие во внутреннем и наружном слоях,

$$\sigma_{вн} = \frac{q_B}{\delta_B} = E_B \epsilon_B, \quad \sigma_H = \frac{q_H}{\delta_H} = E_H \epsilon_H,$$

откуда

$$\epsilon_B = \frac{q_B}{E_B \delta_B}, \quad \epsilon_H = \frac{q_H}{E_H \delta_H}.$$

Погонные усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях, определяются в результате решения системы уравнений

$$q = q_n + q_b, \quad \varepsilon_b = \varepsilon_n.$$

Из этого найдем
$$q_b = q \frac{1}{1 + \bar{\delta}},$$

$$q_n = q \frac{\bar{\delta}}{1 + \bar{\delta}}, \quad (19)$$

здесь
$$\bar{\delta} = e \frac{\delta_n}{\delta_b}, \quad e = \frac{E_{1n}}{E_{1b}}.$$

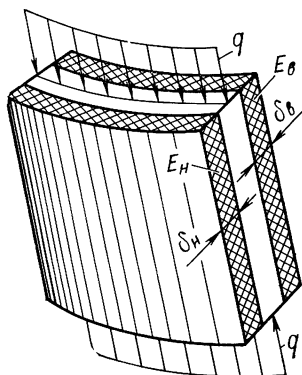


Рис. 11. Элемент трехслойной цилиндрической оболочки под действием продольных сжимающих сил

АНАЛИЗ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С СИММЕТРИЧНОЙ СТЕНКОЙ

Исследование оптимальных с точки зрения массы параметров производится для оболочек с симметричной стенкой, у которых материал и толщина наружного и внутреннего слоев одинаковы. При этом рассматриваются оболочки, у которых параметр, характеризующий жесткость заполнителя, $b \leq 1$. При маложестком заполнителе ($b > 1$) трехслойные оболочки проигрывают в массе однослойной гладким, что будет показано ниже. В результате исследования установим параметры, которые характеризуют оболочку минимальной массы, определим зависимость конструкции от характеристик заполнителя и на основе такого анализа построим алгоритм проектного расчета, который однозначно определит параметры конструкции минимальной массы с заданной несущей способностью.

Критическая осевая сила цилиндрической трехслойной идеальной оболочки с симметричной стенкой

$$T_{кр} = 22kE\delta^2(1+\lambda)\alpha, \quad (20)$$

где при $b \leq 1$
$$\alpha = 1 - \frac{d}{1 + \lambda};$$

здесь
$$b = \frac{2d}{1 + \lambda}, \quad d = 0,525 \frac{h}{R\bar{G}}.$$

Весовое совершенство трехслойной идеальной оболочки оценивается по отношению к массе однослойной идеальной гладкой оболочки с одинаковой несущей способностью. В этом случае коэффициент устойчивости k для трехслойной и гладкой оболочек одинаковы.

При заданной разрушающей силе необходимая толщина однослойной гладкой оболочки и эквивалентная толщина трехслойной оболочки

$$\delta_{гг} = \sqrt{\frac{T_{кр}}{2\pi k E}},$$

$$\delta_э = \delta(2 + \mu\lambda) = \sqrt{\frac{T_{кр}}{22kE}} \frac{2 + \mu\lambda}{\sqrt{(1 + \lambda)a}}.$$

Коэффициент весового совершенства, показывающий, какую часть составляет масса трехслойной оболочки от массы равноустойчивой гладкой оболочки

$$K_G = \frac{\delta_э}{\delta_{гг}} = 0,535 \frac{2 + \mu\lambda}{\sqrt{1 + \lambda - a}}. \quad (21)$$

Из выражения (20) получим уравнение, связывающее параметры d и λ :

$$d^3 - (1 + \lambda)d^2 + \zeta^2\lambda^2 = 0, \quad (22)$$

где

$$\zeta = \frac{0,112}{RG} \sqrt{\frac{T_{кр}}{kE}}.$$

Дифференцируя систему уравнений (21) и (22), из условия $dK_G/d\lambda = 0$ получим уравнение, позволяющее определить λ для оптимальной в весовом отношении оболочки

$$\lambda^2 + p\lambda - q = 0, \quad (23)$$

где

$$p = \frac{3d^2 + \left(\frac{2}{\mu} - 3\right)d + \frac{2\zeta^2}{\mu}}{\zeta^2 - d},$$

$$q = \frac{3d^3 + \left(\frac{4}{\mu} - 5\right)d^2 - \left(\frac{2}{\mu} - 2\right)d}{\zeta^2 - d}.$$

В результате получим

$$\lambda_{опт} = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}, \quad (24)$$

$$d^3 - (1 + \lambda_{опт})d^2 + \zeta^2\lambda_{опт}^2 = 0.$$

Уравнения (24) позволяют при заданных исходных данных μ и ζ найти параметры λ , d и $K_{G \min}$ оптимальной в весовом отношении оболочки.

Для контроля задача оптимизации решалась также и методом нелинейного программирования с помощью ЭВМ. Для этого, определив из выражения (22) λ и подставив его в уравне-

ние (21), получили функцию одной переменной $K_G(d)$. Задача оптимизации этой функции решалась методом локализации экстремума [3]. Результаты вычислений $K_{G \min}$ и d для оптимальной

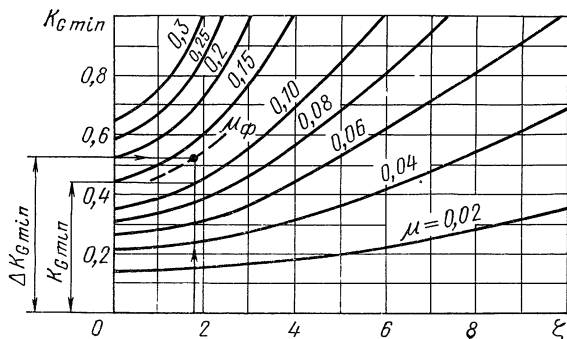


Рис. 12. Коэффициент весового совершенства $K_{G \min}$ оболочки с оптимальными параметрами

в весовом отношении оболочки приведены на рис. 12, 13 и в табл. 4. Эти данные и результаты, полученные при решении уравнений (24), практически одинаковы.

Таблица 4

Значения d для оптимальной оболочки

μ	ζ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0,02	11,0	25,19	44,33	70,34	104,5	147,1	257,4	400,6
0,04	8,07	20,01	38,51	65,27	100,5	144,1	255,6	399,4
0,06	6,77	18,01	36,77	64,06	99,7	143,5	255,3	399,2
0,08	6,00	16,98	36,04	63,60	99,4	143,3	—	—
0,10	5,47	16,38	35,67	63,38	99,2	—	—	—
0,15	4,65	15,65	35,29	63,16	—	—	—	—
0,20	4,16	15,36	—	—	—	—	—	—
0,25	3,83	—	—	—	—	—	—	—

Получены также следующие зависимости, погрешность которых не превышает 5%:

$$K_{G \min} = 1,07\mu \sqrt{\frac{2}{\mu} - 1 + 1,02d}; \quad \lambda_{\text{opt}} = \frac{2}{\mu} - 2 + 1,7d.$$

Используя данные, приведенные на рис. 12, из условия $K_{G \min} \geq 1$ получим значение модуля сдвига малоэластичного заполнителя, при котором оптимальная трехслойная оболочка стано-

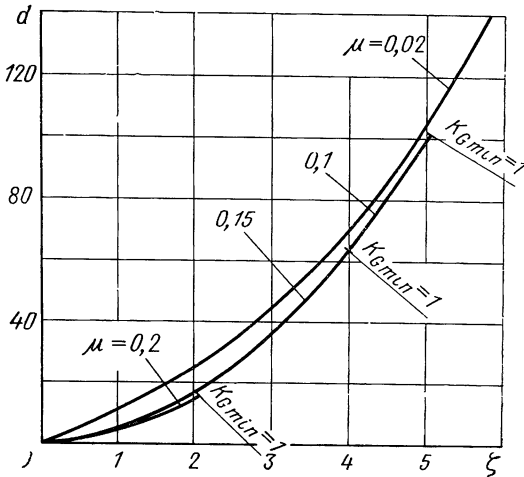


Рис. 13. Коэффициент d для оболочки с оптимальными параметрами

вится равной или проигрывает в массе равнопрочной однослойной гладкой:

$$\bar{G}_0 \leq \frac{0,178\mu}{R \sqrt{0,55-\mu}} \sqrt{\frac{T_{кр}}{kE}}. \quad (25)$$

Для оболочки с абсолютно жестким заполнителем ($\bar{G} = \infty$) $d = 0$. В результате из условия $dK_G/d\lambda = 0$ получим

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{2}{\mu} - 2, \quad (26)$$

$$K_{G \min} = 1,07\mu \sqrt{\frac{2}{\mu} - 1}. \quad (27)$$

С помощью рис. 12 можно определить с любым заданным отклонением от минимально возможной массы, какой заполнитель можно считать жестким. Так, например, проигрышу в массе $\sim 2\%$ по сравнению с оболочкой, имеющей абсолютно жесткий заполнитель, соответствует $\xi \leq 0,1/\sqrt{\mu}$, откуда

$$\bar{G}_\infty \geq \frac{1,12}{R} \sqrt{\frac{T_{кр}\mu}{kE}}. \quad (28)$$

При этом условии наполнитель можно в расчетах не учитывать, принимая $d=0$.

Необходимо иметь в виду, что формулы (25) и (28) относятся к оболочкам с оптимальными параметрами. Для оболочек с произвольно заданными размерами формулы, устанавливающие границу жесткого и маложесткого наполнителя, приведены в табл. 3.

Полученные зависимости позволяют определить конструктивные параметры оптимальной в весовом отношении оболочки. Однако, как правило, эти параметры не могут быть приняты по конструктивно-технологическим соображениям. Поэтому после определения оптимальных параметров производится их оценка и изменение до практически приемлемых величин. При этом всегда возникает вопрос: сколько процентов принятый вариант проигрывает в массе оптимальному. Удобнее всего этот проигрыш оценить по величине отношения $m=\lambda/\lambda_{\text{опт}}$. Проигрыш в массе проектируемой оболочки (при абсолютно жестком наполнителе) по сравнению с оптимальной

$$\Delta = \frac{K_G}{K_{G \text{ min}}} = \frac{2 + \mu\lambda}{2\sqrt{\mu(2-\mu)(1+\lambda)}}. \quad (29)$$

Подставив в уравнение (29) $\lambda = m\lambda_{\text{опт}}$ и учитывая выражение (26), получим

$$\Delta = \frac{1 + m - \mu m}{\sqrt{\mu(2-\mu) + 2m(2-\mu)(1-\mu)}}. \quad (30)$$

Нетрудно заметить, что при $\mu \rightarrow 0$ $\Delta \rightarrow \Delta_{\text{max}}$, откуда

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{1 + m}{2\sqrt{m}}. \quad (31)$$

График функции $\Delta = f(\mu, m)$ приведен на рис. 14, из которого следует, что значение λ можно принять равным $0,5\lambda_{\text{опт}}$. При проигрыше в массе менее 6% значительно уменьшается толщина стенки, что целесообразно со всех точек зрения. На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

1. Весовая эффективность трехслойных оболочек при оптимальных соотношениях параметров полностью определяется жесткостью наполнителя \bar{G} , относительной плотностью μ и заданной нагрузкой $T_{\text{кр}}$; при жестком наполнителе — только относительной плотностью μ .

2. Для заданных характеристик наполнителя и величины нагрузки весовое совершенство оптимальной оболочки оценивается в соответствии с рис. 12. С уменьшением относительной плотности выигрыш в массе увеличивается. Наиболее эффективное значение μ , при котором выигрыш в массе составляет более 40%, находится в области $\mu < 0,14$.

3. Выражением (28) установлена область применения жесткого заполнителя, при котором расчеты можно проводить, без учета жесткости на сдвиг. Формула (25) определяет область применения заполнителей, при которых трехслойные оболочки будут проигрывать в массе по сравнению с однослойными гладкими.

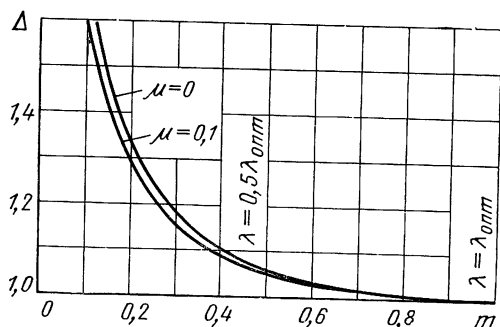


Рис. 14. Коэффициент весового проигрыша Δ проектируемой оболочки по сравнению с оптимальной

4. При уменьшении относительной толщины заполнителя λ в два раза по сравнению с оптимальными значениями (см. рис. 14) проигрыш в массе по отношению к оптимальной конструкции будет менее 6%. Практическое значение λ может быть принято не более $0,5\lambda_{opt}$. Это дает возможность без ощутимого ущерба для массы получить оболочку с существенно меньшей суммарной толщиной стенки при большей толщине несущих слоев, что целесообразно с точки зрения технологии изготовления.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С СИММЕТРИЧНОЙ СТЕНКОЙ

Диапазон применения трехслойных оболочек

Применение трехслойных оболочек ограничивается механическими свойствами материала (σ_t , σ_b) и границей использования вафельных оболочек. Последнее условие существует только, если применение вафельных оболочек дает технологические или экономические преимущества. При заданной нагрузке толщина несущих слоев из условия, что действующие напряжения не превышают предела текучести

$$\delta = \frac{T_{кр}}{4\pi R\sigma_t} \quad (32)$$

При работе материала за пределом текучести увеличение несущей способности оболочки с увеличением параметра λ будет неэффективным. Принимая $1 + \lambda \approx \lambda$ и $G_{зап} = \infty$, из уравнения (20) с учетом условия (32) получим предельное значение λ :

$$\lambda_{пр} = \frac{0,575}{k} \frac{R\sigma_T}{\delta E}. \quad (33)$$

Подставляя выражение (33) в уравнение (21), получим предельное значение коэффициента весового совершенства оболочки

$$(K_G)_{пр} = 0,535 \frac{2 + \frac{0,575N}{k} \mu}{\sqrt{1 + \frac{0,575N}{k}}} \quad (34)$$

где

$$N = \frac{R}{\delta} \frac{\sigma_T}{E}.$$

Зависимость (34) иллюстрирует график (рис. 15), полученный при $k=0,3$; показана также область применения вафель-

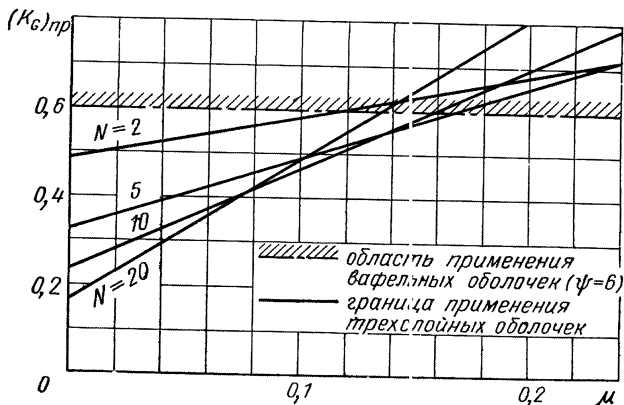


Рис. 15. Область применения трехслойных и вафельных оболочек

ных оболочек. С помощью рис. 15 можно оценить преимущество в массе трехслойной оболочки по сравнению с вафельной. Так, например, для алюминиевых сплавов с $\sigma_T = 35$ кгс/см² и стали с $\sigma_T = 100$ кгс/мм² при $R/\delta = 1500$ имеем $N = 7,5$. Если принять $\mu = 0,05 \div 0,10$, то трехслойная оболочка будет легче вафельной соответственно в 1,5—1,23 раза.

Анализируя графики, можно сделать следующие выводы.

1. Трехслойные оболочки имеют преимущество в массе по сравнению с вафельными при относительной удельной плотности $\mu < 0,14$. При значениях $\mu = 0,14$ целесообразность применения того или иного варианта (трехслойной или вафельной оболочки) определяется только конструктивными, технологическими или экономическими соображениями.

2. Весовое преимущество трехслойных оболочек возрастает с увеличением габаритов оболочки, механических свойств материала и с уменьшением относительной плотности μ .

Проектировочный расчет

Проектировочный расчет состоит в том, что для заранее принятого заполнителя и заданной нагрузки T определяется толщина заполнителя и несущих слоев, оптимальная в весовом отношении. Для окончательно принятой с учетом конструктивно-технологических соображений толщины h и δ делается оценка отклонения по массе от оптимальной конструкции. Расчет проводится в следующей последовательности.

Задано: эксплуатационная нагрузка T , радиус кривизны оболочки R , характеристики материала несущих слоев E , σ_T и γ_n .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающую силу $T_{кр} = fT$.

2. Выберем конструктивный вариант заполнителя, определим его характеристики μ и \bar{G} . Рекомендуется принимать μ не более 0,1. При оценке конструктивных вариантов заполнителей необходимо учитывать, что при $\mu \approx 0,14$ трехслойные оболочки с жестким заполнителем будут равноценны по массе вафельным (см. рис. 15).

3. Вычислим

$$A = \frac{T_{кр}}{22kE},$$

здесь коэффициент устойчивости k может быть принят равным примерно 0,25—0,3.

3. Определим параметр исходных данных

$$\zeta = \frac{0,112}{R\bar{G}} \sqrt{\frac{T_{кр}}{kE}}.$$

5. В соответствии с рис. 12 оценим предполагаемое весовое совершенство оболочки при принятых μ и ζ . При дальнейших расчетах, если $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$, заполнитель можно рассматривать как жесткий на сдвиг, принимая $d=0$.

6. По табл. 4 или из уравнения (24) найдем d (см. также рис. 13).

7. Вычислим

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{2}{\mu} - 2 + 1,7d.$$

8. Определив α по выражению, приведенному к формуле (20), найдем толщину несущих слоев и заполнителя:

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{(1 + \lambda_{\text{опт}}) \alpha}}, \quad h = \delta \lambda_{\text{опт}}.$$

9. Целесообразно также найти толщину слоев для оболочки с Δ -отклонением по массе от оптимальной. Так, например, при $\Delta = 1,06$, проигрывая в массе оптимальной конструкции менее 6%, оболочка будет значительно технологичнее, так как увеличится толщина несущих слоев и уменьшится толщина заполнителя. Последовательность этих вычислений:

— зададимся весовым отклонением Δ ;

— определим коэффициент весового совершенства оболочки $K_G = \Delta K_{G \text{ min}}$;

— для заданных значений $\Delta K_{G \text{ min}}$ и ζ в соответствии с рис. 12 найдем фиктивное значение $\mu_{\text{ф}}$.

Все дальнейшие расчеты проводятся по пп. 6—8, при этом вместо истинного значения μ принимается фиктивное $\mu_{\text{ф}}$.

10. Полученную толщину оценим в соответствии с конструктивно-технологическими требованиями. Рассмотрим два возможных случая, когда необходимо изменить или толщину несущих слоев δ , или толщину заполнителя h . Новую скорректированную толщину определим по формулам, приведенным в табл. 5.

11. Определим критические нормальные напряжения, сравним их с допускаемыми

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{T_{\text{кр}}}{2\pi R 2\delta} \leq [\sigma].$$

Таблица 5

Формулы для определения толщины h или δ

Заполнитель	При изменении	
	δ	h
Упругий	$h = \frac{\frac{A}{\delta} - \delta}{1 - \frac{0,525\delta}{R\bar{G}}}$	$\delta = \frac{-h + \sqrt{h^2 + 4A(1-d)}}{2(1-d)}$ $d = \frac{0,525h}{R\bar{G}}$
Жесткий	$h = \frac{A}{\delta} - \delta$	$\delta = \frac{-h + \sqrt{h^2 + 4A}}{2}$

За допускаемые напряжения металлических материалов обычно принимают предел текучести σ_T . Если действующие напряжения превышают допускаемые, необходимо применить материал с более высокими механическими свойствами или увеличить толщину несущих слоев δ .

12. Для окончательно принятых размеров определим коэффициент весового совершенства оболочки по формуле (21) и эквивалентную толщину для расчета массы конструкции

$$\delta_0 = 2\delta + \mu h.$$

ДВУХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Необходимость применения двухслойных оболочек обычно диктуется конструктивными требованиями. Если оболочка подвергается действию внешних нагрузок, второй слой может эффективно участвовать в работе конструкции. Рассмотрим несколько случаев расчета двухслойных оболочек для различных конструктивных схем.

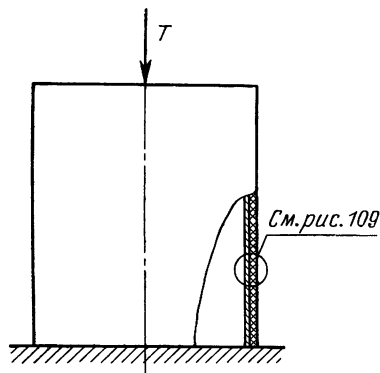


Рис. 16. Двухслойная цилиндрическая оболочка под действием осевой силы

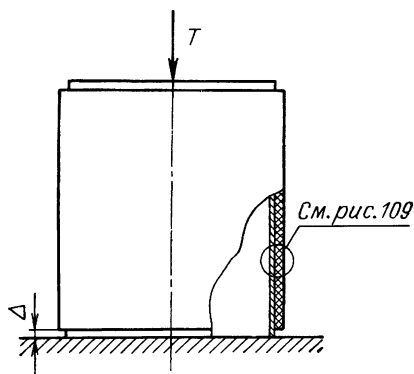


Рис. 17. Двухслойная цилиндрическая оболочка с заделанным внутренним слоем под действием осевой силы

1. **Стенки нерасслоенные.** Заделка торцов выполнена так, что обеспечиваются одинаковые деформации наружного и внутреннего слоев (рис. 16). Критическая осевая сила

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{B_2 D_1}. \quad (35)$$

Коэффициент k для проектировочных расчетов может быть принят равным 0,2—0,3. Меньшее значение относится к оболочкам с меньшей относительной толщиной и низким качеством изготовления (для идеальных оболочек $k=0,605$).

2. **Стенки расслоенные.** Наружный и внутренний слои скреплены только по торцевым сечениям и плотно прилегают друг к

другу по сопрягаемым поверхностям. Заделка торцов обеспечивает одинаковые деформации наружного и внутреннего слоев (см. рис. 16). Критическая осевая сила

$$T_{кр} = 2\pi k E_{пр} \sqrt{\overline{B_2 D_{1рас}}}. \quad (36)$$

3. Стенки расслоенные. Внутренний слой по торцам нагружен равномерной погонной силой. Заделка торцов наружного слоя не обеспечивает совместность деформации слоев, т. е. $\Delta \neq 0$ (рис. 17). Внутренний и наружный слой плотно прилегают друг к другу.

Известны эмпирические зависимости для определения критической осевой силы и критических напряжений:

$$\begin{aligned} T_{кр} &= 2\pi k E_{пр} \sqrt{(\delta_B + 2e_2 \delta_H) \overline{D_{1рас}}}, \\ \sigma_{кр} &= k \frac{E_{пр}}{R \delta_B} \sqrt{(\delta_B + 2e_2 \delta_H) \overline{D_{1рас}}}. \end{aligned} \quad (37)$$

Из сравнения формул (36) и (37) следует, что $(T_{кр})_{\Delta \neq 0} > (T_{кр})_{\Delta = 0}$. Таким образом, если невозможно соединить наружный и внутренний слой, значит нецелесообразно обеспечение жесткой связи слоев по торцам.

Распределение погонного усилия $q = T/2\pi R$ между внутренним и наружным слоями при условии $\Delta = 0$ для двухслойной стенки оболочки без расслоений или с расслоениями определяется по формулам (19).

ДВУХСЛОЙНЫЕ И ТРЕХСЛОЙНЫЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Для расчета конических оболочек на устойчивость при осевом сжатии воспользуемся формулами, полученными для цилиндрических оболочек. Рассмотрим несколько случаев.

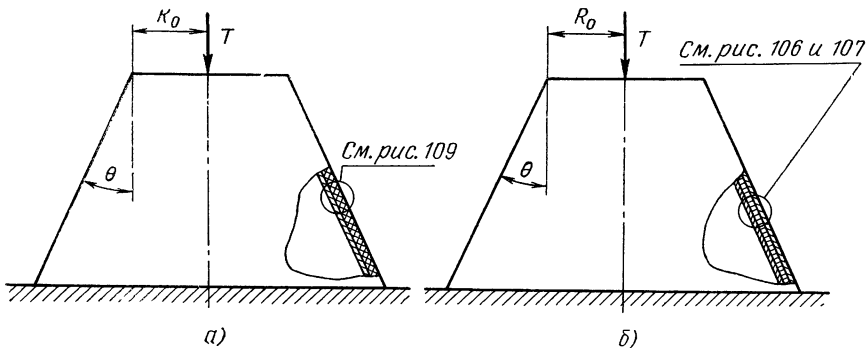


Рис. 18. Коническая оболочка под действием осевой силы:

а—двухслойная; б—трехслойная

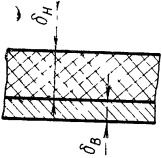
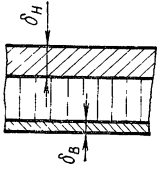
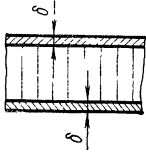
1. Заделка торцов обеспечивает равномерность деформаций наружного и внутреннего слоев, т. е. $\Delta=0$ (рис. 18). Критическая осевая сила

$$T_{кр} = T_{кр.цил} \cos^2 \theta, \quad (38)$$

где $T_{кр.цил}$ определяется по формулам для цилиндрических оболочек (табл. 6).

Таблица 6

К определению $T_{кр.цил}$

Конструкция	Условие соединения слоев, жесткость заполнителя	$T_{кр.цил}$
<p>Двухслойная</p> 	Стенки нерасслоенные	(35)
	Стенки расслоенные	(36)
<p>Трехслойная несимметричная</p> 	Стенки нерасслоенные при жестком, упругом и маложестком на сдвиг заполнителе	<p>Табл. 3 при</p> $R = \frac{R_0}{\cos \theta}$
	Стенки нерасслоенные с жестким на растяжение средним слоем	
<p>Трехслойная симметричная</p> 	Стенка нерасслоенная при жестком, упругом и маложестком на сдвиг заполнителе	<p>Табл. 3 при</p> $R = \frac{R_0}{\cos \theta}$
<p>Трехслойная несимметричная или симметричная</p>	Стенки расслоенные по всей поверхности	Табл. 3

2. Совместность деформаций слоев не обеспечивается $\Delta \neq 0$ (рис. 19). При расслоении по всей поверхности наружный слой

не участвует в работе конструкции. Критическая осевая сила определяется по внутреннему слою как для однослойной гладкой оболочки

$$T_{кр} = 2\pi k E \delta_b^2 \cos^2 \theta. \quad (39)$$

3. Действующие напряжения. Действующие напряжения достигают максимального значения в зоне малого основания (при постоянной толщине слоев вдоль образующей). На расстоянии

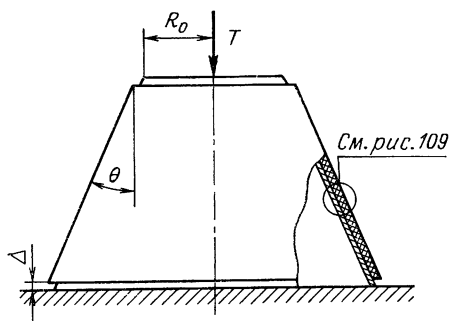


Рис. 19. Коническая оболочка с заделанным внутренним слоем под действием осевой силы

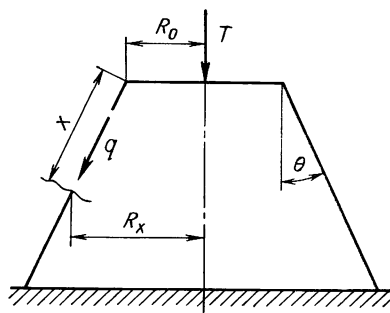


Рис. 20. К определению погонного усилия в стенке конуса

x от малого основания (рис. 20) в стенке конуса действует погонное усилие

$$q = \frac{T}{2\pi R_x \cos \theta}.$$

При обеспечении совместности деформации слоев двухслойной или трехслойной оболочек ($\Delta = 0$) погонные усилия в наружном и внутреннем слоях определим по формулам (19). Нормальные напряжения

$$\sigma_{нар} = q_n / \delta_n, \quad \sigma_{вн} = q_b / \delta_b. \quad (40)$$

4. Проектировочный расчет трехслойных конических оболочек с симметричной стенкой проводится по зависимостям, полученным для цилиндрических оболочек, при этом принимается

$$A = \frac{T_{кр}}{22kE \cos^2 \theta}$$

и в запас прочности $R = R_0 / \cos \theta$.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

Многослойные цилиндрические и конические оболочки под внешним давлением необходимо рассматривать с учетом прочности соединения слоев и газопроницаемости наружного слоя (если на оболочку действует давление газа). Практический интерес представляют конструктивные схемы со следующим возможным сочетанием многослойной оболочки: стенка без расслоений или с расслоениями по сопрягаемым поверхностям слоев с газонепроницаемым или проницаемым наружным слоем.

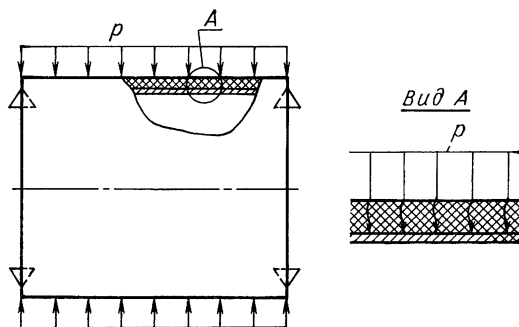


Рис. 21. Расчетная схема двухслойного цилиндра с газопроницаемым наружным слоем под действием нормального давления

Расслоение по сопрягаемым поверхностям в несколько раз снижает несущую способность конструкции. При прочном соединении слоев по сопрягаемым поверхностям (нерасслоенные стенки) газопроницаемость наружного слоя не оказывает влияния на несущую способность конструкции. Критическое давление оболочки с газопроницаемым наружным слоем оказывается таким же, как и для оболочки со всеми равными параметрами при отсутствии газопроницаемости. Газопроницаемость стенки необходимо учитывать только при отсутствии соединения слоев по сопрягаемым поверхностям. Так, например, двухслойная оболочка с газопроницаемым наружным слоем и полным расслоением слоев при действии газового давления нагрузку будет воспринимать только внутренним непроницаемым слоем (рис. 21). Под действием давления внутренняя стенка, сжимаясь, отойдет от наружного слоя. Подкрепляющее влияние наружного слоя в работе конструкции практически сводится на нет. Расчет обо-

лочки на устойчивость необходимо проводить только по внутреннему слою, пользуясь формулами для однослойной гладкой оболочке.

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретические зависимости

Воспользуемся конечным результатом, полученным для трехслойных оболочек с опертыми торцами [6]. Запишем выражение для критического бокового давления в следующем виде

$$p_{кр} = \frac{D_2 n^2}{R^3} + \frac{(1 - \nu^2) B_1}{R} \left(\frac{\pi R}{l} \right)^4 \frac{1}{n^6} - \frac{D_2 (1 - c_1) n^4}{R^3 \left(\frac{4R^2 G_{зап}}{hB_1} + n^2 \right)}. \quad (41)$$

Здесь число полуволн n изогнутой поверхности оболочке в окружном направлении следует принимать таким, которое удовлетворяет условию минимума $p_{кр}$.

В результате преобразований выражение (41) представим в виде

$$p_{кр} = \frac{1,75\pi^4 \sqrt{(1 - \nu^2) B_1 D_2^3}}{l R^{3/2}} \alpha, \quad (42)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\beta} + 0,1065\beta^3 - \frac{a(1 - c_1)}{\beta^2 + a\beta};$$

здесь

$$\beta = \frac{1,75\pi R^{3/2}}{l} \sqrt{\frac{(1 - \nu^2) B_1}{D_2}} \frac{1}{n^2},$$

$$c_1 = \frac{D_{2рас}}{D_2}, \quad a = \frac{1,38hB_1}{lR^{1/2}G_{зап}} \sqrt[4]{\frac{(1 - \nu^2) B_1}{D}}.$$

Минимальное значение $p_{кр}$ находится в результате минимизации α по β . Интервал изменения параметров α и β определим, рассматривая оболочки с абсолютно жестким ($G_{зап} = \infty$) и мягким ($G_{зап} = 0$) наполнителем.

В результате получим

$$1 \geq \alpha \geq \sqrt[4]{c_1^3}, \quad 1,33 \geq \beta \geq 1,33 \sqrt[4]{c_1}. \quad (43)$$

Правые значения неравенства соответствуют оболочке с абсолютно жестким, а левые — с абсолютно мягким наполнителем. Подставляя крайние значения выражения (43) в уравнение (42), получим соответственно критическое давление для оболочки с абсолютно жестким наполнителем

$$p_{кр} = \frac{1,75\pi^4 \sqrt{(1 - \nu^2) B_1 D_2^3}}{l R^{3/2}}$$

и с абсолютно мягким наполнителем

$$P_{кр} = \frac{1,75\pi \sqrt[4]{(1-\nu^2) B_1 D_{2pac}^3}}{lR^{3/2}}.$$

Минимизированные значения коэффициента α приведены на рис. 22. Можно предложить также следующую приближенную формулу:

$$\alpha = 1 - 0,4a^{3/4}. \quad (44)$$

Погрешность расчета по формуле (44) при $c_1 \leq 0,08$ не превышает 7% (в сторону занижения) и уменьшается с уменьшением параметра c_1 . При значениях c_1 , близких к нулю, погрешность не превышает 2%.

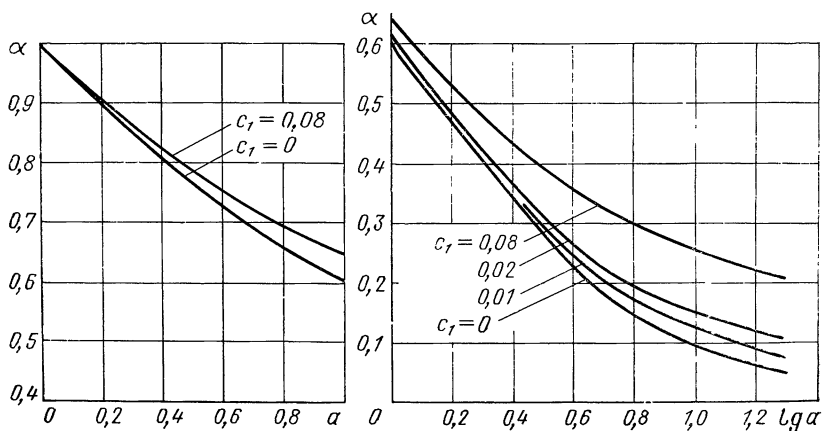


Рис. 22. Коэффициент α для трехслойных цилиндров под действием нормального давления

При проведении расчетов необходимо знать значения модуля сдвига наполнителя, которые можно не учитывать в расчетах. Наполнитель можно считать жестким на сдвиг, если пренебрегая им можно получить погрешность, не превышающую 3%. Данное условие запишем воспользовавшись выражением (44), при этом для значений a , близких к нулю, можно принять $0,4a^{3/4} \approx 0,5a$, тогда имеем $0,5a \leq 0,03$. Откуда получим модуль сдвига жесткого наполнителя

$$G_{\infty} \geq \frac{23hB_1}{lR^{1/2}} \sqrt[4]{\frac{(1-\nu^2) B_1}{D_2}}. \quad (45)$$

Формулы для практических расчетов

Представим полученные зависимости в виде, удобном для расчетов, при этом будем принимать $1-\nu^2=0,91$. Как и в случае однослойных гладких или подкрепленных оболочек под действием нормального давления критические нагрузки в реальных конструкциях на 10—30% меньше по сравнению с теоретическими для идеальных оболочек. Это снижение критической нагрузки будем учитывать коэффициентом k , который при проведении проективных расчетов по испытаниям оболочек с жестким наполнителем может быть принят равным 0,8—0,9 (для идеальных оболочек $k=1$). Точное значение k устанавливается в результате экспериментальной проверки натурных узлов. Трехслойные оболочки под внешним давлением также, как и вафельные, обладают по сравнению с однослойными гладкими меньшей чувствительностью к несовершенствам формы.

Формулы для расчета критического давления трехслойных оболочек с опертymi торцами (рис. 23) приведены в табл. 7.

При нагружении оболочки критическим давлением напряжения, действующие в несущих слоях, не должны превышать предельных допускаемых, которые принимаются в зависимости от механических свойств материала. Рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием наружного давления p и кольцевых усилий (рис. 24). Наружный слой газонепроницаемый. Давление $p_{\text{зап}}$, передаваемое заполнителем на внутренний слой, найдем из уравнения совместности деформаций

$$-\frac{p_{\text{зап}} R_B^2}{E_B \delta_B} - \frac{(p_{\text{зап}} - p) R_H^2}{E_H \delta_H} = \frac{p_{\text{зап}} h}{E_z},$$

откуда
$$p_{\text{зап}} = \frac{p}{1 + \delta + \xi}; \quad (46)$$

здесь E_z — нормальный модуль упругости заполнителя,

$$\bar{\delta} = \frac{E_H \delta_H}{E_B \delta_B}, \quad \xi = \frac{E_H \delta_H h}{E_z R_H^2}.$$

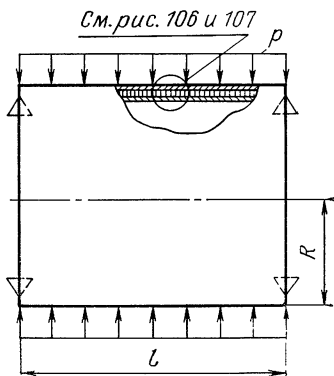
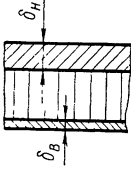
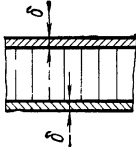
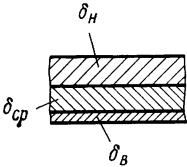
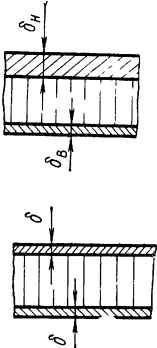


Рис. 23. Трехслойная цилиндрическая оболочка под действием бокового давления

Формулы для расчета трехслойных цилиндрических оболочек на внешнее давление

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с легким средним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или про- ницаемый</p> $p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3} \alpha$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha=1$ при упругом, если $5gE_{пр} \leq G_{зап} \leq 85gE_{пр}$,</p> $\alpha = 1 - 0,4a^{3/4}$ <p>при маложестком заполнителе, если $G_{зап} < 5gE_{пр}$, α определяется в соответствии с рис. 22</p> <p>Здесь</p> $g = \frac{h\bar{B}_1}{lR^{1/2}} \frac{E_{1н}}{E_{2в}} \sqrt[4]{\frac{\bar{B}_1}{\bar{D}_2}}$ $a = \frac{5gE_{пр}}{G_{зап}}$ $c_1 = \frac{\bar{D}_{2рас}}{\bar{D}_2}$
<p>Симметричная без расслоений с легким средним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или про- ницаемый</p> <p>При $\lambda \geq 3$</p> $p_{кр} = 4,18k \frac{E_{пр}\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} (1 + \lambda)^{3/2} \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям, приведенным для случая несимметричной стенки. При этом</p> $g = 1,52 \frac{E_1}{E_2} \frac{h^{3/2}}{lR^{1/2} \sqrt{\lambda(1 + \lambda)}}$ $a = 2,65 \frac{gE_{пр}}{G_{зап}}$ $c_1 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ <p>Данные зависимости можно использовать при расчетах в запас прочности при $\lambda < 3$ (погрешность в сторону занижения $p_{кр}$ менее 24%). Точное значение $p_{кр}$ можно вычислить по формуле для оболочек с несимметричной стенкой</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с жестким на растяжение средним слоем</p> 	<p>Наружный и средний слой газонепроницаемые или проницаемые</p> $p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_2^3}$
<p>Несимметричная или симметричная при расщелинии между слоями по всей поверхности</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый</p> $p_{кр} = 0,92k \frac{E_{пр}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{\bar{B}_1 \bar{D}_{2рас}^3}$

Усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$S_{вн} = p_{зап} R_B = \frac{p R_B}{1 + \bar{\delta} + \xi}, \quad (47)$$

$$S_{н} = (p - p_{зап}) R_H = p R_H \frac{\bar{\delta} + \xi}{1 + \bar{\delta} + \xi}.$$

Для оболочки с симметричной стенкой $\delta_H = \delta_B$, $E_H = E_B$, $\bar{\delta} = 1$

$$S_{вн} = \frac{p R_B}{2 - \xi}, \quad S_{н} = p R_H \frac{1 + \xi}{2 + \xi}. \quad (47a)$$

Кольцевые напряжения, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$\sigma_{\text{вн}} = \frac{S_{\text{вн}}}{\delta_{\text{в}}}, \quad \sigma_{\text{н}} = \frac{S_{\text{н}}}{\delta_{\text{н}}}. \quad (48)$$

При абсолютно жестком заполнителе $E_z = \infty$, $\xi = 0$. Пренебрегая толщиной стенки оболочки по сравнению с радиусом кривизны,

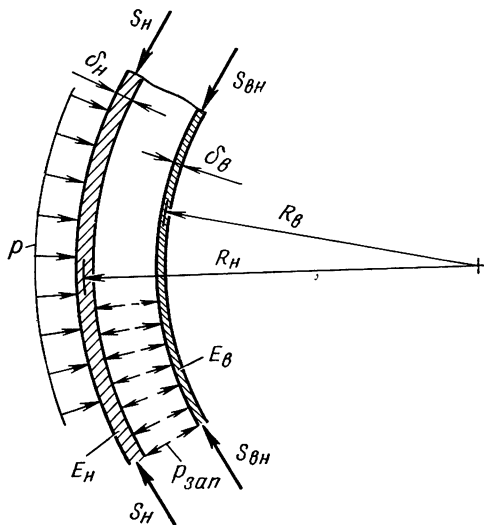


Рис. 24. Элемент трехслойной цилиндрической оболочки под действием нормального давления

визны, можно принять $R_{\text{в}} \approx R_{\text{н}} \approx R$. Напряжения, действующие в слоях оболочки с симметричной стенкой ($\delta_{\text{в}} = \delta_{\text{н}} = \delta$):

$$\sigma_{\text{вн}} = \sigma_{\text{н}} = \frac{pR}{2\delta}. \quad (48a)$$

АНАЛИЗ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С СИММЕТРИЧНОЙ СТЕНКОЙ

Критическое давление для трехслойной оболочки с симметричной стенкой

$$p_{\text{кр}} = 4,18k \frac{E\delta^{5/2}}{lR^{3/2}} (1 + \lambda)^{3/2} \alpha, \quad (49)$$

где
$$\alpha = 1 - \frac{0,708d^{3/4}}{[\lambda(1 + \lambda)]^{3/8}};$$

здесь
$$d = \frac{1,88k^{3/2}}{lR^{1/2}G}.$$

При заданном разрушающем давлении $p_{кр}$ толщина одно-
слойной гладкой оболочки

$$\delta_{г.л} = \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{0,92 k E} \right)^{2/5}$$

и эквивалентная толщина трехслойной оболочки

$$\delta_3 = \delta (2 + \mu\lambda) = \left(\frac{p_{кр} l R^{3/2}}{4,18 k E} \right)^{2/5} \frac{2 + \mu\lambda}{[(1+\lambda)^{3/2} \alpha]^{2/5}}.$$

Оценка весового совершенства трехслойной оболочки производится по отношению к однослойной гладкой с одинаковой не-
сущей способностью при равных коэффициентах устойчивости k . Коэффициент весового совершенства, показывающий, какую часть составляет масса трехслойной оболочки от массы равно-
устойчивой гладкой

$$K_G = \frac{\delta_3}{\delta_{г.л}} = 0,545 \frac{2 + \mu\lambda}{[(1+\lambda)^{3/2} \alpha]^{2/5}}, \quad (50)$$

или после подстановки выражения α

$$K_G = 0,545 \frac{2 + \mu\lambda}{(1+\lambda)^{3/5} \left\{ 1 - \frac{0,708 d^{3/4}}{[\lambda (1+\lambda)]^{3/8}} \right\}^{2/5}}. \quad (51)$$

Из выражения (49) получим второе уравнение, связывающее
параметры d и λ :

$$\zeta = \frac{d (1+\lambda)^{0,9}}{\lambda^{3/2}} \left\{ 1 - \frac{0,708 d^{3/4}}{[\lambda (1+\lambda)]^{3/8}} \right\}^{0,6}, \quad (52)$$

где

$$\zeta = \frac{0,796}{G} \left(\frac{p_{кр}}{k E} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}.$$

Дифференцируя систему уравнений (51) и (52), из условия
 $dK_G/d\lambda = 0$ получим уравнение, позволяющее определить λ для
оптимальной в весовом отношении оболочки:

$$CZ^2 - BDZ + AD^2 = 0, \quad (53)$$

где

$$A = 532\mu\lambda^2 + 874\mu\lambda - 96\lambda + 588,$$

$$B = 480\mu\lambda^2 + 528\mu\lambda + 600\lambda + 696,$$

$$C = 108\mu\lambda^2 + 54\mu\lambda + 216\lambda + 108,$$

$$D = \zeta^{5/3} \frac{\lambda^{5/2}}{(1+\lambda)^{3/2}}, \quad Z = d^{5/3}.$$

При заданных μ и ζ уравнения (52) и (53) позволяют найти
параметры λ и d для оптимальной в весовом отношении оболоч-

ки, а затем при подстановке их в формулу (51) — оценить ее весовое совершенство.

Для оболочки с абсолютно жестким наполнителем ($\bar{G} = \infty$) $d = 0$. В результате из условия $dK_G/d\lambda = 0$ получим

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{3}{\mu} - 2,5, \quad (54)$$

а затем

$$K_{G \min} = 1,065\mu^{0,6} (2 - \mu)^{0,4}. \quad (55)$$

Для контроля задача оптимизации решалась также и методом нелинейного программирования с помощью ЭВМ. В данном

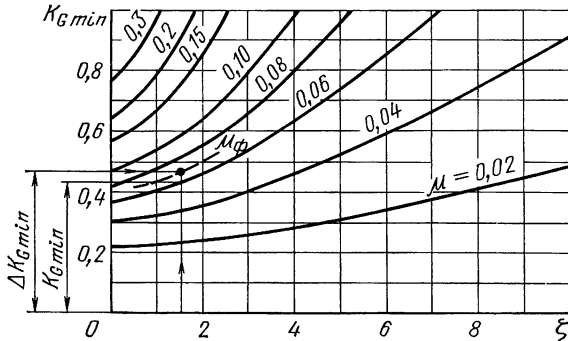


Рис. 25. Коэффициент весового совершенства $K_{G \min}$ оболочки с оптимальными параметрами

случае задача поиска минимума функции K_G двух переменных d и λ , которые связаны условием (52), не решается в явном виде относительно одной переменной. Для решения задачи оптимизации применялся метод обобщенного критерия в сочетании с методом сканирования [3]. Результаты вычислений $K_{G \min}$ и d для оптимальной в весовом отношении оболочки приведены на рис. 25, 26 и табл. 8. Эти данные и результаты вычислений уравнений (52) и (53) практически одинаковы.

Получены также следующие зависимости, погрешность которых не превышает 5%:

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{3}{\mu} - 2,5 + 2d; \quad (56)$$

$$K_{G \min} = 0,545 \frac{2 + \mu\lambda_{\text{опт}}}{\left[(1 + \lambda_{\text{опт}})^{3/2} \left(1 - \frac{d}{\lambda_{\text{опт}}} \right) \right]^{0,4}}. \quad (57)$$

Используя данные, приведенные на рис. 25, из условия $K_{G \min} \geq 1$ получим значение модуля сдвига малоэластического наполнителя, при котором оптимальная трехслойная оболочка ста-

новится равной или проигрывает в массе равнопрочной одно-
 слойной гладкой

$$\bar{G}_0 \leq \frac{1,6\mu}{\sqrt{1-2\mu}} \left(\frac{p_{кр}}{kE} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}. \quad (58)$$

С погрешностью менее 3% по весовому совершенству (см.
 рис. 25) наполнитель можно считать жестким, если $\xi \leq 0,1/\sqrt{\mu}$,
 откуда получим значение жесткого на сдвиг наполнителя

$$\bar{G}_\infty \geq 8\sqrt{\mu} \left(\frac{p_{кр}}{kE} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}. \quad (59)$$

В этом случае наполнитель можно не учитывать в расчетах,
 принимая $d=0$.

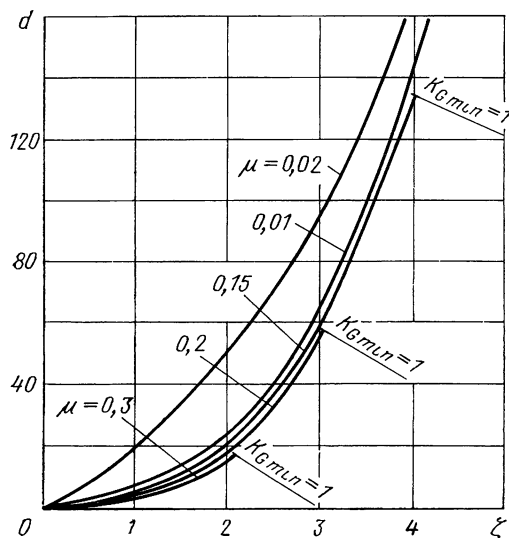


Рис. 26. Коэффициент d для оболочки с оптимальными параметрами

Формулы (58) и (59) относятся к оболочкам с оптимальными параметрами. Для оболочек с произвольно заданными размерами формулы, устанавливающие границу жесткого и мало-жесткого наполнителя, приведены в табл. 7.

Полученные зависимости позволяют определить параметры оптимальной оболочки. Как правило, они не могут быть приняты из конструктивно-технологических соображений, из-за сравнительно большой толщины наполнителя при очень малой толщине несущих слоев. Изменяя толщину наполнителя до практически приемлемых значений, необходимо знать, во сколько раз

Значения d для оптимальной оболочки

μ	ζ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0,02	19,92	51,40	94,97	168,2	284,6	449	928	1650
0,04	12,38	36,55	78,29	155,8	269,1	431	911	1620
0,06	9,58	30,04	71,38	146,4	267,1	425	900	1607
0,08	8,29	25,99	68,12	144,6	255,8	417	889	—
0,10	7,36	23,51	65,01	142,4	253,2	414	—	—
0,15	5,15	20,90	59,35	132,5	—	—	—	—
0,20	4,10	17,22	56,41	—	—	—	—	—
0,25	3,53	15,81	—	—	—	—	—	—

оболочка принятого варианта проигрывает в массе оптимальной. Проигрыш в массе проектируемой оболочки (при абсолют-

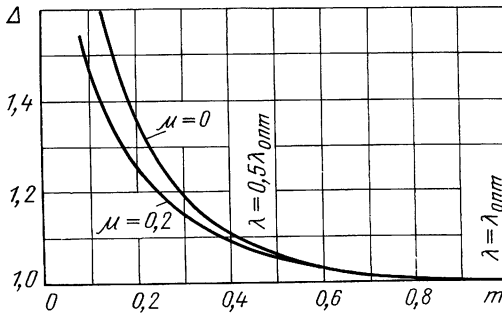


Рис. 27. Коэффициент проигрыша в массе Δ проектируемой оболочки по сравнению с оптимальной

но жестком заполнителе) по сравнению с оптимальной в зависимости от отношения $m = \lambda/\lambda_{\text{опт}}$

$$\Delta = \frac{K_G}{K_{G \min}} = 0,512 \frac{2 + 3m - 2,5m\mu}{(\mu + 3m - 2,5m\mu)^{0,6} (2 - \mu)^{0,4}}, \quad (60)$$

при $\mu \rightarrow 0 \Delta \rightarrow \Delta_{\max}$

$$\Delta_{\max} = \frac{2 + 3m}{5m^{0,6}}. \quad (61)$$

График функции $\Delta f(\mu, m)$ приведен на рис. 27, из которого следует, что практическое значение λ можно принять не боль-

ше $0,5\lambda_{\text{опт}}$. Проигрывая при этом в массе менее 6%, получим оболочку с существенно меньшей толщиной стенки при большой толщине несущих слоев.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С СИММЕТРИЧНОЙ СТЕНКОЙ

Диапазон применения трехслойных оболочек

Применение трехслойных оболочек ограничивается механическими свойствами материала и границей использования вафельных оболочек. При заданном давлении $p_{\text{кр}}$ толщина слоев (модуль упругости заполнителя $E_z = \infty$) из условия, что действующие напряжения не превышают предела текучести,

$$\delta = \frac{p_{\text{кр}} R}{2\sigma_T}. \quad (62)$$

Принимая $1 + \lambda \approx \lambda$ и $G_{\text{зап}} = \infty$, из уравнения (49) получим предельное значение λ , при котором действующие напряжения будут равны σ_T :

$$\lambda_{\text{пр}} = \frac{0,61}{k^{2/3}} \left(\frac{\sigma_T}{E} \frac{lR^{1/2}}{\delta^{3/2}} \right)^{2/3}. \quad (63)$$

Подставляя выражение (63) в уравнение (50), получим предельное значение коэффициента весового совершенства оболочки

$$(K_G)_{\text{пр}} = 0,545 \frac{2 + \frac{0,61N}{k^{2/3}} \mu}{\left(1 + \frac{0,61N}{k^{2/3}} \right)^{0,6}}. \quad (64)$$

Зависимость (64) иллюстрируется графиком (рис. 28), на котором показана также область применения вафельных оболочек. С помощью рис. 28 можно дать оценку преимущества в массе трехслойной оболочки по сравнению с вафельной. Рассматривая график, можно сделать следующие выводы.

1. Трехслойные оболочки имеют преимущество в массе по сравнению с вафельными при относительной плотности $\mu < 0,24$. С уменьшением μ это преимущество возрастает. Так, например, при $N=20$ и $\mu=0,1$ трехслойные оболочки будут в 1,6 раза легче вафельных.

3. Преимущество в массе трехслойных оболочек возрастает с увеличением габаритов оболочек R , l и механических свойств материала σ_T .

Проектировочный расчет

Проектировочный расчет состоит в том, что для заранее принятого заполнителя и заданной нагрузки p определяется толщина заполнителя и несущих слоев.

Задано: эксплуатационное давление p , радиус кривизны R , длина оболочки l , характеристики материала несущих слоев E , σ_T и γ_H .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающее давление $p_{кр} = f p$.

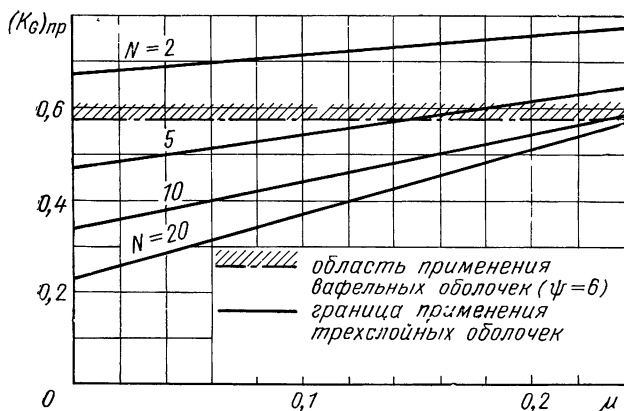


Рис. 28. Область применения трехслойных и вафельных оболочек

2. Выберем конструктивный вид заполнителя, определим его характеристики

$$\mu = \frac{\gamma_{зап}}{\gamma_H}, \quad \bar{G} = \frac{G_{зап}}{E}.$$

Рекомендуется принимать $\mu < 0,2$. При оценке конструктивных вариантов заполнителя необходимо учитывать, что при $\mu \approx 0,24$ трехслойные оболочки с жестким заполнителем будут равноценны по массе вафельным.

3. Вычислим

$$B = \frac{p_{кр}}{4,18kE},$$

где k — коэффициент, учитывающий снижение критической нагрузки по сравнению с теоретическим значением для идеальных оболочек (при проектировочном расчете может быть принят равным 0,8—0,9).

4. Определим параметр исходных данных

$$\zeta = \frac{0,796}{\bar{G}} \left(\frac{P_{кр}}{kE} \right)^{0,6} \left(\frac{R}{l} \right)^{0,4}.$$

5. В соответствии с рис. 25 определим ожидаемое весовое совершенство оболочки при принятых μ и ζ . При дальнейших расчетах, если $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$, заполнитель можно рассматривать как жесткий на сдвиг, принимая $d=0$.

6. Определим d и $\lambda_{опт}$.

7. Определив α по выражению, приведенному к формуле (49), найдем толщину несущих слоев и заполнителя

$$\delta = \left[\frac{BlR^{3/2}}{(1 + \lambda_{опт})^{3/2}\alpha} \right]^{0,4}, \quad h = \delta \lambda_{опт}.$$

8. Целесообразно также найти толщину слоев для оболочки с отклонением Δ по массе от оптимальной оболочки. Так, например, при $\Delta = 1,06$, проигрывая в массе оптимальной конструкции менее 6%, оболочка будет значительно технологичнее. Вычисления выполняются в следующей последовательности:

— зададимся весовым отклонением Δ ;

— определим коэффициент весового совершенства $K_G = \Delta K_{G \min}$;

— для заданных значений $\Delta K_{G \min}$ и ζ по рис. 25 найдем фиктивное значение μ_f .

Все дальнейшие расчеты проводятся в соответствии пп. 6 и 7, при этом вместо истинного значения μ принимаем фиктивное μ_f .

9. Если по конструктивно-технологическим соображениям необходимо назначить другие значения толщины h или δ , то задавшись одним параметром (например, δ), второй (h) найдем из уравнения (49). Для оболочки с жестким заполнителем этот расчет проводится по формулам, приведенным в табл. 9.

Таблица 9

Формулы для определения толщины h или δ

При изменении	
δ	h
$h = \left(\frac{Bl}{\delta} \right)^{2/3} R - \delta$	Требуемое значение h находится из уравнения $BlR^{3/2} = \delta (\delta + h)^{3/2}$

10. Определим напряжения, действующие при давлении $p_{кр}$, сравним их с допускаемыми, которые для металлических материалов обычно принимают равными пределу текучести.

11. Для окончательно принятых размеров определим коэффициент весового совершенства оболочки по формуле (50) и для расчета массы конструкции эквивалентную толщину δ_3 .

ДВУХСЛОЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Рассмотрим двухслойные оболочки, слои которых выполнены из различных материалов с разными упругими характеристиками. Критическое давление:

— для оболочки с нерасслоенными стенками (рис. 29) с газопроницаемым или непроницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = 0,92 \frac{kE_{np}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{B_1 D_2^3}; \quad (65)$$

— для оболочки с расслоенными стенками с газонепроницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = 0,92k \frac{E_{np}}{lR^{3/2}} \sqrt[4]{B_1 D_{2pac}^3}. \quad (66)$$

При газопроницаемом наружном слое расчет конструкции проводится по внутреннему слою по формулам для однослойной гладкой оболочки.

Для определения напряжений, действующих в слоях, рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием наружного давления p и кольцевых усилий S_H , S_B (рис. 30). Распределение кольцевых усилий между слоями определится из

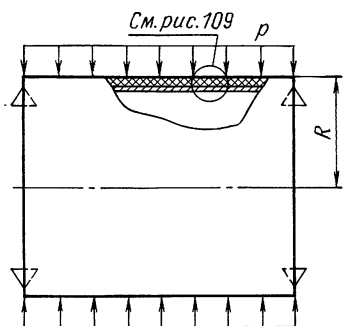


Рис. 29. Двухслойная цилиндрическая оболочка под действием бокового давления

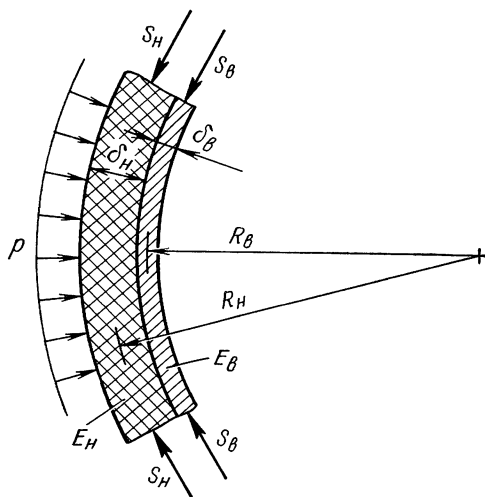


Рис. 30. Элемент двухслойной цилиндрической оболочки под действием нормального давления

условия совместимости деформации. Из выражений (47) при $h=0$ найдем усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях

$$S_{в} = \frac{pR_{в}}{1 + \delta}, \quad S_{н} = \frac{pR_{н}\bar{\delta}}{1 + \bar{\delta}}. \quad (67)$$

Напряжения в слоях определяются по формулам (48).

ДВУХСЛОЙНЫЕ И ТРЕХСЛОЙНЫЕ КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Для расчета конических оболочек (рис. 31) воспользуемся зависимостями, полученными для цилиндров. Расчетные формулы приводятся в табл. 10. Проектировочный расчет трехслойных

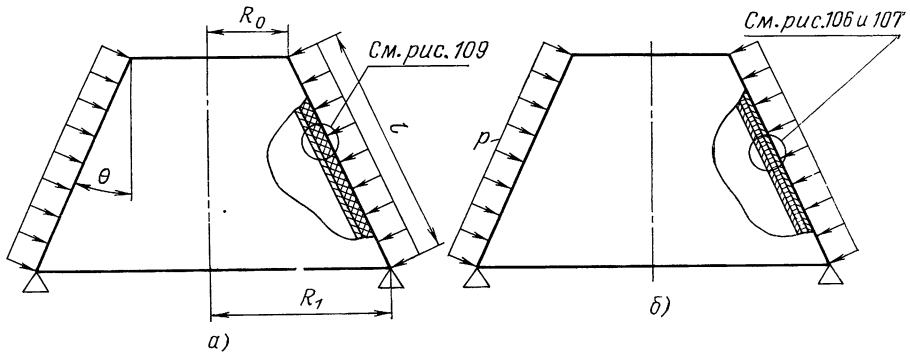


Рис. 31. Коническая оболочка под действием нормального давления:
а—двухслойная; б—трехслойная

оболочек с симметричной стенкой проводится как для эквивалентной цилиндрической оболочки с длиной, равной образующей конуса, и радиусом кривизны:

$$R_{ср} = \frac{R_0 + R_1}{2 \cos \theta}.$$

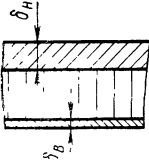
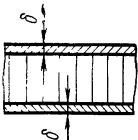
Критическое давление для двухслойной оболочки с нерасслоенными стенками (наружный слой газопроницаемый или непроницаемый)

$$p_{кр} = qk \frac{E_{пр}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta \sqrt[4]{B_1 D_2^3}, \quad (68)$$

с расслоенными стенками (наружный слой газонепроницаемый)

$$p_{кр} = qk \frac{E_{пр}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta \sqrt[4]{B_1 D_{2рас}^3}. \quad (69)$$

Формулы для расчета трехслойных конических оболочек
на внешнее давление

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с легким средним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или про- ницаемый</p> $p_{кр} = kQ \frac{E_{пр}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta \sqrt[4]{\frac{B_1 D_2^3}{B_1 D_2}} \cdot \alpha$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha=1$, при упругом, если</p> $5gE_{пр} \leq G_{зап} \leq 85gE_{пр}$ $\alpha = 1 - 0,4a^{3/4}$ <p>при маложестком заполнителе, если $G_{зап} < 5gE_{пр}$, α определяется в соответствии с рис. 22 Здесь</p> $g = \frac{h\bar{B}_1}{lR_{ср}^{1/2}} \frac{E_{1в}}{E_{2в}} \sqrt[4]{\frac{\bar{B}_1}{D_2}}$ $a = \frac{5gE_{пр}}{G_{зап}}$ $c_1 = \frac{\bar{D}_{2рас}}{D_2}$
<p>Симметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или про- ницаемый При $\lambda \geq 3$</p> $p_{кр} = 4,55Qk \frac{E_{пр} \delta^{5/2}}{lR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta (1 + \lambda)^{3/2} \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям приведенным для несимметричной стенки, при этом</p> $g = 1,52 \frac{E_1}{E_2} \frac{h^{3/2}}{lR_{ср}^{1/2} \sqrt{\lambda (1 + \lambda)}}$ $a = 2,65 \frac{gE_{пр}}{G_{зап}}$

Конструкция стенки	Расчетные формулы
	$c_1 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ <p>Эти зависимости можно использовать при расчетах в запас прочности при $\lambda < 3$ (погрешность в сторону занижения $p_{кр}$ менее 24%)</p>
<p>Несимметричная без расслоений с жестким на растяжение средним слоем</p> 	<p>Наружный и средний слой газонепроницаемые или проницаемые</p> $p_{кр} = kQ \frac{E_{пр}}{IR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta \sqrt[4]{\frac{B_1 \bar{D}_2^3}{B_1 \bar{D}_2^3}}$
<p>Несимметричная или симметричная при расслоении между слоями по всей поверхности</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый</p> $p_{кр} = kQ \frac{E_{пр}}{IR_1^{3/2}} \cos^{3/2} \theta \sqrt[4]{\frac{B_1 \bar{D}_{2рас}^3}{B_1 \bar{D}_{2рас}^3}}$

СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

ТРЕХСЛОЙНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Теоретические зависимости

Воспользуемся конечным результатом, полученным для трехслойных сферических оболочек с упругим наполнителем [6]. Запишем выражение для критического давления в следующем виде:

$$p_{кр} = \frac{2D}{R} n + \frac{2B(1-\nu^2)}{R^3} \frac{1}{n} - \frac{2D(1-c_1)n^2}{R \left(\frac{4G_{зан}}{Bh} + n \right)}. \quad (70)$$

Параметр n следует принимать таким, чтобы он удовлетворял условию минимума $p_{кр}$. После преобразований выражение (70) представим в виде

$$p_{кр} = \frac{4}{R^2} \sqrt{(1-\nu^2)BD} \cdot \alpha, \quad (71)$$

где
$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\beta + \frac{c_1}{\beta} + \frac{1-c_1}{b+\beta} \right];$$

здесь
$$\beta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{(1-\nu^2)B}{D}} \frac{1}{n},$$

$$b = \frac{Bh}{4RG_{зан}} \sqrt{\frac{(1-\nu^2)B}{D}}, \quad c_1 = \frac{D_{рас}}{D}.$$

Заметим, что полученное значение α , учитывающее податливость наполнителя, аналогично параметру в уравнении (13) для цилиндров под действием осевой силы. Поэтому приведем окончательные выводы для расчета сферических оболочек.

1. Интервал изменения параметров α и β :

$$1 \geq \alpha \geq \sqrt{c_1},$$

$$1 \geq \beta \geq \sqrt{c_1}.$$

2. Минимизированные значения коэффициента α представлены графиками (см. рис. 10), которые с погрешностью менее 10% можно аппроксимировать выражениями (16) и (17), где b определяется выражением, приведенным к формуле (71).

3. Критическое давление для оболочки с абсолютно жестким на сдвиг наполнителем ($G_{зан} = \infty$)

$$p_{кр} = \frac{4}{R^2} \sqrt{(1-\nu^2)BD}, \quad (72)$$

с абсолютно мягким наполнителем ($G_{\text{зап}}=C$)

$$p_{\text{кр}} = \frac{4}{R^2} \sqrt{(1-\nu^2) BD_{\text{рас}}}. \quad (73)$$

4. Заполнитель можно считать жестким на сдвиг (с погрешностью, не превышающей 3%) при

$$G_{\infty} \geq 4,2 \frac{Bh}{R} \sqrt{\frac{(1-\nu^2) B}{D}}.$$

В формулах, приведенных в табл. 11, для расчета трехслойных оболочек под действием наружного давления (рис. 32) ко-

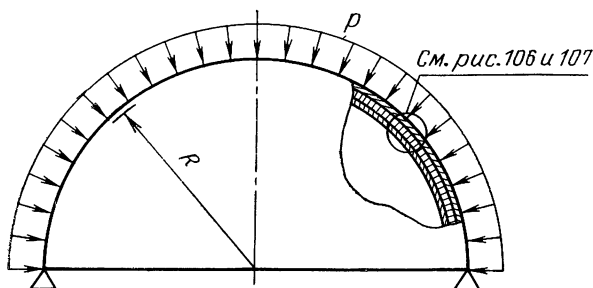


Рис 32. Трехслойная сферическая оболочка под действием нормального давления

эффициент устойчивости, относящийся к идеальным оболочкам, $k=1,21$. По экспериментальным данным для реальных конструкций значение коэффициента k оказывается в 4—5 раз меньше. При проектировочных расчетах по испытаниям оболочек с жестким наполнителем рекомендуется принимать $k \approx 0,25 \dots 0,3$. Точное значение k определяется в результате экспериментальной проверки натурных узлов.

Рассмотрим элемент безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием наружного давления p и погонных усилий $S_{\text{н}}$ и $S_{\text{в}}$ (рис. 33). Давление, передаваемое наполнителем на внутренний слой, найденное из условия совместности деформаций слоев

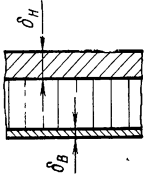
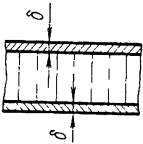
$$p_{\text{зап}} = \frac{p}{1 + \bar{\delta} + \xi}, \quad (74)$$

где

$$\bar{\delta} = \frac{E_{\text{н}} \delta_{\text{н}}}{E_{\text{в}} \delta_{\text{в}}}, \quad \xi = \frac{E_{\text{н}} \delta_{\text{н}} h}{E_{\text{з}} R^2},$$

$E_{\text{з}}$ — нормальный модуль упругости наполнителя.

**Формулы для расчета трехслойных сферических оболочек
на внешнее давление**

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с легким средним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или про- ницаемый</p> $p_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^2} \sqrt{\overline{BD}} \cdot \alpha$ <p>При жестком на сдвиг заполнителе $\alpha=1$ при упругом, если $1,1gE_{пр} \leq G_{зап} \leq 15gE_{пр}$,</p> $\alpha = 1 - \frac{b}{2}$ <p>при маложестком заполнителе, если $G_{зап} <$ $< 1,1gE_{пр}$,</p> $\alpha = \sqrt{c_1} + \frac{1}{2b(1 + 5c_1)}$ <p>Здесь</p> $g = \frac{\overline{B}h}{R} \sqrt{\frac{\overline{B}}{\overline{D}}}$ $b = 0,905 \frac{gE_{пр}}{G_{зап}}$ $c_1 = \frac{\overline{D}_{рас}}{\overline{D}}$
<p>Симметричная без рас- слоений с легким сред- ним слоем</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый или про- ницаемый При $\lambda \geq 3$</p> $p_{кр} = 3,45k \frac{E\delta^2}{R^2} (1 + \lambda) \alpha$ <p>Коэффициент α определяется по зависимостям для несимметричной стенки, при этом</p> $g = 1,16 \frac{h}{R(1 + \lambda)}$ $b = 1,05 \frac{hE}{R(1 + \lambda) G_{зап}}$ $c_1 = \frac{1}{3(1 + \lambda)^2}$ <p>Данные зависимости можно использовать при расчетах в запас прочности при $\lambda < 3$ (погреш- ность в сторону занижения $p_{кр}$ менее 15%). Точ- ное значение $p_{кр}$ можно вычислить по формуле для оболочек с несимметричной стенкой</p>

Конструкция стенки	Расчетные формулы
<p>Несимметричная без расслоений с жестким на растяжение средним слоем</p> 	<p>Наружный и средний слой газонепроницаемые или проницаемые</p> $p_{кр} = k \frac{E_B}{R^2} \sqrt{\bar{B}D}$
<p>Несимметричная или симметричная при расслоении между слоями по всей поверхности</p> 	<p>Наружный слой газонепроницаемый</p> $p_{кр} = k \frac{E_B}{R^2} \sqrt{\bar{B}D_{рас}}$

Усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$S_B = \frac{p_{зап} R_B}{2} = \frac{p R_B}{2(1 + \bar{\delta} + \xi)}, \quad (75)$$

$$S_H = \frac{(p - p_{зап}) R_H}{2} = \frac{p R_H}{2} \frac{\bar{\delta} + \xi}{1 + \bar{\delta} + \xi}.$$

Для оболочки с симметричной стенкой имеем $\delta_H = \delta_B$, $E_H = E_B$, $\bar{\delta} = 1$. В результате получим

$$S_B = \frac{p R_B}{2} \frac{1}{2 + \xi}; \quad S_H = \frac{p R_H}{2} \frac{1 + \xi}{2 + \xi}. \quad (75a)$$

Напряжения во внутреннем и наружном слоях

$$\sigma_{вн} = \frac{S_{в}}{\delta_{в}}, \quad \sigma_{н} = \frac{S_{н}}{\delta_{н}}. \quad (76)$$

При абсолютно жестком заполнителе $E_z = \infty$, $\xi = 0$. Пренебрегая толщиной стенки оболочки по сравнению с радиусом кривизны,

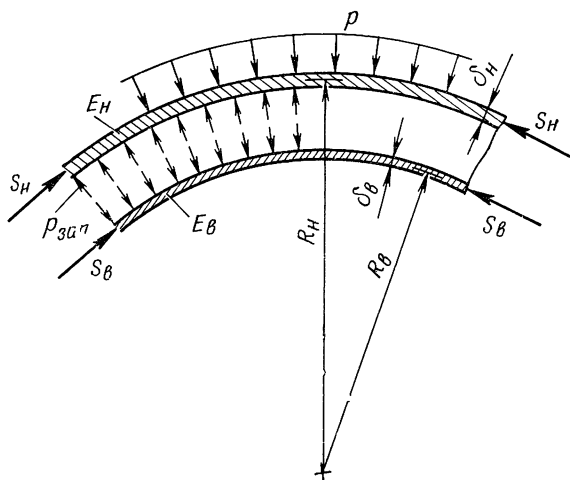


Рис. 33. Элемент трехслойной сферической оболочки под действием нормального давления

визны, можно принять $R_{в} \approx R_{н} \approx R$. При этом напряжения, действующие в слоях оболочки с симметричной стенкой ($\delta_{в} = \delta_{н} = \delta$)

$$\sigma_{вн} = \sigma_{н} = \frac{pR}{4\delta}. \quad (76a)$$

УСЛОВИЯ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ С СИММЕТРИЧНОЙ СТЕНКОЙ

Приведем результаты анализа условий весовой оптимальности оболочки в окончательном виде.

1. Коэффициент весового совершенства

$$K_G = 0,535 \frac{2 + \mu\lambda}{\sqrt{1 + \lambda - d}}, \quad (77)$$

где
$$d = 0,525 \frac{h}{RG}.$$

2. Минимальный коэффициент весового совершенства оболочки с оптимальными параметрами

$$K_{G \min} = 1,07 \sqrt{\frac{2}{\mu} - 1 + 1,02d}.$$

Уравнения, связывающие параметры $\lambda_{\text{опт}}$ и d для оптимальной оболочки

$$\lambda_{\text{опт}} = \frac{2}{\mu} - 2 + 1,7d, \quad d^3 - (1 + \lambda_{\text{опт}}) d^2 + \zeta^2 \lambda_{\text{опт}}^2 = 0,$$

где
$$\zeta = \frac{0,283}{\bar{G}} \sqrt{\frac{P_{\text{кр}}}{kE}}.$$

Значения $K_{G \text{ min}}$ показаны на рис. 12, значения d приведены в табл. 4 и на рис. 13.

3. Параметры оптимальной оболочки с жестким наполнителем

$$K_{G \text{ min}} = 1,07\mu \sqrt{\frac{2}{\mu} - 1}, \quad \lambda_{\text{опт}} = \frac{2}{\mu} - 2.$$

4. Значения жесткого наполнителя получим из условия $\zeta \leq 0,1/\sqrt{\mu}$

$$\bar{G}_\infty \geq 2,83 \sqrt{\frac{P_{\text{кр}}\mu}{kE}}. \quad (78)$$

Маложесткий наполнитель, при котором трехслойная оболочка не имеет преимуществ в массе по сравнению с однослойной гладкой

$$\bar{G}_0 \leq \frac{0,45\mu}{\sqrt{0,55 - \mu}} \sqrt{\frac{P_{\text{кр}}}{kE}}. \quad (79)$$

5. Проигрыш в массе проектируемой оболочки при отступлении от оптимальных параметров определяется по формуле (30) (см. рис. 14).

Выводы, сделанные для трехслойных цилиндров под действием осевой силы, могут быть отнесены и к сферическим оболочкам.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С СИММЕТРИЧНОЙ СТЕНКОЙ

Диапазон применения трехслойных оболочек

Применение трехслойных оболочек ограничивается механическими свойствами материала и границей применения вафельных оболочек. Предельное значение λ , при котором действующие напряжения будут равны σ_r ,

$$\lambda_{\text{пр}} = \frac{1,15}{k} \frac{R\sigma_r}{\xi E}.$$

Предельный коэффициент весового совершенства

$$K_{G_{\text{пр}}} = 0,535 \frac{2 + \frac{0,575N}{k} \mu}{\sqrt{1 + \frac{0,575N}{k}}}, \quad (80)$$

где

$$N = 2 \frac{R\sigma_T}{\delta E}.$$

Зависимость (80) иллюстрирована графиком (см. рис. 15), полученным при $k=0,3$, показана также область применения вафельных оболочек.

Проектировочный расчет

Проектировочный расчет состоит в том, чтобы для заранее принятого заполнителя и заданной нагрузки p определить толщину заполнителя и несущих слоев.

Задано: эксплуатационное давление p , радиус кривизны R , механические характеристики материала несущих слоев E , σ_T и γ_H .

1. Приняв коэффициент безопасности f , определим разрушающее давление $p_{\text{кр}} = fp$.

2. Выберем конструктивный вид заполнителя, определим его характеристики

$$\mu = \gamma_{\text{зап}} / \gamma_H, \quad \bar{G} = G_{\text{зап}} / E.$$

Рекомендуется принимать μ не более 0,1. При оценке конструктивных вариантов заполнителей необходимо учитывать, что при $\mu \approx 0,14$ трехслойные оболочки с жестким заполнителем будут равноценны по массе вафельным (см. рис. 15).

3. Вычислим

$$A = \frac{p_{\text{кр}} R^2}{3,45kE},$$

здесь k — коэффициент устойчивости, в проектировочном расчете может быть равным 0,25—0,3.

4. Определим параметр исходных данных

$$\zeta = \frac{0,283}{\bar{G}} \sqrt{\frac{p_{\text{кр}}}{kE}}.$$

Дальнейшие вычисления проводятся по формулам и в соответствии с пп. 5—19 для цилиндров под действием осевой силы, после чего по формуле (76) определим напряжения, действующие при давлении $p_{\text{кр}}$, сравним их с пределом текучести материала.

ДВУХСЛОЙНЫЕ ОБОЛОЧКИ

Рассмотрим двухслойную оболочку, слои которой выполнены из различных материалов с разными упругими характеристиками

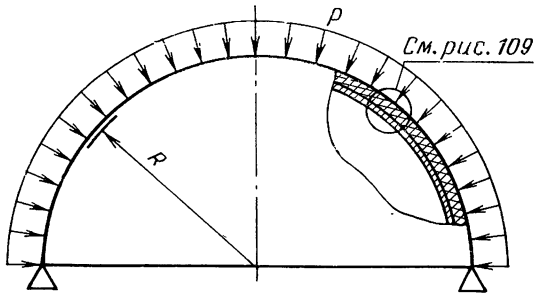


Рис. 34 Двухслойная сферическая оболочка под действием нормального давления

ми. Критическое давление для оболочки (рис. 34) с нерасслоеными стенками с газонепроницаемым или проницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = k \frac{E_{пр}}{R^2} \sqrt{BD}. \quad (81)$$

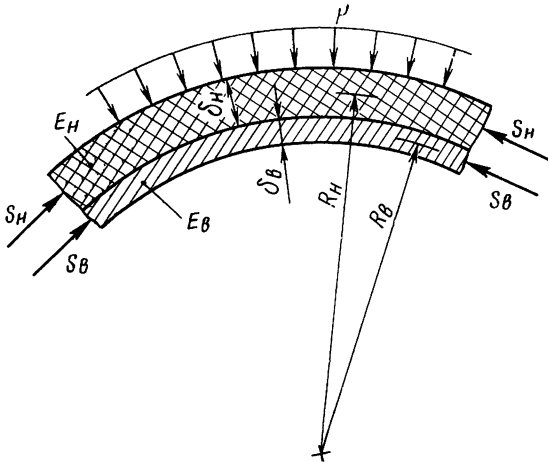


Рис. 35. Элемент двухслойной сферической оболочки под действием нормального давления

Коэффициент k при проведении проектировочных расчетов может быть принят равным 0,2—0,3 (для идеальных оболочек $k=1,21$).

Формулой (81) можно пользоваться для расчета конструкций с незначительными местными расслоениями.

Критическое давление для оболочки с расслоенными стенками с газонепроницаемым наружным слоем

$$p_{кр} = k \frac{E_{нр}}{R^2} \sqrt{\overline{BD}}_{рас.} \quad (82)$$

При газопроницаемом наружном слое расчет конструкции проводится по формулам для однослойной гладкой оболочки с учетом только внутреннего слоя.

Для определения напряжений, действующих в слоях, рассмотрим элемент сферической безмоментной оболочки (без расслоений), находящийся под действием наружного давления p и погонных усилий (рис. 35). Воспользовавшись выводами, из выражений (75) при $h=0$ найдем усилия, действующие во внутреннем и наружном слоях:

$$S_{в} = \frac{pR_{в}}{2} \frac{1}{1+\delta}, \quad S_{н} = \frac{pR_{н}}{2} \frac{\bar{\delta}}{1+\bar{\delta}}. \quad (83)$$

Напряжения в слоях определяются по формулам (76).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Александров А. Я.** и др. Расчет трехслойных панелей, М., Оборонгиз, 1960, 172 с
 2. **Александров А. Я., Трофимова Э. П.** Определение приведенных упругих параметров сотовых заполнителей трехслойных панелей. Сборник статей № 2, «Вопросы расчета элементов авиационных конструкций», М., Оборонгиз, 1959, с. 205
 3. **Бояринов А. И., Кафаров В. В.** Методы оптимизации в химической технологии. М., «Химия», 1969, с. 564.
 4. **Кан С. Н.** Строительная механика оболочек. М., «Машиностроение», 1966, 508 с
 5. **Королев В. И.** Упруго-пластические деформации оболочек. М., «Машиностроение», 1971, 304 с.
 6. **Терегулов А. Г., Муштарн Х. М.** Об устойчивости трехслойных оболочек с упруговязким заполнителем.— «Механика и машиностроение», «Наука», 1964, 6, с. 119—123.
-

Часть IV
**ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ТОНКОСТЕННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ**

Глава 1

**ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ ЕМКОСТЕЙ
ПРИ ДЕЙСТВИИ РАВНОМЕРНОГО НОРМАЛЬНОГО
ДАВЛЕНИЯ**

РАСЧЕТ ОБОЛОЧЕК НА ПРОЧНОСТЬ

В этом разделе приводится метод расчета оболочек емкостей и баллонов, основанный на формулах безмоментной теории. Многочисленные экспериментальные данные подтверждают, что вдали от закрепленных краев оболочек ($l > 2,5\sqrt{R\delta}$) формулы безмоментной теории обеспечивают высокую точность расчетов.

Цилиндрические гладкие оболочки

Тонкостенные оболочки. Рассмотрим цилиндрическую емкость с днищами (рис. 1, а). Вдали от шпангоутов в оболочке действуют кольцевые σ_2 и продольные (меридиональные) σ_1 напряжения, значения которых определяются по формулам

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta}, \quad (1)$$

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta}. \quad (2)$$

Приращение радиуса цилиндра

$$\Delta = 0,85 \frac{pR^2}{E\delta}. \quad (3)$$

Продольные напряжения σ_1 возникают от сил давления p , приложенных к днищам емкости и действующих в направлении оси цилиндра. Для конструкций, у которых отсутствуют такие силы и схемой нагружения является цилиндр без днищ (см.

рис. 1, б), $\sigma_1=0$, напряжения σ_2 определяются по формуле (1), а приращение радиуса цилиндра равно

$$\Delta = \frac{pR^2}{E\sigma}.$$

Таким образом, основными напряжениями, определяющими прочность цилиндрической оболочки, являются кольцевые на-

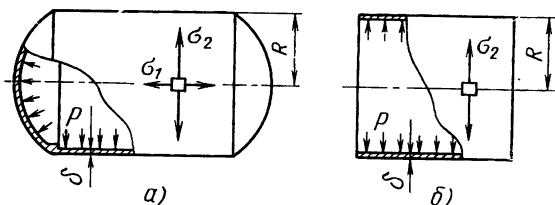


Рис. 1 Схема нагружения цилиндрической оболочки давлением

а—в продольном и кольцевом направлениях; б—в кольцевом направлении

пряжения σ_2 . При заданном давлении p и допускаемых напряжениях $[\sigma]$ требуемая минимальная толщина оболочки

$$\delta = \frac{pR}{[\sigma]}.$$

Толстостенные трубы. Для толстостенных цилиндров, у которых радиус кривизны поверхностей соизмерим с толщиной стен-

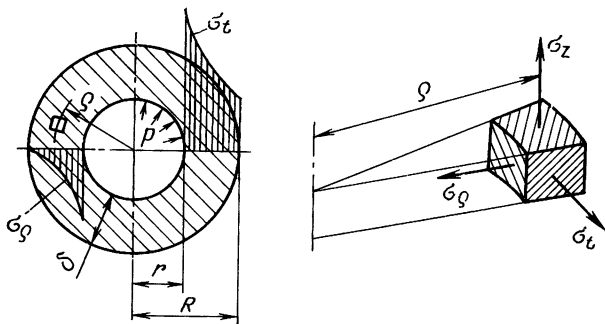


Рис. 2. Эпюры распределения напряжений по толщине стенки толстостенной трубы

ки, наблюдается неравномерность распределения напряжений по толщине [9]. В произвольной точке с координатой ρ имеет место объемное напряженное состояние (рис. 2). Главные напряжения

в точках, расположенных на внутренней поверхности трубы ($q=r$), где

$$\sigma_q = -p, \quad \sigma_t = \frac{pr}{\delta} \frac{1+\alpha^2}{1+\alpha}.$$

Главные напряжения в точках наружной поверхности трубы ($q=R$)

$$\sigma_q = 0, \quad \sigma_t = \frac{pr}{\delta} \frac{2}{1+\alpha},$$

здесь $\alpha = R/r$,
 δ — толщина стенки трубы.

Для труб, не имеющих днищ $\sigma_z = 0$. При наличии в трубе днищ осевая сила в трубе $\pi r^2 p$, возникающая за счет действия давления на торцевые поверхности, вызывает осевые напряжения

$$\sigma_z = \frac{pr}{2\delta} \frac{2}{1+\alpha}.$$

Расчет толстостенных труб на прочность проводят по формулам теории прочности. Многочисленные эксперименты, а также опыт эксплуатации показывают, что наиболее приемлемыми для пластических материалов являются теория наибольших касательных напряжений и энергетическая теория, а для хрупких материалов, у которых прочность на растяжение и сжатие в значительной степени отличается — теория предельных напряженных состояний [9].

Пусть $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ будут три главных напряжения в какой-либо точке. Эквивалентные напряжения по энергетической теории, получившей наибольшее распространение

$$\sigma_{\text{эkv}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]}, \quad (4)$$

по теории предельных напряженных состояний

$$\sigma_{\text{эkv}} = \sigma_1 - m\sigma_3$$

где $m = \frac{\sigma_{\text{в.раст}}}{\sigma_{\text{в.сж}}}$ — отношение предела прочности на растяжение к прочности на сжатие.

Условием прочности во всех случаях будет

$$\sigma_{\text{эkv}} \leq [\sigma]. \quad (5)$$

Максимальные напряжения будут на внутренней поверхности ($q=r$),

где $\sigma_1 = \sigma_t$, $\sigma_2 = \sigma_z$, $\sigma_3 = \sigma_q$.

Эквивалентные напряжения по энергетической теории (в точках $q=r$) для труб с днищами

$$\sigma_{\text{экр}} = \frac{pr}{\delta} \frac{\sqrt{3}\alpha^2}{1+\alpha}, \quad (6)$$

для труб без днищ

$$\sigma_{\text{экр}} = \frac{pr}{\delta} \frac{\sqrt{1+3\alpha^4}}{1+\alpha}. \quad (7)$$

При заданном давлении p и допускаемых напряжениях материала $[\sigma]$ необходимая толщина стенки трубы определится из условия (5).

Цилиндрические вафельные оболочки

Разрушение вафельных оболочек от внутреннего давления происходит аналогично разрушению неподкрепленных гладких оболочек от действия кольцевых усилий. Вид разрушения со стороны гладкой поверхности подобен виду разрушения неподкрепленной оболочки. Разрыв происходит одновременно по стенке с ребрами в направлении образующей цилиндра с захватом нескольких ячеек.

Оболочки вафельного типа при работе на внутреннее давление проигрывают в массе гладким при одинаковой несущей способности. Их целесообразно применять только в конструкциях, работающих на устойчивость. Однако при работе на прочность под внутренним давлением подкрепляющие ребра эффективно участвуют в работе всей конструкции, что следует учитывать при расчетах.

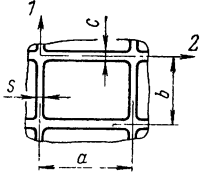
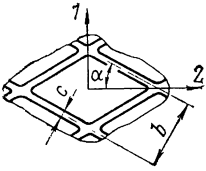
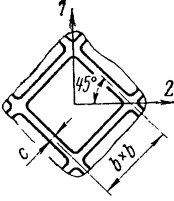
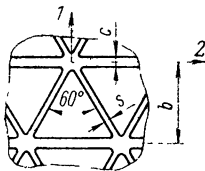
Расчет вафельных оболочек проводится как для условной гладкой оболочки с эквивалентной толщиной, которая определяется при условном равномерном «размазывании» ребер по поверхности оболочки. Таким образом, кольцевые и меридиональные напряжения

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta_{2\text{э}}}; \quad (8)$$

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta_{1\text{э}}}. \quad (9)$$

Формулы эквивалентной толщины $\delta_{2\text{э}}$, $\delta_{1\text{э}}$ для различных конструктивных вариантов расположения ребер приведены в табл. 1. В формулах учитывается часть площади сечения ребра, образованная в сопряжении со стенкой радиусом r (сечение $B-B$, рис. 3). Для оболочек, изготовленных химическим травлением, радиус сопряжения можно принимать приблизительно равным высоте ребра $r \approx (0,8-1,0)h$. Оболочки, изготовленные механическим фрезерованием, обычно имеют прямоугольный профиль

**Эквивалентная толщина вафельных цилиндрических оболочек
для расчета напряжений**

Расположение ребер	Расчетные формулы
<p>Продольно-кольцевое</p> 	$\delta_{2\text{э}} = \delta + \lambda \frac{ch + 0,43r^2}{b}$ $\delta_{1\text{э}} = \delta + \lambda \frac{sh + 0,43r^2}{a}$
<p>Перекрестное</p> 	$\delta_{2\text{э}} = \delta + \lambda \frac{2(ch + 0,43r^2)}{b} \cos^2 \alpha$ $\delta_{1\text{э}} = \delta + \lambda \frac{2(ch + 0,43r^2)}{b} \sin^2 \alpha$
<p>Перекрестное</p> 	$\delta_{2\text{э}} = \delta_{1\text{э}} = \delta + \lambda \frac{ch + 0,43r^2}{b}$
<p>Перекрестно-кольцевое</p> 	$\delta_{2\text{э}} = \delta + \lambda \frac{ch + 0,5sh + 0,64r^2}{b}$ $\delta_{1\text{э}} = \delta + \lambda \frac{1,5sh + 0,64r^2}{b}$

сечения ребра, а в месте сопряжения со стенкой для уменьшения концентрации напряжений принимают радиус сопряжения $r \approx 1 \dots 1,5/\delta$. При расчетах же прочности можно принимать $r=0$.

Коэффициент λ при работе конструкции в пределах упругости $\sigma_2 \leq \sigma_T$ может быть принят равным $\lambda \approx 0,8$. Данное значение λ получено из условия совместности деформации ребер, нахо-

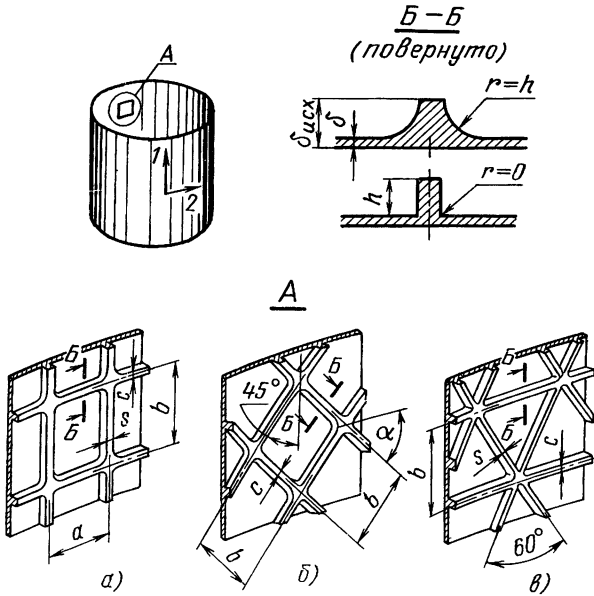


Рис. 3 Конструктивный вид отдельной ячейки вафельной оболочки с расположением ребер:
 а—продольно-кольцевым; б—перекрестным; в—перекрестно-кольцевым

дящихся в одноосном растяжении, и стенки, материал которой находится в двухосном растяжении. Напряженное состояние клетки принималось безмоментным, т. е. любой достаточно большой элемент, вырезанный из оболочки, нагружен только равномерно распределенными кольцевыми и меридиональными усилиями. Материал принимался идеально упругим, изотропным.

При определении разрушающего давления вафельных оболочек следует учитывать, что вся площадь ребер участвует в работе конструкции, при этом $\lambda=1$.

У оболочек с продольно-кольцевым расположением ребер из всего набора в работе на прочность эффективно участвуют только кольцевые ребра. Масса продольных ребер в основном и является той разницей, на величину которой вафельные оболоч-

ки проигрывают в массе гладким. Однако именно наличие часто расположенных продольных ребер позволяет кольцевым ребрам эффективно участвовать в работе конструкции.

Анализ измерений напряженного состояния стенки и подкрепляющих ребер, разрушающих давлений, полученных при экспериментальном исследовании вафельных оболочек с различными видами подкреплений (продольно-кольцевое, перекрестное, перекрестно-кольцевое), изготовленных разными способами (химическое травление, механическое фрезерование, электроимпульсное фрезерование), приводит к очень важному для практического применения выводу. Моментными усилиями, вызванными сочленением ребер со стенкой при размере ячейки, не превышающем $2,5\sqrt{R\delta}$, можно пренебречь при работе конструкции в пределах упругости. Этот вывод дает основание использовать изложенный метод при технических расчетах.

Конические оболочки

У конических оболочек с днищами, как и у цилиндрических, напряжения в продольном направлении σ_1 в два раза меньше кольцевых σ_2 (рис. 4). Вдоль по образующей конуса напряжения увеличиваются в сторону к большему основанию прямо пропорционально радиусу R_x . Максимального значения напряжения достигают около большего основания, где

$$\sigma_2 = \frac{pR_1}{\delta \cos \alpha}; \quad (10)$$

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta \cos \alpha}; \quad (11)$$

здесь α — угол конусности.

При заданном давлении p требуемая толщина конической оболочки в зависимости от радиуса R_x равна

$$\delta_x = \frac{pR_x}{[\sigma] \cos \alpha}. \quad (12)$$

Как видим из выражения (12), равнопрочная коническая оболочка должна иметь переменную толщину, линейно уменьшающуюся в сторону к меньшему основанию. Однако часто из технологических соображений толщина всей детали принимается постоянной из расчета по большему основанию при $R_x = R_1$.

Сферические оболочки

Тонкостенные оболочки. В сферических оболочках нормальные меридиональные напряжения σ_1 и кольцевые σ_2 вдвое от

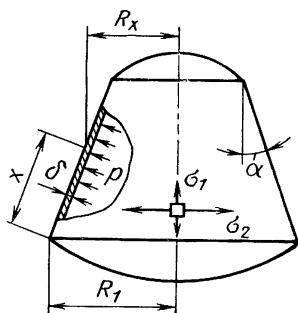


Рис. 4. Схема нагружения конической оболочки давлением; действующие напряжения

заделки дна равны и остаются постоянными для любого угла β (рис. 5), т. е.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pR}{2\delta}, \quad (13)$$

где R — радиус кривизны сферической оболочки.

При заданном давлении p и допускаемых напряжениях $[\sigma]$ требуемая минимальная толщина оболочки

$$\delta = \frac{pR}{2[\sigma]}.$$

Приращение радиуса сферы от давления p

$$\Delta = 0,35 \frac{pR^2}{E\delta}. \quad (14)$$

Формула (14) справедлива для замкнутой сферической оболочки (шаровая емкость). Для сферических сегментов, являю-

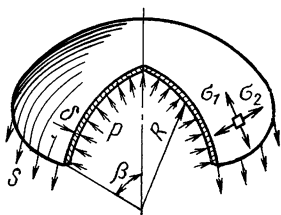


Рис. 5. Схема нагружения сферической оболочки давлением, действующие напряжения

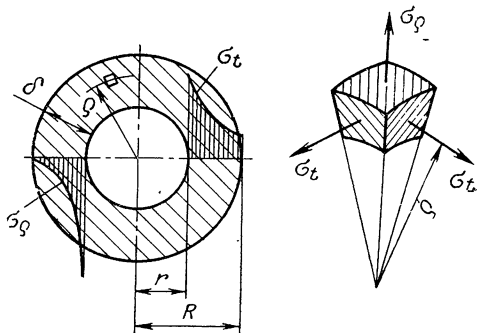


Рис. 6. Эпюры распределения напряжения по толщине стенки толстостенного шара

щихся, например, днищами цилиндрических или конических емкостей, у которых сопряжение с цилиндром осуществляется шпангоутом, фактические перемещения оказываются в несколько раз больше. В данном случае наиболее достоверно перемещения могут быть определены экспериментальным путем.

Толстостенный шар. В толстостенном шаре, нагруженном равномерно распределенным внутренним давлением, в произвольной точке с координатой q имеет место объемное напряженное состояние [9] (рис. 6). Главные нормальные напряжения в точках, расположенных на внутренней поверхности шара ($q=r$)

$$\sigma_q = -p; \quad \sigma_t = \frac{pr}{2\delta} \frac{2 + \alpha^3}{1 + \alpha + \alpha^2}.$$

Главные напряжения в точках наружной поверхности шара ($q=R$)

$$\sigma_q = 0; \quad \sigma_t = \frac{pr}{2\delta} \frac{3}{1 + \alpha + \alpha^2},$$

где $\alpha = R/r$; δ — толщина стенки шарового баллона.

Прочность шарового баллона, изготовленного из пластичного материала, оценим по эквивалентным напряжениям энергетической теории. Для шара при $q=r$ формулу (4) представим в виде

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{pr}{2\delta} \frac{3\alpha^3}{1 + \alpha + \alpha^2}. \quad (15)$$

При заданном давлении p и допускаемых напряжениях материала $[\sigma]$ необходимая толщина стенки шара определится из условия $\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma]$.

Сплюснутый эллипсоид

Рассмотрим оболочку, поверхность которой образована вращением эллипса вокруг оси y . В точках эллипсоида, очерчен-

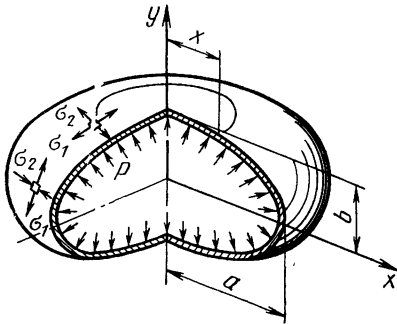


Рис 7. Схема нагружения эллипсоида давлением, действующие напряжения

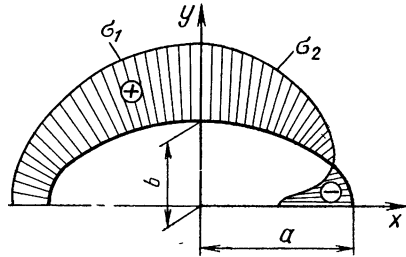


Рис 8. Эпюры меридиональных σ_1 и кольцевых σ_2 напряжений в эллипсоиде

ных радиусом x , действуют меридиональные напряжения σ_1 и кольцевые σ_2 [9] (рис. 7)

$$\sigma_1 = \frac{pc^2}{2\delta b}, \quad \sigma_2 = \frac{pc^2}{2\delta b} \left[2 - \left(\frac{a}{c} \right)^4 \right], \quad (16)$$

где

$$c^2 = \sqrt{a^4 - x^2(a^2 - b^2)}.$$

Как видно из формулы (16), напряжения σ_1 и σ_2 эллиптических оболочек в отличие от сферических имеют переменный характер в зависимости от x . На рис. 8 показаны эпюры меридио-

нальных и кольцевых напряжений. Максимальное значение напряжения имеют в полюсе при $x=0$, $c^2=a^2$, откуда

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pa^2}{2\delta b}. \quad (17)$$

В экваториальной зоне при $x=a$ из формулы (16) получим

$$\sigma_1 = \frac{pa}{2\delta}, \quad \sigma_2 = \frac{pa}{2\delta} \left[2 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

При действии внутреннего давления кольцевые напряжения будут сжимающими, если $2 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 < 0$, т. е. сжатие будет наблюдаться во всех точках зоны, ограниченной параллельным кругом радиуса:

$$x = \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2 - b^2)}}. \quad (19)$$

Сжимающие напряжения σ_2 могут привести к потере устойчивости оболочки в экваториальной зоне. Расчет эллиптических оболочек на устойчивость при действии внутреннего давления приведен в части II. В оболочке не будет сжимающих напряжений, если $x=a$, а в результате из формулы (19) получим $a \leq b\sqrt{2}$. При $a = b\sqrt{2}$ кольцевые напряжения на экваторе равны нулю.

Оболочки эллиптического сечения применяются в емкостях. Такие днища практически не дают выигрыша в массе по сравнению с тороидальными, их применение оправдывается некоторыми технологическими преимуществами. Вдали от места сопряжения с емкостью эллиптические днища могут быть рассчитаны по формулам для сплюснутого эллипсоида.

Тороидальные емкости

В замкнутых торовых емкостях, как и в цилиндрических, кольцевые напряжения σ_2 примерно в два раза больше продольных σ_1 . В кольцевом направлении отмечается некоторая неравномерность распределения напряжений σ_2 , которые достигают максимального значения в точке B (рис. 9).

При $a \geq 2R$ для расчетов могут быть применены следующие формулы безмоментной теории [9]:

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta} m; \quad (20)$$

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2\delta}, \quad (21)$$

где $m = \frac{2\lambda + \sin \varphi}{2(\lambda + \sin \varphi)}$; здесь $\lambda = a/R$.

Для точки B ($\varphi = 270^\circ$)

$$m = \frac{2\lambda - 1}{2(\lambda - 1)}.$$

При заданном давлении p и допускаемых напряжениях $[\sigma]$ требуемая минимальная толщина

$$\delta = m \frac{pR}{[\sigma]}.$$

В машиностроении находят также применение тороидальные емкости и баллоны, представляющие часть замкнутого тора,

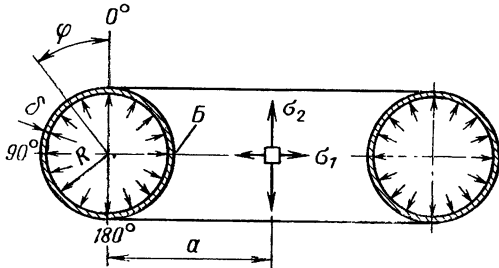


Рис. 9. Схема нагружения торовой емкости; действующие напряжения

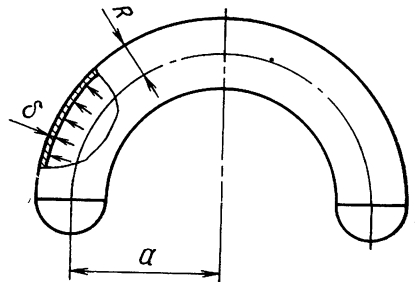


Рис. 10. Конструктивный вид торового баллона незамкнутой формы.

замыкающиеся с торцов сферическими днищами (рис. 10). Как показывает анализ экспериментальных исследований баллонов высокого давления, расчет тороидальной части таких емкостей может быть проведен по формулам для замкнутого тора, а сферических днищ по формуле (13).

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотрим бесконечно длинный цилиндр эллиптического сечения под действием равномерного внутреннего давления (рис. 11). Основываясь на результатах [18], запишем выражения изгибающего момента в сечении оболочки и приращения малой полуоси в следующем виде:

$$\sigma_{изг} = \pm 3p \frac{a^2}{\delta^2} K_\sigma; \quad (22)$$

$$w_y = 6p \frac{a^4}{E\delta^3} K_w, \quad (23)$$

где

$$K_\sigma = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \left(\frac{I_2}{I_0} - \sin^2 \varphi\right),$$

$$K_w = \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) m, \quad m = I_3 - \frac{I_1 I_2}{I_0};$$

здесь I_n — значения эллиптических интегралов.

В выражении (23) величина m может быть аппроксимирована степенной функцией $0,162 \sqrt[3]{b/a}$, тогда

$$\omega_y = 0,97p \frac{a^4}{E\delta^3} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \quad (24)$$

или при $b/a < 0,5$

$$\omega_y = 0,56p \frac{a^4}{E\delta^3} . \quad (24a)$$

Экспериментальные значения деформаций, полученные на овальных трубах с $b/a=0,35 \div 0,4$ и $a/\delta=13 \dots 20$, хорошо согласуются с теоретическими,

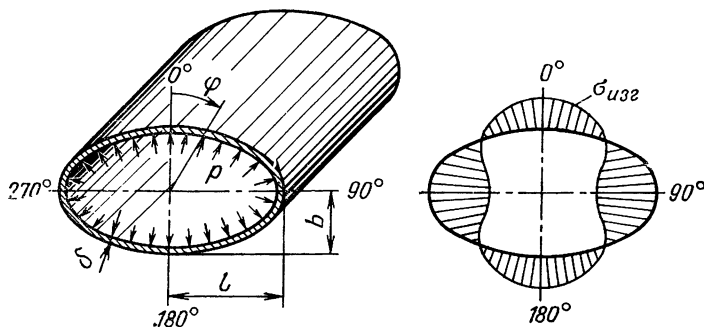


Рис. 11. Схема нагружения эллиптического цилиндра, эпюра изгибных напряжений (на растянутых волокнах)

определенными по формуле (24a), в том числе и в тех случаях, когда максимальные расчетные напряжения превышали предел текучести. Небольшое влияние пластичности материала на деформации можно объяснить тем, что максимальные напряжения действовали в довольно ограниченных зонах наибольших напряжений.

Методика расчета наибольших напряжений в эллиптических цилиндрах зависит от величины эллипсности. При большой эллипсности определяющими будут напряжения изгиба, по сравнению с которыми мембранные напряжения пренебрежимо малы. Наибольшего значения напряжения изгиба достигают в точках с координатами $\varphi = \pm 90^\circ$. В точках с координатами $\varphi = 0^\circ$ и 180° напряжения будут в два раза меньше. С уменьшением эллипсности напряжения изгиба по сравнению с мембранными уменьшаются, и для цилиндров с сечением, близким к круговой форме, определяющими становятся мембранные напряжения.

Рассмотрим методику расчета эллиптических цилиндров в зависимости от величины эллипсности. Приводимые формулы могут быть использованы также для оценки цилиндров с сечением овальной формы.

Цилиндры с большой эллипсностью

Для расчета максимальных напряжений в точках $\varphi=90^\circ$ с достаточной степенью точности величина I_2/I_0-1 аппроксимируется степенной функцией $0,525 \sqrt[9]{q/p}$. Тогда максимальные напряжения изгиба

$$\sigma_{\max} = \pm 1,57 p \frac{a^2}{\delta^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \sqrt[9]{\frac{a}{b}} \quad (25)$$

или при $b/a < 0,5$

$$\sigma_{\max} = \pm 1,87 p \frac{a^2}{\delta^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right). \quad (25a)$$

Появление в местных зонах $\varphi = \pm 90^\circ$ напряжений изгиба, равных пределу текучести материала, и дальнейшее развитие местного пластического шарнира не приводят к потере формы трубы, т. е. к появлению практически ощутимых для конструкций остаточных деформаций. Такое положение сохраняется до момента достижения в точках $\varphi=0^\circ$ и 180° напряжений, равных пределу текучести. Это состояние назовем предельным и давление соответственно обозначим $p_{\text{пред}}$. С дальнейшим нагружением наблюдается резкое увеличение деформаций изгиба и стремление цилиндра принять круговую форму. После образования пластического шарнира в точках $\varphi = \pm 90^\circ$ расчетную схему трубы можно представить в виде двухопорной арки с моментом $M_{\text{пл}} = \sigma_T W_{\text{пл}}$, приложенными на опорах (рис. 12). Изгибающий момент в сечении $\varphi = 0^\circ$

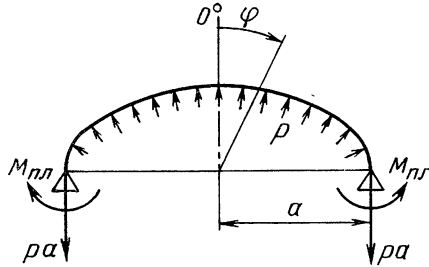


Рис. 12. Расчетная схема эллиптической трубы при образовании пластических шарниров

Рис. 12. Расчетная схема эллиптической трубы при образовании пластических шарниров

$$M = \frac{pa^2}{2} - \frac{pb^2}{2} - M_{\text{пл}}. \quad (26)$$

Условие предельного состояния соответствует значению

$$M = \sigma_T W = \sigma_T \frac{\delta^2}{6}.$$

Учитывая, что для прямоугольного сечения момент сопротивления сечения стенки цилиндра $W_{\text{пл}} = 1,5W$, из формулы (26) найдем давление предельного состояния трубы

$$p_{\text{пред}} = 0,83 \sigma_T \frac{\delta^2}{a^2 - b^2}. \quad (27)$$

Экспериментальные исследования показывают, что формула (24а) для расчета деформаций труб с большой эллипсностью ($b/a < 0,5$) до давления $p_{\text{пред}}$ будет справедлива.

Аналогично может быть получено давление, при котором в точках $\varphi=0$ и 180° образуются пластические шарниры:

$$p_{\text{ш}} = \sigma_{\tau} \frac{\delta^2}{a^2 - b^2}. \quad (28)$$

При таком давлении в конструкции будут иметь место остаточные деформации контура сечения, так как у трубы будет четыре зоны с развивающимися пластическими шарнирами.

Цилиндры с малой эллипсностью

С уменьшением эллипсности, т. е. при $b/a \rightarrow 1$ становится существенной часть мембранных напряжений. Из условия, при котором мембранные напряжения составляют более 5% от величины изгибных, получим

$$\frac{b}{a} \geq 1 - 7,1 \frac{\delta}{a},$$

а суммарные напряжения определим по формуле (при $\varphi = \pm 90^\circ$):

$$\sigma_2 = \frac{pa}{\delta} \pm 1,57p \frac{a^2}{\delta^2} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \sqrt[9]{\frac{a}{b}}. \quad (29)$$

Цилиндр круговой формы с овальностью

Для эллиптических цилиндров с незначительной эллипсностью, а также для цилиндров с сечением круговой формы, имеющих овальность, для оценки прочности и перемещений воспользуемся приведенными выражениями, принимая $a=b=R$. Под овальностью Δ будем понимать наибольшую разность диаметров в двух перпендикулярных направлениях. Представив

$$1 - \frac{b^2}{a^2} \approx \frac{\Delta}{R},$$

получим формулы для определения максимальных напряжений и перемещений в трубах

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta} \pm 1,5p \frac{R\Delta}{\delta^2}; \quad (30)$$

$$w_y = \frac{pR^3}{E\delta^3} \Delta. \quad (31)$$

Формула (30) при больших значениях R/δ неприменима для расчетов, так как исходное выражение изгибающих моментов (22) выведено при предположении, что деформации контура

сечения не влияют на параметры эллипса (интегрирование производится по недеформированной кривой). При значительных R/δ увеличение малой оси может составить величину, равную начальной эллипсности, при этом эллипс превратится в окружность. Условимся считать деформации малыми по сравнению с величиной эллипсности, если $\omega_y \leq 0,1\Delta$. Тогда получим следующее условие, при котором с некоторой погрешностью формулу (30) можно применить в расчетах

$$\frac{R}{\delta} \leq 0,46 \sqrt[3]{E/p}. \quad (32)$$

Для оболочек с большим значением R/δ напряжения изгиба, обусловленные овальностью, можно оценить следующим приближенным методом. Из формулы (31) определим давление, при котором оболочка из овальной становится круговой, что следует из условия $2\omega_y = \Delta$:

$$p_{\text{круг}} = 0,5 \frac{E\delta^3}{R^3}. \quad (33)$$

Напряжения изгиба, вызванные овальностью, найдем по формуле

$$\sigma_{\text{изг}} = \pm 0,75 \frac{E\delta\Delta}{R^2}. \quad (34)$$

Максимальные кольцевые напряжения в цилиндре с учетом выражения (34) найдем по формуле

$$\sigma_2 = \frac{pR}{\delta} \pm 0,75 \frac{E\delta\Delta}{R^2}.$$

Очевидно, что выражение (34) будет иметь смысл до тех пор, пока величина давления $p_{\text{круг}}$ не будет больше действующего на оболочку давления, т. е. $p > p_{\text{круг}}$. Это условие удобнее записать в виде

$$\frac{R}{\delta} > 0,8 \sqrt[3]{\frac{E}{p}}. \quad (35)$$

Для цилиндров, у которых значение R/δ находится вне диапазона, определенного выражениями (32) и (35), расчет в запас прочности можно проводить по формуле (30).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ШПАНГУОТОВ В МЕСТАХ СОПРЯЖЕНИЯ ОБОЛОЧЕК РАЗЛИЧНЫХ ОЧЕРТАНИЙ

В местах сопряжения двух оболочек, где имеет место резкое изменение кривизны, от меридиональных усилий в оболочках возникают распорные усилия, для восприятия которых обычно

устанавливается шпангоут. Так, например, при сопряжении сферического днища с цилиндром (рис. 13) от меридиональных усилий в днище S_1 появляются распорные усилия S_1' , от которых в сечениях шпангоута возникает сила $T_2 = S_1'R$.

Нетрудно убедиться, как было показано в работе [7], что

$$T_2 = Ap,$$

здесь A — площадь давления, заключенная между нормальными, проведенными из концов сопряженных оболочек и осью вращения (на рис. 14, *a* заштрихована).

Такая запись кольцевой силы T_2 будет справедлива для любых сочетаний геометрических обводов оболочек (цилиндров, конусов, сфер).

Рассмотрим случай, когда давление действует внутри емкости. Для внешнего давления получают тождественные результаты, при этом усилия

в шпангоутах и оболочках будут иметь противоположный знак. Если прямые углы, образованные образующей оболочки и ее нормалью, накладываются друг на друга (рис. 14, *a*), сила будет отрицательной (сжатие), если не накладываются как, например, в раструбовом сопряжении — положительной (растяжение).

Метод определения кольцевых сил с помощью площадей давления назовем методом площадей давления.

Этот метод дает наглядное представление о напряженном состоянии всех конструктивных элементов емкостей давления с оболочками различных очертаний, он также дает возможность непосредственно в процессе проектирования оценить как качественно, так и количественно любой конструктивный вид узла сопряжения двух оболочек и помогает найти наиболее рациональное решение. Метод требует знаний лишь элементарной математики.

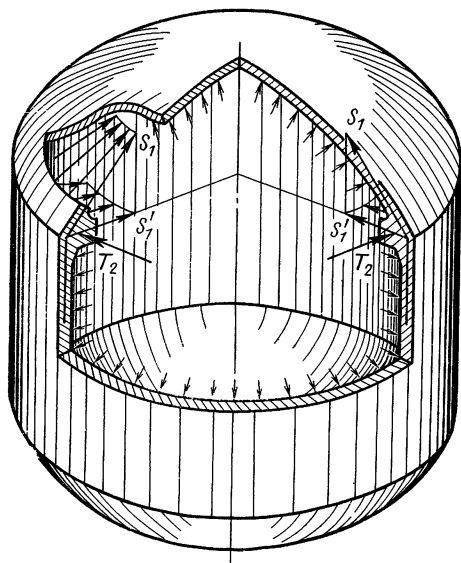


Рис. 13. Усилия (безмоментные), действующие на распорный шпангоут в узле сопряжения сферического днища с цилиндром

Условие прочности распорного шпангоута

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{F_{ш}} = \frac{Ap}{F_{ш}} \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ — допускаемые напряжения для материала шпангоута.

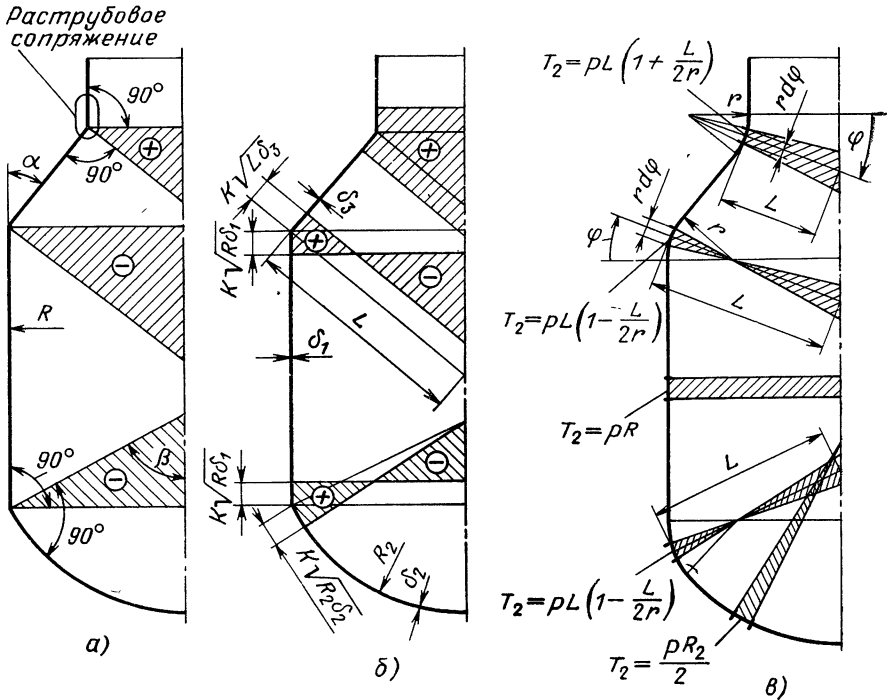


Рис. 14. Площади давления:

a — в распорных узлах без учета присоединенных оболочек; *б* — с учетом присоединенных оболочек; *в* — для дуг оболочек единичной длины

Из этого условия найдем требуемую площадь сечения шпангоута при сопряжении цилиндра радиуса R с конусом

$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha \quad (36)$$

или со сферой

$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta}, \quad (37)$$

здесь α — угол конусности; β — угол полураствора сферического сегмента.

Используя метод площадей давления, нетрудно получить формулы для расчета оболочек вращения любой конфигурации. На рис. 14, *в* выделены сечения дуг единичной длины цилиндрической и сферической оболочек. Коль-

цевая сила T_2 , действующая на дугу, равна давлению в емкости, умноженному на площадь, заключенную между дугой, осью вращения и нормальными, проведенными из концов дуги.

Кольцевые напряжения будут равны силе T_2 , деленной на площадь сечения дуги. Так, например, для сферической оболочки

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{\delta_2} = \frac{pR_2}{2\delta_2}.$$

Эта формула тождественна выражению (13). Аналогично можно получить формулу (1) для цилиндрической и (10) для конической оболочек.

Расчет распорных шпангоутов по формулам (36) и (37) будет идти в запас прочности, так как в этом случае не учитывается подкрепляющее влияние примыкающих к шпангоуту оболочек, которые эффективно участвуют в работе шпангоута на прочность. Ширина эффективной зоны оболочки равна величине k , умноженной на квадратный корень из произведения главного радиуса кривизны на толщину оболочки. Для некоторых видов сопряжения коэффициент k приводится в табл. 2 [7].

Кольцевую силу в узле сопряжения с учетом присоединенных оболочек определим согласно схеме, приведенной на рис. 14, б. На схеме усилия, действующие на эффективные дуги, положительные. В результате они уменьшают силу, действующую в месте сопряжения днищ с цилиндром, или увеличивают положительную силу в раструбовом сопряжении днища.

Запишем условие прочности распорного узла в месте сопряжения днища с корпусом емкости

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{F_{\text{эф}}} = \frac{pA}{F_{\text{эф}}} \leq [\sigma], \quad (38)$$

где A — абсолютная величина алгебраической суммы площадей давления, которая ограничивается эффективными дугами, нормальными, проведенными из концов эффективных дуг, и осью вращения.

Эффективная площадь сечения распорного узла равна сумме площадей сечения шпангоута и присоединенных эффективных дуг:

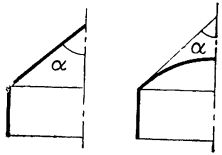
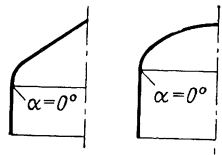
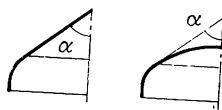
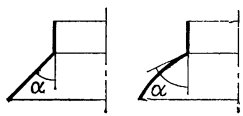
$$F_{\text{эф}} = F_{\text{ш}} + \sum_{i=1}^2 k\delta_i \sqrt{L_i \delta_i}.$$

Необходимую площадь сечения шпангоута определим из выражения (38)

$$F_{\text{ш}} = \frac{pA}{[\sigma]} - \sum_{i=1}^2 k\delta_i \sqrt{L_i \delta_i}. \quad (39)$$

Изложенный метод позволяет получить простые формулы для вычисления необходимых площадей сечений распорных шпангоутов или раструбовых окантовок в полюсе днищ. В табл. 3 и 4 приведены формулы необходимых площадей шпангоутов

Значения коэффициента k , учитывающего эффективность примыкающих к шпангоуту оболочек

Вид сопряжения	α°	k
Сферический сегмент или конус с цилиндрической оболочкой 	30 и менее 30—60	0,7 0,6
Сопряжение днища с цилиндром по общей касательной 	0	1,0
Сопряжение оболочек вращения по общей касательной 	60 и менее	0,7
Отверстие в полюсе сферической или конической оболочки 	30 и менее	0,7
	30—60	0,6
Отверстие в полюсе сферической оболочки	80	0,4

Площадь распорных шпангоутов в узлах сопряжения конуса с цилиндром или конусом

$$c = \frac{2k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(a + \frac{[\sigma] \delta_1}{pR} b \right)$$

$$c_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha} \left(1 + \frac{k^2 \delta_1}{R \cos \alpha_1} \right), \quad d = \sqrt{\frac{\delta_1}{\delta_1}}$$

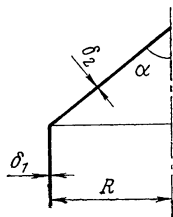
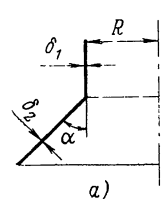
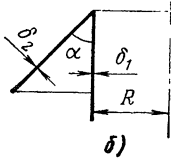
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения шпангоута	Промежуточные параметры при вычислении площади шпангоута																														
<p>Сопряжение цилиндра с конусом</p>  $F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c)$	<p>При $\frac{R}{\delta_1} \geq 100, \alpha \leq 70^\circ$</p> $a = 1 + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}}; \quad b = 1 + \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha},$ <p>тогда</p> $c = \frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$ <p>Значение c при $k=0,6$</p> <table border="1" data-bbox="452 800 940 1101"> <thead> <tr> <th>$R\delta_1$</th> <th>100</th> <th>200</th> <th>400</th> <th>600</th> <th>800</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>α°</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>0,963</td> <td>0,682</td> <td>0,484</td> <td>0,395</td> <td>0,342</td> </tr> <tr> <td>45</td> <td>0,713</td> <td>0,505</td> <td>0,358</td> <td>0,293</td> <td>0,253</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>0,677</td> <td>0,483</td> <td>0,343</td> <td>0,281</td> <td>0,242</td> </tr> </tbody> </table>	$R\delta_1$	100	200	400	600	800	α°						30	0,963	0,682	0,484	0,395	0,342	45	0,713	0,505	0,358	0,293	0,253	60	0,677	0,483	0,343	0,281	0,242
$R\delta_1$	100	200	400	600	800																										
α°																															
30	0,963	0,682	0,484	0,395	0,342																										
45	0,713	0,505	0,358	0,293	0,253																										
60	0,677	0,483	0,343	0,281	0,242																										
<p>Сопряжение цилиндра с конусом</p>  <p>a)</p>	$a = \pm 1 + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} + \frac{kd^2 \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$ <p>Знак плюс перед единицей принимается для схемы a, знак минус — для схемы b</p> $b = -1 - \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha},$																														

Схема сопряжения оболочек, площадь сечения шпангоута

Промежуточные параметры при вычислении площади шпангоута



$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 + c)$$

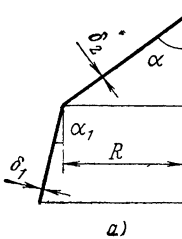
тогда для схемы а

$$c = \frac{k^2 \delta_1}{R \cos^2 \alpha},$$

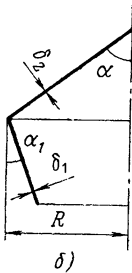
для схемы б

$$c = -\frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} + \frac{k^2 \delta_1}{R \cos^2 \alpha}$$

Сопряжение двух конических оболочек



$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c - c_1)$$



$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c + c_1)$$

При $\frac{R}{\delta_1} \geq 100$, $\alpha < 70^\circ$

$$a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} + \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$$

Если

$$\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha}$$

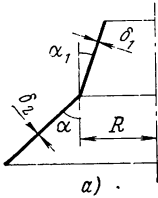
Тогда

$$c = \frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{\sqrt{\cos \alpha_1}}{\cos^2 \alpha} \right)$$

Схема сопряжения оболочек,
площадь сечения шпангоута

Промежуточные параметры при
вычислении площади шпангоута

Сопряжение двух конических оболочек



$$a = \pm \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} + \frac{kd^2 \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$$

Знак плюс принимается для схем а и б, знак минус — для схемы в

$$b = -\frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} - \frac{d^3}{\sqrt{\cos \alpha}}$$

Если

$$\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha}$$

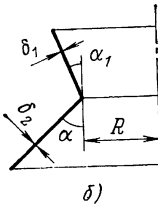
тогда для схем а и б

$$c = \frac{k^2 \cos \alpha_1}{\cos^2 \alpha} \frac{\delta_1}{R},$$

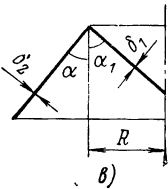
для схемы в

$$c = -\frac{4k}{\operatorname{tg} \alpha \sqrt{\cos^3 \alpha_1}} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} + \frac{k^2 \cos \alpha_1}{\cos^2 \alpha} \frac{\delta_1}{R}$$

$$F_{\text{ш}} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 + c - c_1)$$

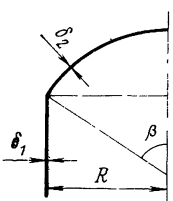
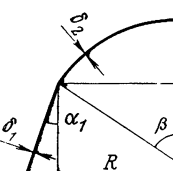


$$F_{\text{ш}} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 + c + c_1)$$



$$F_{\text{ш}} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 + c + c_1)$$

**Площади распорных шпангоутов в узлах сопряжения сферы
с цилиндром, конусом или сферой**

$c = 2k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R} \left(a + \frac{[\sigma] \delta_1}{pR} b \right)}$ $c_1 = \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha_1 \left(1 + \frac{k^2 \delta_1}{R \cos \alpha_1} \right)$ $d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}, \quad c_3 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_1}$																									
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения шпангоута	Промежуточные параметры при вычислении площади шпангоута																								
<p>Сопряжение цилиндра со сферой</p>  $F_{\text{ш}} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c)$	$a = 1 + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}; \quad b = 1 + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$ <p>тогда</p> $c = 4k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R} \left(1 + \frac{0,353}{\sin^2 \beta} \right)}$																								
Значение c при $k=0,6$																									
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$\beta^\circ \backslash R/\delta_1$</td> <td style="padding: 5px;">100</td> <td style="padding: 5px;">200</td> <td style="padding: 5px;">400</td> <td style="padding: 5px;">500</td> <td style="padding: 5px;">800</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">60</td> <td style="padding: 5px;">0,612</td> <td style="padding: 5px;">0,432</td> <td style="padding: 5px;">0,306</td> <td style="padding: 5px;">0,250</td> <td style="padding: 5px;">0,216</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">45</td> <td style="padding: 5px;">0,409</td> <td style="padding: 5px;">0,289</td> <td style="padding: 5px;">0,204</td> <td style="padding: 5px;">0,167</td> <td style="padding: 5px;">0,144</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">30</td> <td style="padding: 5px;">0,334</td> <td style="padding: 5px;">0,236</td> <td style="padding: 5px;">0,167</td> <td style="padding: 5px;">0,136</td> <td style="padding: 5px;">0,118</td> </tr> </table>	$\beta^\circ \backslash R/\delta_1$	100	200	400	500	800	60	0,612	0,432	0,306	0,250	0,216	45	0,409	0,289	0,204	0,167	0,144	30	0,334	0,236	0,167	0,136	0,118	
$\beta^\circ \backslash R/\delta_1$	100	200	400	500	800																				
60	0,612	0,432	0,306	0,250	0,216																				
45	0,409	0,289	0,204	0,167	0,144																				
30	0,334	0,236	0,167	0,136	0,118																				
<p>Сопряжение сферы с конусом</p> 	$a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}}$ $b = \frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$																								

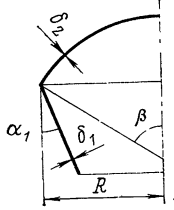
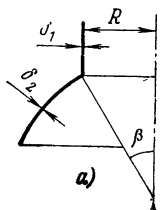
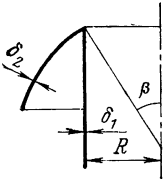
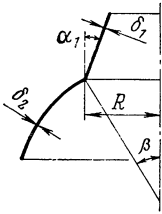
<p>Схема сопряжения оболочек, площадь сечения шпангоута</p>	<p>Промежуточные параметры при вычислении площади шпангоута</p>
<p> $F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c - c_1)$  <p> $F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c + c_1)$ </p> </p>	<p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta}$ <p>тогда</p> $c = 4k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{0,353 \sqrt{\cos \alpha_1}}{\sin^2 \beta} \right)}$
<p>Сопряжение сферы с цилиндром</p>  <p>а)</p>  <p> $F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c)$ </p>	$a = \pm 1 + \frac{d}{2\sqrt{\sin^3 \beta}}$ <p>Знак плюс перед единицей принимается для схемы а, знак минус — для схемы б</p> $b = -1 - \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p>Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma]}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta}$ <p>тогда для схемы а $c=0$, а для схемы б</p> $c = -4k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$

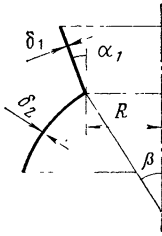
Схема сопряжения оболочек, площадь сечения шпангоута

Промежуточные параметры при вычислении площади шпангоута

Сопряжение сферы с конусом



$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c - c_1)$$



$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c + c_1)$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{\cos^3 \alpha_1}} + \frac{d}{2\sqrt{\sin^3 \beta}}$$

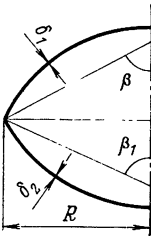
$$b = -\frac{1}{\sqrt{\cos \alpha_1}} - \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$$

Если

$$\delta_1 = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$$

тогда $c=0$

Сопряжение двух сферических оболочек



$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 - c + c_3)$$

$$a = \frac{1}{2\sqrt{\sin^3 \beta_1}} + \frac{d}{2\sqrt{\sin^3 \beta}}$$

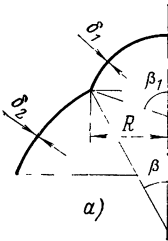
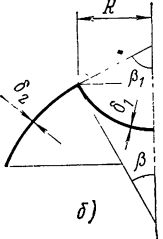
$$b = \frac{1}{\sqrt{\sin \beta_1}} + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$$

Если

$$\delta_1 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$$

тогда

$$c = 2k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R} \left(\frac{1}{\sqrt{\sin^3 \beta_1}} + \frac{\sqrt{\sin \beta_1}}{\sin^2 \beta} \right)}$$

Схема сопряжения оболочек, площадь сечения шпангоута	Промежуточные параметры при вычислении площади шпангоута
<p data-bbox="93 189 423 235">Сопряжение двух сферических оболочек</p>  <p data-bbox="250 454 271 485">a)</p> $F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c - c_3)$  <p data-bbox="239 839 260 870">delta)</p> $F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c + c_3)$	$a = \pm \frac{1}{2\sqrt{\sin^3 \beta_1}} + \frac{d}{2\sqrt{\sin^3 \beta}}$ $b = -\frac{1}{\sqrt{\sin \beta_1}} - \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}}$ <p data-bbox="457 331 931 377">Знак плюс принимается для схемы а, знак минус — для схемы б</p> <p data-bbox="473 377 526 400">Если</p> $\delta_1 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta_1}, \quad \delta_2 = \frac{pR}{2[\sigma] \sin \beta},$ <p data-bbox="457 477 877 500">тогда для схемы а $c=0$, а для схемы б</p> $c = -\frac{2k \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\sin^3 \beta_1}} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$

для некоторых часто встречающихся видов сопряжений оболочек. Вывод полученных формул покажем на двух характерных примерах.

1. Сопряжение конического днища с цилиндром

Задана толщина цилиндрической и конической оболочек δ_1 , δ_2 и угол конусности α . Площадь давления с учетом эффективных дуг показана на рис. 15. Необходимую площадь сечения распорного шпангоута определим по формуле (39)

$$F_{ш} = \frac{pA}{[\sigma]} - k\delta_1 \sqrt{R\delta_1} - k\delta_2 \sqrt{\frac{R\delta_2}{\cos \alpha}}.$$

Абсолютное значение площади давления найдем как алгебраическую сумму площадей, заштрихованной на рис. 15:

$$A = \frac{R^2 \operatorname{tg} \alpha}{2} - kR \sqrt{R\delta_1} - \frac{kR}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{R\delta_2}{\cos \alpha}} + \frac{k^2 R \delta_2}{2 \cos \alpha} \operatorname{tg} \alpha.$$

Подставив A в выражение $F_{ш}$, получим

$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma]} \operatorname{tg} \alpha (1 - c), \quad (39a)$$

где

$$c = \frac{2k}{\operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left[1 + \frac{d}{\sqrt{\cos^3 \alpha}} - \frac{kd \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} + \frac{[\sigma] \delta_1}{pR} \left(1 + \sqrt{\frac{d^3}{\cos \alpha}} \right) \right],$$

здесь
$$d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}.$$

Членом $\frac{kd \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\delta_1}{R}}$, который учитывает площадь треугольника mne , в практических расчетах при $\frac{R}{\delta_1} \geq 100$ и $\alpha \leq 70^\circ$ можно пренебречь

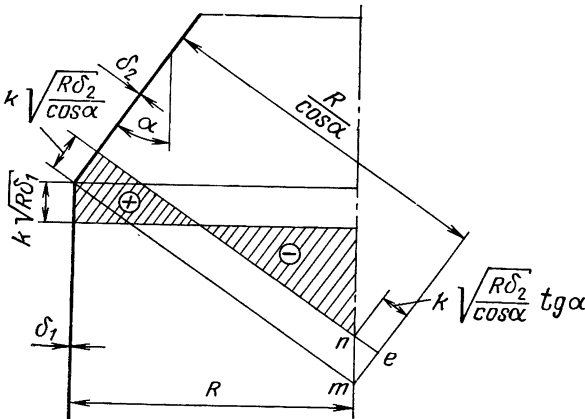


Рис. 15. Площадь давления в сопряжении конуса с цилиндром с учетом эффективных дуг

Коэффициент c , учитывающий эффективность присоединенных оболочек, может составлять значительную величину. Так, например, при $R/\delta_1=200$ и $\alpha=45^\circ$ $c \approx 0,5$. Сравнивая формулы (36) и (39a) можно заметить, что шпангоут, спроектированный с учетом эффективности присоединенных оболочек, будет на 50% легче. Значение c уменьшается при увеличении R/δ_1 или угла конусности α , что вполне понятно, так как при этом уменьшается влияние присоединенных оболочек. И, наоборот, для малых R/δ_1 , т. е. при сравнительно толстых оболочках необходимая площадь шпангоута будет меньше.

2. Раструбовое сопряжение сферы с цилиндром в полюсе дна

Заданы толщина цилиндрической и сферической оболочек δ_1 , δ_2 и угол раструба β . Площадь давления с учетом эффективных дуг показана на рис. 16.

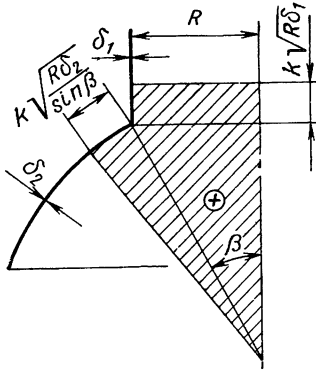


Рис. 16. Площадь давления в раструбовом сопряжении сферы с цилиндром с учетом эффективных дуг

Необходимую площадь сечения шпангоута в узле сопряжения определим согласно формуле (39)

$$F_{ш} = \frac{pA}{[\sigma]} - k\delta_1 \sqrt{R\delta_1} - k\delta_2 \sqrt{\frac{R\delta_2}{\sin \beta}}. \quad (396)$$

Площадь давления A равна площади фигуры, заштрихованной на рис 16

$$A = \frac{R^2}{2 \operatorname{tg} \beta} + kR \sqrt{R\delta_1} + \frac{kR}{2 \sin \beta} \sqrt{\frac{R\delta_2}{\sin \beta}}.$$

Подставив A в выражение (396), получим

$$F_{ш} = \frac{pR^2}{2[\sigma] \operatorname{tg} \beta} (1 + c), \quad (39в)$$

где

$$c = 2k \operatorname{tg} \beta \sqrt{\frac{\delta_1}{R}} \left[1 + \frac{d}{2 \sqrt{\sin^3 \beta}} - \frac{[\sigma] \delta_1}{pR} \left(1 + \frac{d^3}{\sqrt{\sin \beta}} \right) \right];$$

здесь

$$d = \sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}.$$

Из сравнения формул (39в) и (37) следует, что при расчете по формуле (37), не учитывающей влияния оболочек, получают заниженную площадь шпангоута.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОРОСФЕРИЧЕСКИХ И ТОРОКОНИЧЕСКИХ ДНИЩАХ

В емкостях давления широкое применение находят торосферические, реже тороконические днища. Сопряжение сферы или конуса с корпусом емкости переходным тороидальным участком позволяет избежать установки шпангоута.

Вдали от точек сопряжения с торовым участком напряжения в сферической, конической и цилиндрической оболочках определяются по известным формулам безмоментной теории. Для тороидальных участков точные теоретические решения оказываются сложными, что затрудняет их использование для проектирования. Воспользуемся для расчета тороидальных переходов методом площадей давления, который позволяет сравнительно просто и быстро определить всю необходимую толщину оболочек и действующие напряжения. Метод хорошо согласуется с экспериментальными данными [7].

Кольцевые напряжения в торовом участке тороидальных или тороконических днищ вдали от точек сопряжения со сферой, конусом или цилиндром (см. рис. 14, в)

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{\delta_T} = \frac{pL}{\delta_T} \left(1 - \frac{L}{2r} \right). \quad (40)$$

Как видно из формулы (40) и рис. 14, в при малых r напряжения в торовом участке будут снимающими, так как преобладает отрицательная площадь. С увеличением радиуса торового сопряжения интенсивность окружных усилий уменьшается, потому что уменьшается отрицательная площадь, и при значении $r=0,5L$ напряжения в рассматриваемой точке будут равны нулю, а при $r>0,5L$ они будут положительными.

Кольцевые напряжения в торовом участке раструбового сопряжения в полюсе днища

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{\delta_T} = \frac{pL}{\delta_T} \left(1 + \frac{L}{2r} \right). \quad (41)$$

Как видно из формулы (41) и рис. 14, в напряжения всегда растягивающие, так как площадь давления положительна. С увеличением радиуса r напряжения будут уменьшаться.

Выражения (40) и (41) удобнее выразить через параметры, заданные при проектировании. В результате получим напряжения в торовом участке тороидального или тороконического днища

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2\delta_T} \left[1 - \frac{(\lambda - 1)^2}{\cos^2 \varphi} \right], \quad (42)$$

а для раструбового сопряжения в полюсе днищ

$$\sigma_2 = \frac{pr}{2\delta_T} \left[\frac{(\lambda + 1)^2}{\cos^2 \varphi} - 1 \right], \quad (43)$$

здесь

$$\lambda = R/r;$$

φ — координата точки тора, r , R — радиусы кривизны торового сопряжения и цилиндрической оболочки; δ_T — толщина оболочки торового участка.

Формулы (42) и (43) будут точными только для зон сопряжения торового участка с другими оболочками. У точек сопряжения наблюдаются резкие изменения усилий T_2 .

Кольцевые напряжения в точках сопряжения оболочек (точки B и C , рис. 17) определяются делением алгебраической суммы усилий в двух смежных эффективных дугах на площадь сечения оболочки, ограниченную концами дуг. Предполагается, что длина дуги с каждой стороны сопряжения равна величине

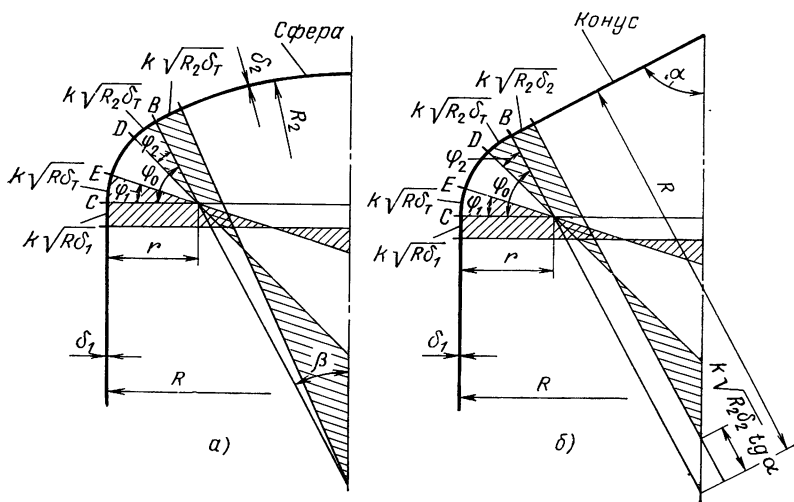


Рис. 17. Площадь давления, эффективные дуги около точек сопряжения оболочек с тороидальным участком

k , умноженной на квадратный корень из произведения радиуса кривизны, примыкающего к сопряженной части оболочки, на толщину оболочки.

Кольцевые напряжения в точке сопряжения сферы с торовым участком (точка B на рис. 17, а)

$$\sigma_2 = p \frac{\frac{1}{2} k R_2 \sqrt{R_2 \delta_2} + \frac{k r}{2} \sqrt{R_2 \delta_T} - \frac{(R_2 - r)^2}{2} \frac{\sin \beta \sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 + \beta)}}{k \delta_T \sqrt{R_2 \delta_T} + k \delta_2 \sqrt{R_2 \delta_2}},$$

напряжения в точке сопряжения конуса с торовым участком (точка B на рис. 17, б)

$$\sigma_2 = p \frac{k R_2 \sqrt{R_2 \delta_2} - \frac{k^2 R_2 \delta_2}{2} \operatorname{tg} \alpha + \frac{k r}{2} \sqrt{R_2 \delta_T} - \frac{(R_2 - r)^2}{2} \frac{\cos \alpha \sin \varphi_2}{\cos(\varphi_2 - \alpha)}}{k \delta_T \sqrt{R_2 \delta_T} + k \delta_2 \sqrt{R_2 \delta_2}}.$$

Кольцевые напряжения в точке сопряжения торового участка с цилиндром (точка C , на рис. 17)

$$\sigma_a = p \frac{kR \sqrt{R\delta_1} + \frac{kr}{2} \sqrt{R\delta_T} - \frac{(R_T - r)^2}{2} \operatorname{tg} \varphi_1}{k\delta_T \sqrt{R\delta_T} + k\delta_1 \sqrt{R\delta_1}}.$$

Меридиональные усилия T_1 в тороидальном участке могут быть легко определены из условия равновесия усилий, действующих на плоское сечение днища, нормальное к оси вращения (рис. 18):

$$T_1 = \frac{pR_x}{2 \cos \varphi}.$$

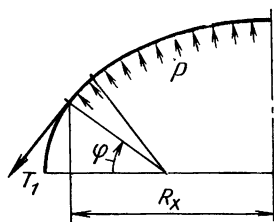


Рис. 18. Определение меридиональных усилий в тороидальном участке

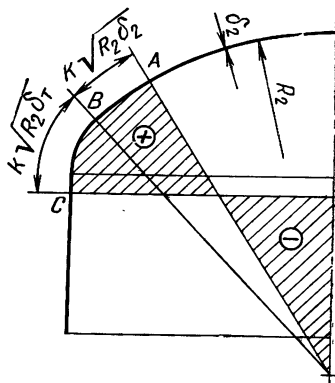


Рис. 19. Площадь давления в случае, когда длина эффективной дуги больше торового перехода

Меридиональные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{\delta_T} = \frac{pr}{2\delta_T} \left(1 + \frac{R}{r \cos \varphi} - 1 \right).$$

Полученные выше формулы, представленные в виде, удобном для расчета, приводятся в табл. 5. Если длина тороидального участка меньше $k\sqrt{R_{\max}\delta_T}$, где R_{\max} — наибольший из радиусов кривизны, то кольцевое напряжение подсчитывается только для точек сопряжения по методу, изложенному выше. Так, например, в точке B (рис. 19) максимальное кольцевое напряжение равно сумме сил, действующих на эффективные дуги AB и BC (на рис. 19 площадь давления заштрихована), деленной на площадь сечения оболочки, занимаемую дугами.

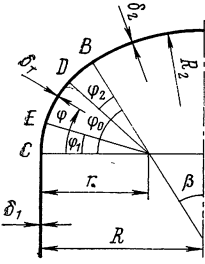
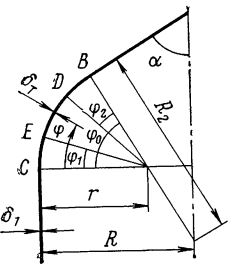
Если, как это показано на рис. 20, эффективные дуги перекрываются, то эпюра кольцевых напряжений может быть приближенно построена по результатам подсчета напряжений в пяти точках. Рассматриваемая область (дуга AD) включает участок плавного сопряжения и примыкающая к нему с каждой сто-

Формулы для расчета напряжений в тороидальных участках днищ

$$\lambda = \frac{R}{r}, \quad \lambda_2 = \frac{R_2}{r}, \quad d_1 = \sqrt{\frac{\delta_r}{\delta_1}}, \quad d_2 = \sqrt{\frac{\delta_r}{\delta_2}}$$

$$\varphi_1 = \frac{k \sqrt{R \delta_r}}{r}, \quad \varphi_2 = \frac{k \sqrt{R_2 \delta_r}}{r},$$

где σ_2, σ_1 — кольцевые и меридиональные напряжения

Вид сопряжения	Расчетные формулы
<p>Сопряжение тороферического днища с цилиндром</p> 	<p>В точке B</p> $\sigma_2 = \frac{pr}{2\delta_r} \frac{\lambda_2 + d_2 - m}{d_2 + \frac{1}{d_2^2}},$ <p>где</p> $m = \frac{(\lambda_2 - 1)^2}{k} \sqrt{\frac{r}{\lambda_2 \delta_2}} \frac{\sin \beta \sin \varphi_2}{\sin(\beta + \varphi_2)}$
<p>Сопряжение тороконического днища с цилиндром</p> 	<p>В точках дуги BC</p> $\sigma_1 = \frac{pr}{2\delta_r} \left(1 + \frac{\lambda - 1}{\cos \varphi} \right)$ <p>В точках дуги DE при $\varphi_0 \geq \varphi_1 + \varphi_2$</p> $\sigma_2 = \frac{pr}{2\delta_r} \left[1 - \frac{(\lambda - 1)^2}{\cos^2 \varphi} \right]$ <p>В точке C</p> $\sigma_2 = \frac{pr}{2\delta_r} \frac{2\lambda + d_1 - m}{d_1 + \frac{1}{d_1^2}},$ <p>где</p> $m = \frac{(\lambda - 1)^2}{k} \sqrt{\frac{r}{\lambda \delta_1}} \operatorname{tg} \varphi_1$

Вид сопряжения	Расчетные формулы
	<p>В точке B</p> $\sigma_2 = \frac{pr}{2\delta_T} \frac{2\lambda_2 + d_2 - m}{d_2 + \frac{1}{d_2^2}},$ <p>где</p> $m = \frac{(\lambda_2 - 1)^2}{k} \sqrt{\frac{r}{\lambda_2 \delta_2} \frac{\cos \alpha \sin \varphi_2}{\cos(\varphi_2 - \alpha)}}$

роны эффективные дуги. Напряжения σ_0 и σ_3 в точках A и D являются мембранными напряжениями в сфере (или конусе) и ци-

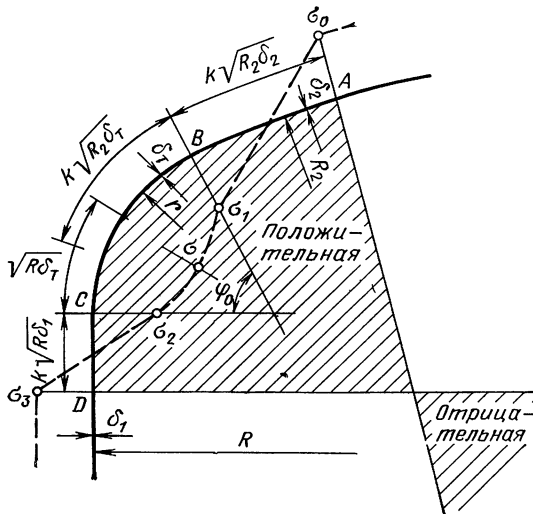


Рис. 20. Перекрывающиеся эффективные дуги

линдре соответственно. Кольцевые напряжения σ_1 и σ_2 в точках B и C подсчитываются по формулам, приведенным в табл. 5, причем наложение эффективных дуг не учитывается. Если имеется наложение дуг, то кольцевые напряжения в тороидальном

участке обычно достигают максимального значения либо в центре участка плавного перехода, либо вблизи него.

Сумма кольцевых усилий (произведений напряжения на толщину) по дуге AD должна уравновешивать силу U , равную давлению, умноженному на алгебраическую сумму площадей давления, заключенных между нормальми, проведенными из точек A и D . Площадь, расположенная между пересечением нормалей и дугой AD , положительна, а площадь между пересечением нормалей и осью вращения отрицательна.

Максимальное напряжение σ может быть приближенно подсчитано, если предположить, что суммирование напряжений по дуге BC определяется формулой

$$\frac{\sigma_1 + 4\sigma + \sigma_2}{6} r\varphi_0\delta_r = U - (S_{AB} + S_{CD}),$$

откуда

$$\sigma = 1,5 \left\{ \left[\frac{U - (S_{AB} + S_{CD})}{r\varphi_0\delta_r} - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{6} \right] \right\};$$

здесь усилие на дуге AB

$$S_{AB} = \frac{\sigma_0 + \sigma_1}{2} k\delta_2 \sqrt{R_2\delta_2},$$

усилие на дуге CD

$$S_{CD} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} k\delta_1 \sqrt{R_1\delta_1}.$$

Заметим, что σ_0 и σ_3 должны иметь знаки, обратные знакам σ_1 , σ_2 и σ , как это показано на рис. 20.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ЕМКОСТЕЙ ДАВЛЕНИЯ

Основными исходными данными для проектирования емкостей давления являются:

- 1) габаритные размеры емкости;
- 2) действующее давление;
- 3) условия эксплуатации, например: количество нагружений, общее время работы конструкции, некоторые специфические данные (нагрев, агрессивность среды и т. п.);
- 4) технологические требования (ограничения по исходной толщине листа оболочек, по технологической оснастке, по сварке и т. п.);
- 5) конструктивные требования (ограничения по габаритам, массе конструкции и т. д.);
- 6) требование экономичности, которое определяется материалом, технологичностью конструкции, т. е. трудоемкостью изготовления отдельных деталей и узлов, необходимой технологической оснасткой, количеством изделий, подлежащих изготовлению.

Кроме того, учитывают ряд других требований. Рассмотрим порядок расчета на конкретном примере, который для многих случаев может быть типичным.

Задано: радиус кривизны цилиндрической оболочки емкости R , эксплуатационное давление p (рис. 21).

1. Выбираем материал, принимаем коэффициент безопасности, определяем допускаемые напряжения $[\sigma]$.

2. Зададимся теоретическими обводами днищ, углом полураствора сферического сегмента β или углом полураствора конуса α . Обычно принимают $\beta = 60 \dots 90^\circ$, $\alpha = 40 \dots 50^\circ$. Обводы днищ определяют массу днища и шпангоута, требуемую толщину исходного листа днища, габариты заготовки шпангоута. Чтобы выявить наиболее рациональные обводы днищ, нужно рассмотреть несколько вариантов.

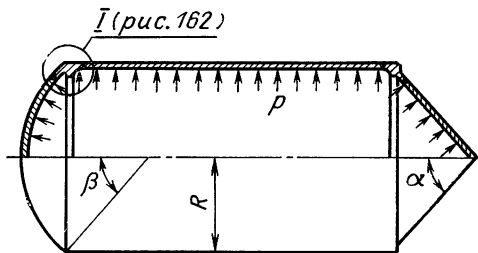


Рис. 21. Цилиндрическая емкость под действием внутреннего давления

Сферические днища, требующие для изготовления специальной технологической оснастки, применяются в изделиях серийного производства. Конические днища, не требующие специального оборудования, применяются чаще в изделиях единичного производства (нестандартное оборудование, приспособления, технологическая оснастка).

3. Определяется минимальная толщина оболочек корпуса емкости и днищ.

4. Требуемая площадь сечения распорных шпангоутов рассчитывается по формулам, приведенным в табл. 3 и 4. За расчетное сечение распорного шпангоута принимается площадь сечения без оболочек. К оболочке относятся и тонкостенные элементы шпангоута, толщина которых соизмерима с толщиной оболочки. Например, некоторое местное утолщение δ_1 , показанное на рис. 22, следует отнести к оболочке (расчетное сечение шпангоута заштриховано).

5. Проектирование профиля сечения шпангоута. Конструктивный вид распорного шпангоута в узле сопряжения с оболочками устанавливается в результате проектных изысканий, в процессе выполнения которых требуемая площадь сечения $F_{ш}$ размещается наиболее рационально. Профиль сечения считается рациональным, если передача сил с днища на цилиндр через шпангоут осуществляется без «закручивания» шпангоута, что обеспечивается соответствующим расположением центра тяжести площади $F_{ш}$ по отношению к действующим усилиям S_1 и T_1 . В идеальном случае следует стремиться найти такое положение

центра тяжести сечения, при котором момент силы T_1 (см. рис. 22, а), равный $T_1 c_1$, будет уравниваться противоположно направленным моментом от силы S_1 , т. е. $T_1 c_1 = S_1 c_2$. Это условие всегда обеспечивается, если центр тяжести расчетного сечения лежит на линии mn , совпадающей с направлением резуль-

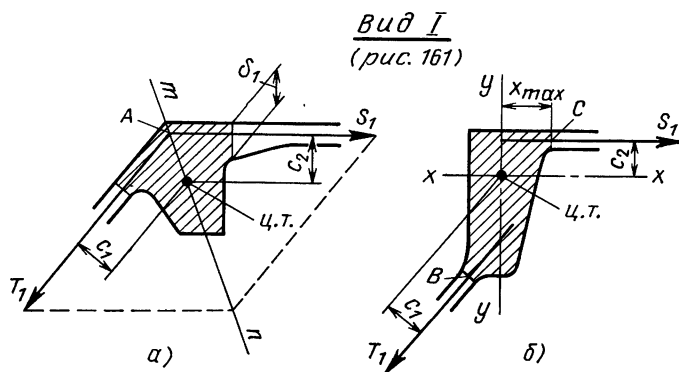


Рис. 22. Расчетная схема распорного шпангоута:
а—рациональный профиль сечения; б—нерациональный профиль

тирующей усилий T_1 и S_1 . Поэтому дальнейший процесс проектирования проводится в следующей последовательности:

а) определяются безмоментные усилия в цилиндрической оболочке S_1 и в днище T_1

$$S_1 = \frac{pR}{2},$$

— для сферического днища

$$T_1 = \frac{pR}{2 \sin \beta},$$

— для конического днища

$$T_1 = \frac{pR}{2 \cos \alpha}.$$

Линия действия усилий T_1 и S_1 направлена по касательной к теоретическому обводу оболочки, проведенной из точки сопряжения оболочки со шпангоутом;

б) находится точка пересечения усилий T_1 и S_1 — точка A . От точки A в некотором масштабе откладывается численная величина усилий T_1 и S_1 , строится диагональ параллелограмма mn ;

в) расчетная площадь $F_{\text{ш}}$ размещается таким образом, чтобы ее центр тяжести лежал на линии mn .

На рис. 22, б показан нерациональный профиль, для которого моменты от усилий T_1 и S_1 направлены относительно центра тяжести в одном направлении. На шпангоут будет действовать крутящий момент от безмоментных сил

$$M_{кр} = T_1 c_1 + S_1 c_2. \quad (44)$$

Таким образом, принятая ранее площадь сечения окажется недостаточной. Приближенный расчет можно провести по следующим формулам:

— для узла сопряжения сферы с цилиндром

$$\sigma = -\frac{pR^2}{2F_{ш} \operatorname{tg} \beta} (1 - c) \pm \frac{M_{кр} x_{\max} R}{I_y}; \quad (45)$$

— для узла сопряжения конуса с цилиндром, принимая $r_{ш} \approx R$

$$\sigma = -\frac{pR^2}{2F_{ш}} \operatorname{tg} \alpha (1 - c) \pm \frac{M_{кр} x_{\max} R}{I_y}, \quad (46)$$

где $F_{ш}$, I_y — площадь и момент инерции расчетного сечения; x_{\max} — расстояние от оси y до точки сопряжения оболочки со шпангоутом (точки B , C).

Расчет по данным формулам дает результаты, которые идут в запас прочности, так как при определении крутящего момента по формуле (44) не учитывалось разгружающего действия внутренних усилий в оболочках.

КОМПЕНСАЦИЯ ОТВЕРСТИЙ В ОБОЛОЧКАХ ЕМКостей

При наличии в оболочках емкостей отверстий сопротивляемость неподкрепленных стенок значительно снижается, поэтому возникает необходимость компенсировать это ослабление. Как показывают экспериментальные данные, вблизи неподкрепленных отверстий имеет место значительная концентрация напряжений, причем местные напряжения имеют быстро затухающий характер. Наибольшие напряжения у краев отверстий могут в несколько раз превышать напряжения оболочки, не ослабленной отверстием. Концентрация напряжений возрастает с увеличением диаметра отверстия и в меньшей степени с уменьшением толщины оболочки.

Для компенсации ослабления и уменьшения концентрации напряжений отверстие окантовывается добавочным материалом. Частично или полностью ослабление компенсируется также за счет увеличения толщины оболочки сверх необходимой по всей поверхности или в некоторой зоне вблизи отверстия. Однако увеличение толщины всей оболочки нерационально, так как приводит к излишней затрате материала.

Существующие теоретические исследования приводят к сложным для проектирования методам. Однако в практике широкое применение получил метод усиления окантовок, который хорошо согласуется с экспериментальными данными. Этот принцип усиления вырезом [9], обеспечивающий равнопрочность окантовки с основной оболочкой, можно сформулировать следующим образом: металл, удаленный из оболочки, должен быть

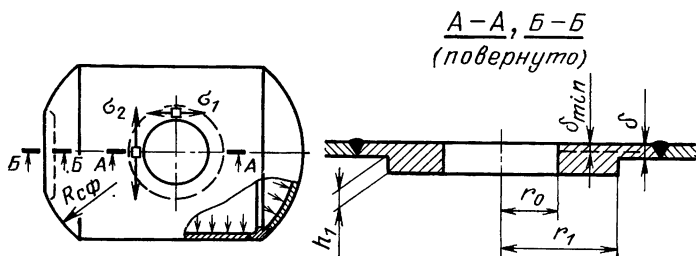


Рис. 23. Конструктивный вид окантовки отверстия в оболочках емкости; действующие напряжения

размещен в виде окантовывающего усиления. Таким образом, эффективную площадь окантовки определим из условия

$$F_{\text{эф}} \geq r_0 \delta_{\text{min}}, \quad (47)$$

где $\delta_{\text{min}} = \frac{pR}{[\sigma]}$ — для цилиндрической оболочки;

$\delta_{\text{min}} = \frac{pR}{[\sigma] \cos \alpha}$ — для конической оболочки;

$\delta_{\text{min}} = \frac{pR}{2[\sigma]}$ — для сферической оболочки.

Для окантовки отверстия в цилиндрической или сферической оболочке, показанной на рис. 23 (А—А, Б—Б), условие (47) запишем в виде

$$h_1(r_1 - r_0) + r_0(\delta - \delta_{\text{min}}) \geq r_0 \delta_{\text{min}}. \quad (48)$$

Обозначения геометрических параметров даны на рис. 23.

Необходимо иметь в виду, что минимальная толщина оболочки δ_{min} определяется по допускаемым напряжениям материала окантовки. Так, например, оболочка емкости может быть изготовлена из высокопрочного нагартованного материала. Однако материал оболочки в районе сварного шва и окантовки имеет более низкие значения предела текучести σ_T и предела прочности σ_B , величины которых равны или близки механическим свойствам материала в отожженном состоянии. В этом случае δ_{min} рассчитывают по наименьшему значению $[\sigma]$, определенному для материала окантовки и материала оболочки в районе сварного шва без нагартовки.

Как видно из формулы (48), при толщине оболочки $\delta = 2\delta_{\text{min}}$ добавочного подкрепления не требуется, т. е. $h_1 = 0$.

Напряжения в окантовке цилиндрической оболочки в кольцевом и меридиональном направлениях оценим по формулам:

$$\sigma_2 = \frac{pRr_0}{F_{\text{эф}}}, \quad \sigma_1 = \frac{pRr_0}{2F_{\text{эф}}}. \quad (49)$$

Для сферических оболочек

$$\sigma_2 = \sigma_1 = \frac{pR_{\text{сф}}r_0}{2F_{\text{эф}}}, \quad (50)$$

где $F_{\text{эф}}$ — эффективная площадь сечения окантовки; $R_{\text{сф}}$ — радиус кривизны сферы.

Вырез в оболочке может быть выполнен для установки различных конструктивных элементов (трубопроводов, штуцеров и т. п.). Часть материала трубопровода, примыкающая к вырезу, эффективно участвует в работе окантовки. В табл. 6 приводятся значения эффективной площади для некоторых видов окантовок. Конструктивно эффективная площадь может быть выполнена или в виде цельной детали, ввариваемой в оболочку, или в виде приварных накладок. Последний вид усиления в ответственных конструкциях нежелателен, потому что конструктивная прочность и надежность сборного узла с большим количеством сварных соединений всегда оказывается ниже и во многом будет зависеть от качества изготовления.

Если отверстий два и их зоны перекрываются, то усиление должно быть равно сумме подкреплений, которые требуются для каждого отверстия отдельно. Расчет овального отверстия проводится по наибольшему диаметру.

Порядок проектировочного расчета рассмотрим на примере определения размеров окантовки для вырезов в цилиндрической и сферической оболочках (см. рис. 23).

Задано: давление в емкости p , радиус кривизны цилиндра R , сферического днища $R_{\text{сф}}$, радиус выреза r_0 . Задан материал окантовки и допускаемые напряжения $[\sigma]$. Требуется определить размеры окантовки h_1 и r_1 .

1. По допускаемым напряжениям материала окантовки определим расчетную минимальную толщину: цилиндрической оболочки

$$\delta_{\text{min}} = \frac{pR}{[\sigma]},$$

сферической оболочки

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{pR_{\text{сф}}}{2[\sigma]}.$$

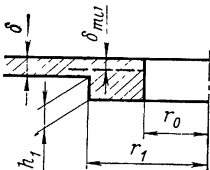
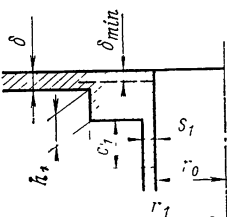
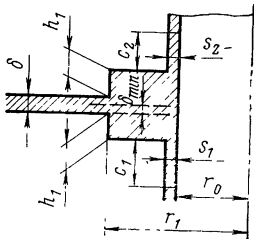
Принимаем окончательное значение толщины оболочек δ . Обычно назначают $\delta = \delta_{\text{min}}$. Если по конструктивным или технологическим соображениям принято $\delta \geq 2\delta_{\text{min}}$, то окантовка выреза не требуется, т. е. $h_1 = 0$.

Формулы для определения эффективной площади сечения окантовок

$$\delta_{\min} = \frac{pR}{[\sigma]} \text{ — для цилиндрических оболочек}$$

$$\delta_{\min} = \frac{pR}{2[\sigma]} \text{ — для сферических оболочек}$$

[σ] — допускаемые напряжения материала окантовки

Вид сечения окантовки	Эффективная площадь сечения окантовки
<p>1. Односторонняя круговая окантовка</p> 	$F_{\text{эф}} = h_1(r_1 - r_0) + r_0(\delta - \delta_{\min})$ $h_1 \leq 2,5\delta; \quad r_1 \leq 2r_0$
<p>2. Односторонняя окантовка с одной трубой (штуцером)</p> 	$F_{\text{эф}} = h_1(r_1 - r_0) + r_0(\delta - \delta_{\min}) + c_1 s_1$ $h_1 + c_1 \leq 2,5\delta$ $c_1 \leq 2,5s_1$
<p>3. Двусторонняя окантовка с двумя трубами (штуцерами)</p> 	$F_{\text{эф}} = 2h_1(r_1 - r_0) + r_0(\delta - \delta_{\min}) + c_1 s_1 + c_2 s_2$ $h_1 + c_1 \leq 2,5\delta, \quad c_1 \leq 2,5s_1$ $h_1 + c_2 \leq 2,5\delta, \quad c_2 \leq 2,5s_2$

2. Задаемся высотой окантовки $h_1 \leq 2,5\delta$.

3. Подставляя значение $F_{эф}$ (см. табл. 6, схема 1) в формулу (49) или (50), из условия прочности окантовки $\sigma_2 = [\sigma]$ найдем размер окантовки в цилиндрической или сферической оболочках:

$$r_1 = r_0 \left(1 + \frac{2\delta_{\min} - \delta}{h_1} \right)$$

или при $\delta = \delta_{\min}$

$$r_1 = r_0 \left(1 + \frac{\delta_{\min}}{h_1} \right).$$

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РАСПОРНЫХ УЗЛОВ

Условные обозначения

- X_1, X_3, X_5 — неизвестные погонные радиальные усилия;
 X_2, X_4, X_6 — неизвестные краевые моменты;
 A, B, B и т. д. — обозначения мест условных разрезов;
 $1, 2, 3$ и т. д. — обозначения выделенных оболочек;
 Δ_{1A}, θ_{1A} — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота края оболочки 1 в месте разреза A ;
 Δ_{2B}, θ_{2B} — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота края оболочки 2 в месте разреза B ;
 $\Delta_{КА}, \theta_{КА}$ — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота края распорного кольца в месте разреза A ;
 $\Delta_{КБ}, \theta_{КБ}$ — полное (суммарное) радиальное перемещение, угол поворота распорного кольца в месте разреза B ;
 Δ_{x1}, θ_{x1} — радиальное перемещение, угол поворота края от усилия X_1 ;
 Δ_{x2}, θ_{x2} — радиальное перемещение, угол поворота от усилия X_2 ;
 Δ_p, θ_p — радиальное перемещение, угол поворота края от нормального давления p .

Перемещения прочих мест разрезов и краевых усилий записываются аналогично.

Выше был изложен метод проектировочного расчета распорных узлов сопряжений оболочек различных очертаний, позволяющий определить необходимую площадь сечения шпангоута; приведены приближенные оценочные расчеты шпангоута и некоторые рекомендации, помогающие правильно сконструировать узел в целом. Такой расчет с достаточной точностью оценивает прочность шпангоута (называемого ниже распорным кольцом), но не определяет напряженного состояния примыкающих к нему оболочек. Внутренние усилия, возникающие в местах сопряже-

ний оболочек с кольцом, оказывают влияние на деформации и напряженное состояние распорного узла. Эти усилия проявляются в местных, примыкающих к кольцу, зонах оболочек и имеют быстрозатухающий характер. Определение внутренних усилий называют краевой задачей, а определяемые усилия — краевыми усилиями.

Решение краевой задачи проводится для определения полной картины действующих в распорном узле напряжений. Этот расчет необходим при оценке прочности по допускаемым напряжениям. Чтобы знать запасы прочности по напряжениям, надо возможно более точно определять напряжения от действующего давления. Такой расчет достаточно точен при работе материала в пределах упругости. Для определения разрушающих давлений этим расчетом можно руководствоваться при оценке прочности конструкций из материалов, подверженных опасности хрупкого разрушения. При пластичных материалах величины напряжений не определяют фактической прочности конструкции, т. е. не определяют величину разрушающего давления. Образование пластических шарниров в местных зонах оболочек, примыкающих к распорному кольцу, приводит к перераспределению краевых усилий. Начиная с некоторой величины давления изгибающие моменты в оболочках от краевого эффекта перестают увеличиваться, при этом конструкция превращается в статически определимую систему, расчет которой можно проводить по безмоментной теории оболочек. При обеспечении условия прочности распорного кольца можно не опасаться преждевременного разрушения бака в зонах краевых эффектов. Аналогичный подход к решению краевых задач изложен в работе [2].

Анализируя многочисленные экспериментальные данные измерения напряжений и величин разрушающих давлений, можно сделать следующие, имеющие большое практическое значение, выводы для расчета конструкций из пластичных материалов.

1. При определении предельного разрушающего давления для распорного узла следует исходить только из прочности распорного кольца, основываясь на формулах (45) или (46).

2. При оценке прочности оболочек можно не учитывать напряжения изгиба от краевых усилий.

Емкость из двух оболочек 1, 2 и распорного кольца находится под действием равномерного давления (рис. 24, а). Рассмотрим каждый элемент емкости отдельно, условно разрезав их по местам соединений. Оболочки 1 и 2 находятся под действием нормального давления, которое уравнивается безмоментными меридиональными усилиями S , направленными по касательной к срединной поверхности оболочки (см. рис. 24, б). Эти же силы приложены к распорному кольцу, на котором они взаимно уравнивают друг друга. Под действием приложенных безмоментных сил элементы емкости, рассматриваемые отдель-

но, деформируются. Край первой оболочки сместится вдоль радиуса параллельного круга на Δ_1 и повернется на угол θ_1 ; край второй оболочки сместится на Δ_2 и повернется на угол θ_2 ; распорное кольцо получит радиальное Δ_K и угловое θ_K перемещения. В результате между краями элементов, рассматриваемых изолированно, образуются линейные и угловые смещения, так как $\Delta_{1,2} \neq \Delta_K$ и $\theta_{1,2} \neq \theta_K$. В реальной конструкции такие зазоры не могут иметь места, в результате на краях выделенных эле-

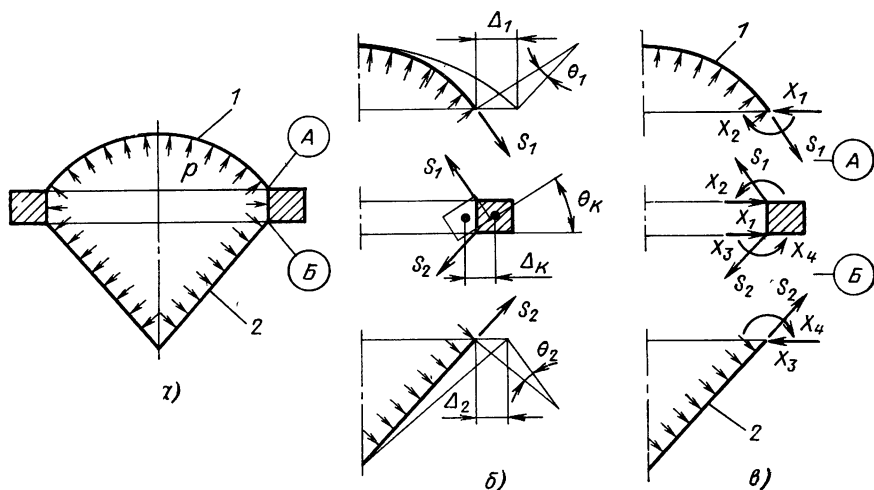


Рис. 24. К расчету краевой задачи распорного узла емкости:

а—схема нагружения; б—деформации элементов под действием безмоментных сил; в—усилия, действующие в местах разрезов

ментов возникают равномерно распределенные внутренние силы X_1 , X_3 и моменты X_2 , X_4 , вызывающие деформации краев, компенсирующие указанные смещения (см. рис. 24, в). Усилия X_1 , X_2 , X_3 , X_4 являются самоуравновешенной системой сил. Возникающие в местах разрезов двух соседних элементов краевые силы равны по величине и обратны по направлению.

В результате совместного действия всех сил (давления и краевых усилий) радиальные и угловые перемещения края оболочек одинаковы. В результате неразрывность элементов емкости не нарушается. Уравнения совместности деформаций краев:

$$\Delta_{1A} = \Delta_{KA}, \quad \theta_{1A} = \theta_{KA}, \quad \Delta_{2B} = \Delta_{KB}, \quad \theta_{1B} = \theta_{KB}. \quad (51)$$

Знаки краевых перемещений оболочек

При определении суммарных (полных) краевых перемещений оболочек особое внимание должно быть уделено правильно-му учету знаков радиальных перемещений и углов поворотов.

Условимся считать радиальное перемещение Δ положительным, если оно направлено в сторону уменьшения радиуса оболочки. Положительному направлению угла поворота θ (положение оболочки ниже или выше разреза) при расположении точек справа от оси соответствует вращение против часовой стрелки (рис. 25). Если рассматривать оболочку слева от оси, то положительное значение углов поворота будет иметь противоположное направление.

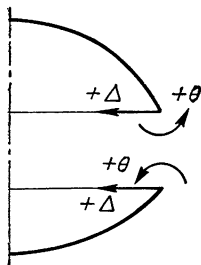


Рис. 25. Положительное направление перемещений

Направление перемещений, вызванное нормальным давлением, краевыми радиальными силами и моментами, определяются визуально, основываясь на мысленном представлении направления деформации края под действием рассматриваемой силы. На рис. 26 показано несколько примеров определения направлений перемещений от давления и краевых сил.

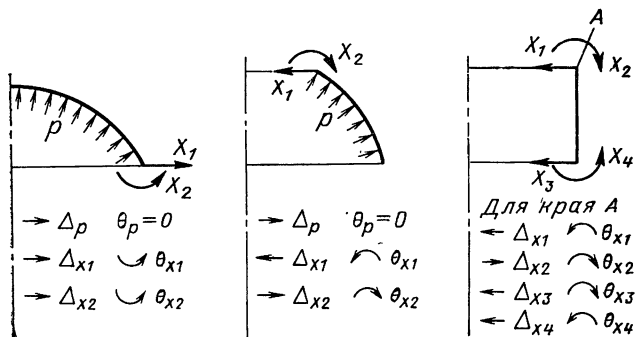


Рис. 26. Определение направления перемещений

Усилия и краевые перемещения распорного кольца

Выделенное в расчетной схеме (см. рис. 24, б) распорное кольцо имеет обычно массивное сечение, при этом можно считать, что его контур при деформациях не искажается. Под распорным кольцом будем понимать ту часть сечения шпангоута, которая остается, если мысленно отрезать его конструктивные тонкостенные элементы, являющиеся как бы продолжением оболочек. Все действующие силы (безмоментные и краевые) переносятся в центр тяжести сечения. Определяются: результирующее усилие в радиальном направлении, как сумма проекций всех

сил на ось x и результирующий крутящий момент, как сумма всех моментов относительно центра тяжести:

$$P_K = \Sigma (\text{проекция сил на ось } x), \quad (52)$$

$$M_K = \Sigma (\text{моменты сил относительно центра тяжести}).$$

За положительное направление усилий будем принимать: для радиальных усилий — в сторону к оси кольца, для моментов — в направлении против часовой стрелки (рис. 27).

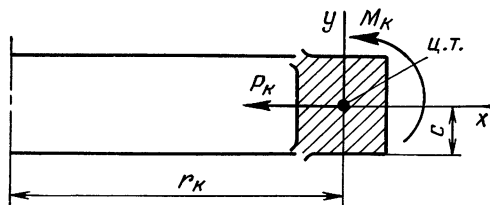


Рис. 27. Положительное направление усилий для кольца

Угол поворота сечения кольца, а также угол поворота любого рассматриваемого края (места разреза)

$$\theta_k = \frac{M_K r_K^2}{EI_x} \quad (53)$$

I_x — собственный момент инерции сечения относительно оси лежащей в плоскости кольца; r_K — радиус кривизны оси кольца.

Радиальное перемещение рассматриваемого края кольца

$$\Delta_k = \frac{P_K r_K^2}{EF} + c\theta_k, \quad (54)$$

где F — площадь сечения кольца; c — расстояние от нейтральной оси x до рассматриваемого края.

Последовательность решения краевой задачи

1. Выделяют расчетную схему распорного узла, делают условные разрезы в местах сопряжений оболочек различных очертаний или толщины и в местах соединения оболочек с кольцом.

2. По формулам приведенным в табл. 7 [9] вычисляют крайевые перемещения оболочек.

3. Для распорного кольца записывают выражения результирующих усилий (52) и крайевых перемещений (53), (54).

4. Составляют систему уравнений совместности деформаций, в результате ее решения вычисляют неизвестные усилия, после чего определяют результирующие усилия для распорного кольца.

5. Проводятся расчет на прочность распорного кольца и оболочек с учетом найденных усилий.

Краевые перемещения цилиндрических, конических и сферических оболочек

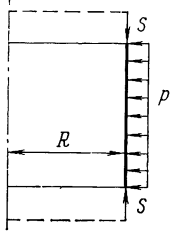
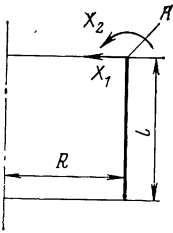
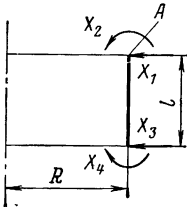
$k = \frac{1,29}{\sqrt{R\delta}}, \quad y_1 = a \sqrt{\frac{r}{\delta}}, \quad y_2 = a \sqrt{\frac{R}{\delta}}, \quad a = \frac{3,64}{\sin \alpha} \sqrt{\cos \alpha}$	
Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
<p>Цилиндр любой длины</p> 	$\Delta_p = \frac{pR^2}{\delta E} - \mu \frac{SR}{\delta E},$ <p>где $S = \frac{pR}{2}, \quad \theta_p = 0.$</p> <p>При $\mu = 0,3 \quad \Delta_p = 0,85 \frac{pR^2}{\delta E}$</p>
<p>Длинный цилиндр $l \geq 2,5 \sqrt{R\delta}$</p> 	<p>Перемещения края А</p> $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2}{\delta E} X_1; \quad \Delta_{X2} = \frac{2k^2R^2}{\delta E} X_2;$ $\theta_{X1} = \frac{2k^2R^2}{\delta E} X_1; \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3R^2}{\delta E} X_2$
<p>Короткий цилиндр, $l < 2,5 \sqrt{R\delta}$</p> 	<p>Перемещения края А</p> $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2}{\delta E} \frac{\beta_1 - \eta_2}{\alpha_1} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2R^2}{\delta E} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_2$ $\Delta'_{X3} = \frac{2kR^2}{\delta E} \frac{\epsilon_2 - \beta_2}{\alpha_1} X_3$ $\Delta'_{X4} = -\frac{2k^2R^2}{\delta E} \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} X_4$

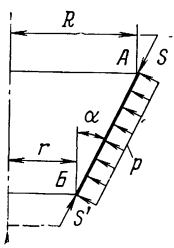
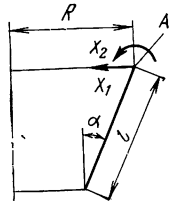
Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
	$\theta_{X1} = \frac{2k^2 R^2}{\delta E} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_1$ $\theta_{X2} = \frac{4k^3 R^2}{\delta E} \frac{\beta_1 + \eta_2}{\alpha_1} X_2$ $\theta'_{X3} = -\frac{2k^2 R^2}{\delta E} \frac{\epsilon_1}{\alpha_1} X_3$ $\theta'_{X4} = -\frac{4k^3 R^2}{\delta E} \frac{\beta_2 + \epsilon_2}{\alpha_1} X_4,$ <p>где</p> $\alpha_1 = \text{sh}^2 kl - \sin^2 kl, \quad \eta_1 = \sin kl + \cos kl$ $\alpha_2 = \text{sh}^2 kl + \sin^2 kl, \quad \eta_2 = \sin kl \cdot \cos kl$ $\beta_1 = \text{ch} kl \cdot \text{sh} kl, \quad \epsilon_1 = \text{sh} kl \cdot \sin kl$ $\beta_2 = \text{ch} kl \cdot \sin kl, \quad \epsilon_2 = \text{sh} kl \cdot \cos kl$
<p>Конус любой длины</p> 	<p>Оболочка нагружена давлением p и меридиональными усилиями</p> $S = \frac{pR}{2 \cos \alpha}, \quad S' = \frac{pr}{2 \cos \alpha}$ <p>Перемещения широкого края А</p> $\Delta_p = 0,85 \frac{pR^2}{E\delta \cos \alpha}, \quad \theta_p = 1,5 \frac{pR \operatorname{tg} \alpha}{E\delta \cos \alpha}$ <p>Перемещения узкого края Б</p> $\Delta_p = 0,85 \frac{pr^2}{E\delta \cos \alpha}, \quad \theta_p = 1,5 \frac{pr \operatorname{tg} \alpha}{E\delta \cos \alpha}$
<p>Длинный конус,</p> $l \geq \frac{1,1}{\sqrt{\cos \alpha}} (\sqrt{R\delta} + \sqrt{r\delta})$ 	<p>Перемещения края А при $y_2 \geq 6$</p> $\Delta_{X1} = \frac{R \sin \alpha}{\delta E} X_1 \left[\frac{1,82}{\sin \alpha f_2} \sqrt{\frac{R \cos \alpha}{\delta}} \times \right.$ $\left. \times \left(1 - \frac{2,4}{y_2} + \frac{3,65}{y_2^2} - \frac{7,9}{y_2^3} + \frac{8,4}{y_2^4} \right) - 0,3 \right]$ $\Delta_{X2} = \frac{1,82 \operatorname{tg} \alpha}{f_2 \delta E} \sqrt{\frac{R \cos \alpha}{\delta}} X_2 (0,353 y_2 - 0,875)$ $\theta_{X1} = \frac{1,64 R}{f_2 \delta^2 E} X_1 \left(1,414 - \frac{3,5}{y_2} \right)$

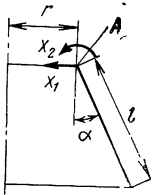
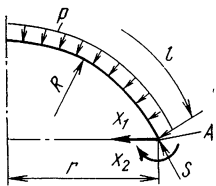
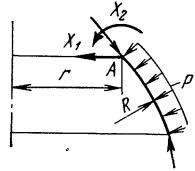
Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
	$\theta_{X2} = \frac{3,3 \operatorname{tg} \alpha}{f_2 \delta^2 E} X_2 \left(0,5 y_2 - 1,414 + \frac{1,5}{y_2} \right),$ <p>где</p> $f_2 = 0,707 - \frac{1,65}{y_2} + \frac{3,96}{y_2^2} - \frac{4,2}{y_2^3}$ <p>При $y_2 \geq 50$</p> $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2 \sqrt{\cos \alpha}}{\delta E} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2 R^2}{\delta E} X_2$ $\theta_{X1} = \frac{2k^2 R^2}{\delta E} X_1$ $\theta_{X2} = \frac{4k^3 R^2}{\delta E \sqrt{\cos \alpha}} X_2$
<p>Длинный конус, $l > \frac{1,1}{\sqrt{\cos \alpha}} (\sqrt{R\delta} + \sqrt{r\delta})$</p> 	<p>Перемещения края А при $y_1 \geq 6$</p> $\Delta_{X1} = \frac{r \sin \alpha}{\delta E} X_1 \left[\frac{1,82}{f_1 \sin \alpha} \sqrt{\frac{r \cos \alpha}{\delta}} \times \right.$ $\left. \times \left(1 + \frac{2,4}{y_1} + \frac{3,65}{y_1^2} + \frac{7,9}{y_1^3} + \frac{8,4}{y_1^4} \right) + 0,3 \right]$ $\Delta_{X2} = \frac{1,82 \operatorname{tg} \alpha}{f_1 \delta E} \sqrt{\frac{r \cos \alpha}{\delta}} X_2 (0,353 y_1 + 0,875)$ $\theta_{X1} = \frac{1,64 r}{f_1 \delta^2 E} X_1 \left(1,414 + \frac{3,5}{y_1} \right)$ $\theta_{X2} = \frac{3,3 \operatorname{tg} \alpha}{f_1 \delta^2 E} X_2 \left(0,5 y_1 + 1,415 + \frac{1,5}{y_1} \right),$ <p>где</p> $f_1 = 0,707 + \frac{1,65}{y_1} + \frac{3,96}{y_1^2} + \frac{4,2}{y_1^3}$ <p>При $y_1 \geq 50$</p> $\Delta_{X1} = \frac{2kr^2 \sqrt{\cos \alpha}}{\delta E} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2 r^2}{\delta E} X_2$

Схема нагружения, длина оболочки	Расчетные формулы
	$\theta_{X1} = \frac{2k^2 r^2}{\delta E} X_1$ $\theta_{X2} = \frac{4k^3 r^2}{\delta E \sqrt{\cos \alpha}} X_2$ <p>Здесь $k = \frac{1,29}{\sqrt{r\delta}}$</p>
<p>Длинная сферическая оболочка</p> $l \geq 2\sqrt{R\delta}$ <p>а) замкнутая в вершине</p>  <p>б) сферический пояс</p> 	<p>Перемещения края А</p> $\Delta_p = 0,35 \frac{rR}{\delta E} p, \quad \Delta_{X1} = \frac{2kr^2}{\delta E} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2 r R}{\delta E} X_2$ $\theta_p = 0$ $\theta_{X1} = \frac{2k^2 r R}{\delta E} X_1, \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3 R^2}{\delta E} X_2$

Последовательность решения краевой задачи рассмотрим на примере распорного узла цилиндрической емкости со сферическим дном (рис. 28, а).

Выбор расчетной схемы узла

Наметим условные разрезы по местам сочленения тонкостенных элементов с распорным кольцом. Шпангоут в местах сопряжений с оболочками может иметь местные утолщения, которые следует отнести к оболочкам. Так, например, на рис. 28, б местное утолщение шпангоута выделено, как короткая оболочка 2. К выделенным в расчетной схеме элементам прикладываются внешние нагрузки: давление p и уравновешивающие безмоментные усилия S . В местах каждого разреза прикладываем неизвестные крайевые силы (момент и радиальную силу). Направление неизвестных сил принимается произвольным. Действительное направление определится в результате решения системы

краевых уравнений по знакам лишних неизвестных. Отрицательный знак неизвестной силы означает, что действительное направление противоположно принятому в расчетной схеме, а при положительном значении — принятое направление совпадает с действительным.

Шпангоут в местах сопряжений с оболочками может иметь переменную толщину стенки, линейно изменяющуюся, как это показано на рис. 29 от δ_2 до δ_3 . Существующие методы расчета краевых перемещений оболочек переменной толщины громоздки и в большинстве случаев, их применение ничем

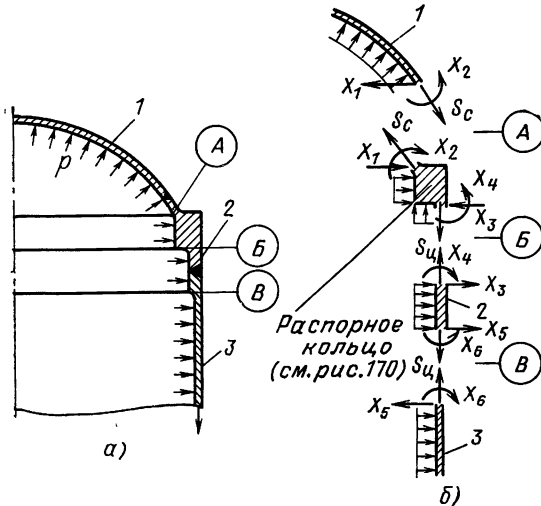


Рис. 28. Распорный узел емкости:

а—конструктивный вид, места условных разрезов; б—расчетная схема

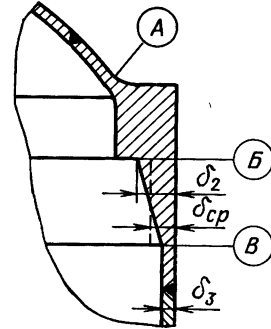


Рис. 29. Осреднение толщины короткой оболочки при выборе расчетной схемы

не оправдывается в техническом расчете. Поэтому расчет часто проводят по оболочке постоянной толщины, равной среднему значению $\delta_{cp} = \frac{\delta_2 + \delta_3}{2}$.

Такое допущение идет в запас прочности для распорного кольца, поскольку найденные краевые усилия в месте разреза с распорным кольцом будут иметь несколько заниженное значение. При необходимости уточнения расчета можно в оболочке переменной толщины сделать несколько дополнительных разрезов с последующим осреднением толщины в каждом пролете, при этом соответственно увеличивается число неизвестных краевых сил, подлежащих определению.

Иногда же с целью упрощения расчета (в запас прочности для распорного кольца) пренебрегают местными утолщениями, полагая что к местам разреза с распорным кольцом подходят основные оболочки емкости. Так, например, если для узла, показанного на рис. 29, принять $\delta_3 = \delta_2$, то в расчетной схеме останутся только разрезы А и Б, благодаря чему число неизвестных сил уменьшится до четырех вместо шести.

Определение краевых перемещений оболочек

Рассматривая каждую оболочку отдельно, определим перемещения краев оболочек в местах разрезов, как сумму перемещений от каждого силового фактора. Для оболочки 1 в месте разреза А

$$\Delta_{1A} = \Delta_{X1} - \Delta_{X2} - \Delta_p, \quad \theta_{1A} = -\theta_{X1} + \theta_{X2}.$$

Для оболочки 3 в месте разреза В

$$\Delta_{3B} = \Delta_{X5} - \Delta_{X6} - \Delta_p, \quad \theta_{3B} = \theta_{X5} - \theta_{X6}.$$

При определении перемещений коротких оболочек учитываются перемещения от сил, приложенных на противоположном крае. Так, например, перемещения оболочки 2 на краю В запишутся так:

$$\begin{aligned} \Delta_{2B} &= -\Delta_{X3} - \Delta_{X4} - \Delta'_{X5} + \Delta'_{X6} - \Delta_p, \\ \theta_{2B} &= -\theta_{X3} - \theta_{X4} + \theta'_{X5} + \theta'_{X6}. \end{aligned}$$

Соответственно для края В запишем

$$\begin{aligned} \Delta_{2B} &= -\Delta'_{X3} + \Delta'_{X4} - \Delta_{X5} - \Delta_{X6} - \Delta_p, \\ \theta_{2B} &= -\theta'_{X3} - \theta'_{X4} + \theta_{X5} + \theta_{X6}; \end{aligned}$$

здесь Δ'_{X3} , θ'_{X3} — радиальное перемещение и угол поворота края короткой оболочки от усилия X_3 , приложенного к удаленному краю. Перемещения от других сил, приложенных к удаленному краю, обозначаются аналогично.

Определение результирующих усилий и краевых перемещений распорного кольца

Рассмотрим схему нагружения распорного кольца под действием внешних и краевых сил (рис. 30, а). Все действующие силы переносим в центр

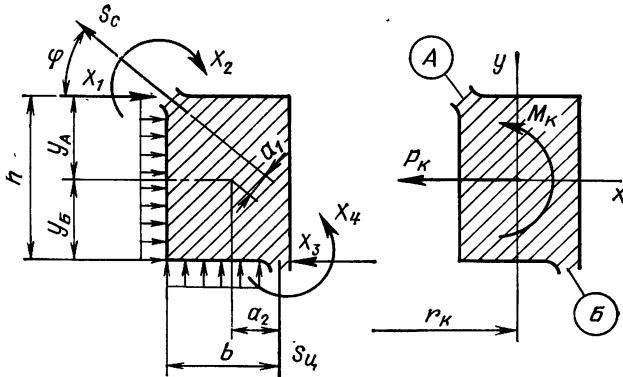


Рис. 30. Расчетная схема распорного кольца (см. рис. 28):

а—схема нагружения; б—результатирующее нагружение кольца

тяжести сечения. Запишем выражения результирующего радиального усилия и крутящего момента:

$$\begin{aligned} P_K &= -X_1 + X_3 + S_c \cos \varphi - ph; \\ M_K &= -y_A X_1 - X_2 - y_B X_3 + X_4 + S_c a_1 - S_c a_2 - ph \left(\frac{h}{2} - y_A \right) - \\ &\quad - pb \left(\frac{b}{2} - a_2 \right). \end{aligned} \quad (55)$$

$$\text{Углы поворота краев А и В} \quad \theta_{KA} = \theta_{KB} = \frac{M_K r_K^2}{EI_x}.$$

Радиальное перемещение краев A и B по формуле (54)

$$\Delta_{кА} = \frac{P_{к}r_{к}^2}{EF} + \theta_{к}y_{А}, \quad \Delta_{кБ} = \frac{P_{к}r_{к}^2}{EF} - \theta_{к}y_{Б}.$$

Определение краевых сил и результирующих усилий для распорного кольца

Запишем условия совместности деформаций краев оболочек и распорного кольца:

$$\begin{aligned} \Delta_{1А} &= \Delta_{кА}, & \theta_{1А} &= \theta_{кА}, & \Delta_{2Б} &= \Delta_{кБ}, \\ \theta_{2Б} &= \theta_{кБ}, & \Delta_{3Б} &= \Delta_{2Б}, & \theta_{3Б} &= \theta_{2Б}. \end{aligned} \quad (56)$$

Решив систему уравнений (56), определим неизвестные усилия $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$. Подставляя найденное значение неизвестных в уравнения (55), определим усилия $P_{к}$ и $M_{к}$.

Определение напряжений

Максимальные напряжения в распорном кольце будут в точке, наиболее удаленной от нейтральной оси. Напряжения в сечении кольца

$$\sigma = \frac{P_{к}r_{к}}{F} \pm \frac{M_{к}r_{к}y}{I_x},$$

где y — расстояние от оси x до рассматриваемого края.

В оболочках наибольшие напряжения будут действовать в меридиональном направлении:

$$\sigma_1 = \frac{S}{\delta} \pm \frac{6x}{\delta^2},$$

где S, X — меридиональное безмоментное усилие и изгибающий краевой момент рассматриваемой оболочки.

КРАЕВЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ВАФЕЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Определение краевых перемещений

При расчете распорного узла шпангоута с примыкающими к нему конструктивно-ортотропными оболочками необходимо учитывать параметры подкрепления. При достаточно частом расположении ребер оболочку можно рассматривать, как имеющую различные жесткости на растяжение-сжатие от мембранных усилий и на изгиб от изгибающих моментов. Если принять постоянным и одинаковым для всех направлений нормальный модуль упругости, то можно считать, что оболочка имеет толщину δ_0 для расчета деформаций растяжения—сжатия и $\delta_{пр}$ — для расчета деформаций изгиба.

Такой подход вполне допустим, так как в основные уравнения теории оболочек входят резко разграниченные и определенные величины: жесткость на изгиб участка оболочки единичной ширины, выражающаяся через момент инерции сечения участка, и жесткость на растяжение-сжатие, выражающаяся через площадь сечения участка оболочки единичной ширины. Поэтому целесообразно выразить эти жесткости через параметры под-

крепления оболочки и в дальнейшем использовать две различные толщины, зависящие от вида подкрепления. Выражения крайних перемещений приведены в табл. 9.

Приведенная жесткость на изгиб сечения стенки с присоединенным ребром

Определим для продольного (меридионального) направления приведенную толщину условной гладкой оболочки, у которой жесткость на изгиб стенки равна жесткости на изгиб вальфельной оболочки:

$$\delta_{пр} = \sqrt[3]{\frac{12I_x}{d}}. \quad (57)$$

Величина d для расположения ребер, показанных на рис. 3, принимается в соответствии с табл. 8.

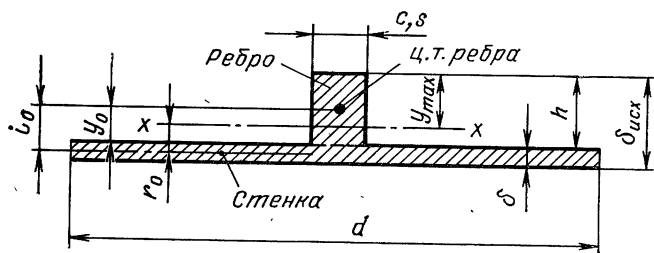


Рис. 31. Сечение ребра с присоединенной стенкой

Собственный момент инерции комбинированного сечения ребра с присоединенной стенкой (рис. 31)

$$I_x = I + F(i_0 - r_0)^2 + \frac{d\delta^3}{12(1 - \mu^2)} + d\delta r_0^2, \quad (58)$$

где

$$i_0 = y_0 + \frac{\delta}{2}, \quad r_0 = \frac{F i_0}{F + d\delta};$$

F , I — площадь и собственный момент инерции сечения изолированного ребра; y_0 — координата центра тяжести изолированного ребра; i_0 — расстояние от центра тяжести сечения ребра до срединной поверхности стенки; r_0 — расстояние от центра тяжести комбинированного сечения ребра и стенки до срединной поверхности стенки.

Выражения (57) и (58) удобнее представить в следующем виде:

$$\delta_{np} = \beta_1 \delta \varphi^{1/3} (\psi - 1); \quad (59)$$

$$I_x = \frac{d\delta^3}{12} [1 + \beta_2 \varphi (\psi - 1)^3], \quad (60)$$

где
$$\psi = \frac{\delta_{исх}}{\delta}, \quad \beta_1 = \sqrt[3]{\frac{12I_x}{d\delta^3\varphi(\psi-1)^3}}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\varphi(\psi-1)^3} \left(\frac{12I_x}{d\delta^3} - 1 \right).$$

Параметр φ принимается в соответствии с табл. 8.

Таблица 8

Значения d и φ для расчета приведенной изгибной толщины в продольном направлении

Расположение ребер	d	φ
Продольно-кольцевое (см. рис. 3, а)	a	$\frac{2\pi s}{a}$
Перекрестное ($\alpha=45^\circ$, см. рис. 3, б)	b	$\frac{2\pi c}{b}$

Коэффициенты β_1, β_2 приведены на рис. 32, 33. Значения, приведенные на графиках, вычислены для оболочек с прямо-

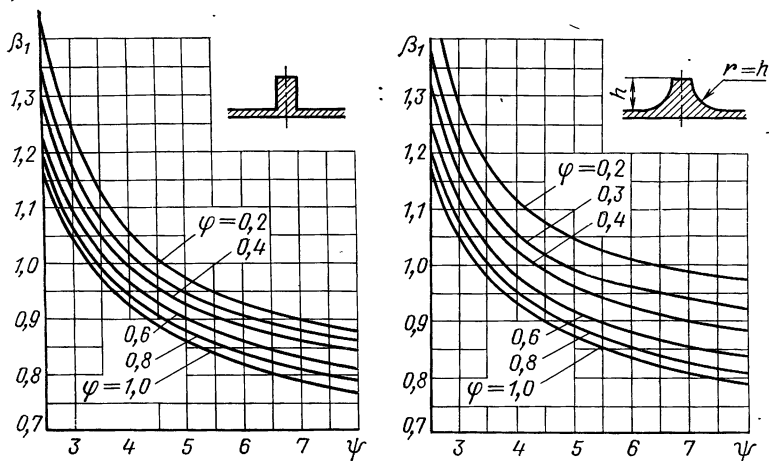


Рис. 32. Коэффициент β_1 для расчета приведенной толщины

угольным профилем ребер ($r=0$) и для оболочек, изготовленных химическим травлением. Последние имеют плавный радиус сопряжения ребер со стенкой, который принимался равным вы-

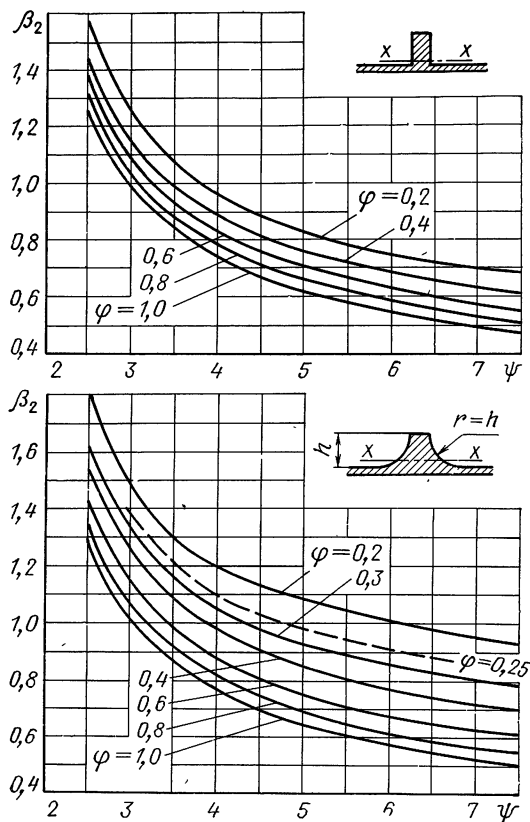


Рис. 33. Коэффициент β_2 для расчета собственного момента инерции сечения ребра с соединенной стенкой

соте ребра ($r=h$). В диапазоне параметров $2,5 \leq \psi \leq 8$ и $0,2 \leq \varphi \leq 1,0$ коэффициенты β_1 , β_2 можно вычислить по следующим формулам, погрешность которых не превышает 3%: при $r=0$

$$\beta_1 = \frac{0,8}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{1,4}{\sqrt{\psi}} - 0,89, \quad (61)$$

при $r=h$

$$\beta_1 = \frac{0,8}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{1,7}{\sqrt{\psi}} - 0,925;$$

при $r=0$

$$\beta_2 = \frac{0,545}{\sqrt[4]{\varphi}} + \frac{2,25}{\sqrt[3]{\psi^2}} - 0,685, \quad (62)$$

при $r=h$

$$\beta_2 = \frac{0,57}{\sqrt[3]{\varphi}} + \frac{2,55}{\sqrt[3]{\psi^2}} - 0,77.$$

Координата нейтральной оси (центра тяжести), комбинируемого сечения ребра с присоединенным полотном y_{\max} (см. рис. 31)

$$y_{\max} = \beta_3 \delta_{исх}, \quad (63)$$

где β_3 определяется по графикам, приведенным на рис. 34.

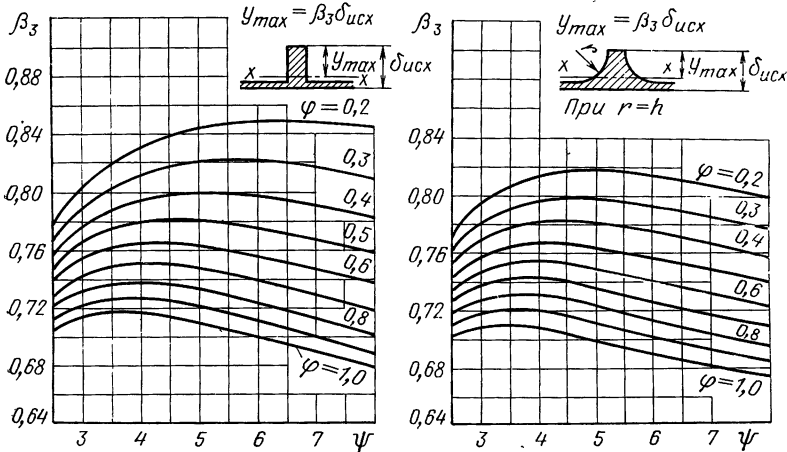


Рис. 34. Коэффициент β_3 для определения нейтральной оси комбинируемого сечения ребра с присоединенной стенкой

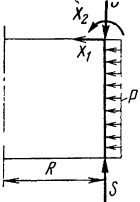
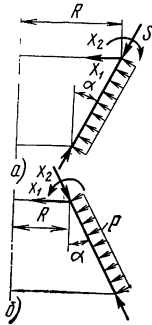
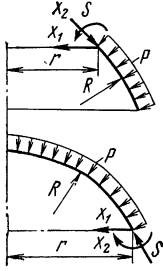
Последовательность расчета краевых перемещений

1. По формулам, приведенным в табл. 1, вычислим эквивалентную толщину по жесткости на растяжение-сжатие в кольцевом направлении $\delta_0 = \delta_{20}$. Для оболочек с продольно-кольцевыми ребрами эквивалентная толщина определяется по ширине кольцевого ребра, находящегося в месте разреза, или на расстоянии от края, соизмеримом с толщиной стенки δ . В других случаях следует принимать $\delta_0 = \delta$.

2. Определим эквивалентную толщину на растяжение-сжатие в продольном направлении δ_{10} (см. табл. 1).

3. Найдем приведенную толщину на изгиб $\delta_{пр}$ по формуле (59).

Краевые перемещения вафельных оболочек

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>Цилиндрическая оболочка</p> 	$\Delta_p = \frac{pR^2}{E} \left(\frac{1}{\delta_0} - \mu \frac{1}{2\delta_{1\beta}} \right), \quad \theta_p = 0$ $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2}{E\delta_0} X_1, \quad \theta_{X1} = \frac{2k^2 R^2}{E\delta_0} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2 R^2}{E\delta_0} X_2, \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3 R^2}{E\delta_0} X_2$
<p>Коническая оболочка</p> 	$\Delta_p = \frac{pR^2}{E \cos \alpha} \left(\frac{1}{\delta_0} - \mu \frac{1}{2\delta_{1\beta}} \right)$ $\Delta_{X1} = \frac{2kR^2 \sqrt{\cos \alpha}}{E\delta_0} X_1, \quad \theta_{X1} = \frac{2k^2 R^2}{E\delta_0} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2 R^2}{E\delta_0} X_2, \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3 R^2}{E\delta_0 \sqrt{\cos \alpha}} X_2$ $\theta_p = \pm \frac{pR \operatorname{tg} \alpha}{E \cos \alpha} \left(\frac{1}{\delta_0} + \frac{1}{2\delta_{1\beta}} \right)$ <p>При определении θ_p знак плюс принимается для схемы а, минус — для схемы б</p>
<p>Сферическая оболочка</p> 	$\Delta_p = \frac{pRr}{2E} \left(\frac{1}{\delta_0} - \mu \frac{1}{\delta_{1\beta}} \right), \quad \theta_p = 0$ $\Delta_{X1} = \frac{2kr^2}{E\delta_0} X_1, \quad \theta_{X1} = \frac{2k^2 Rr}{E\delta_0} X_1$ $\Delta_{X2} = \frac{2k^2 Rr}{E\delta_0} X_2, \quad \theta_{X2} = \frac{4k^3 R^2}{E\delta_0} X_2$

4. Определим коэффициент затухания

$$k = \frac{1,29}{\sqrt{R\delta_{\text{пр}}}} \sqrt[4]{\frac{\delta_3}{\delta_{\text{пр}}}},$$

где R — радиус кривизны для цилиндрических и сферических оболочек, для конических — радиус большого или малого основания (табл. 9).

5. Вычислим краевые перемещения по формулам, приведенным в табл. 9.

Глава 2

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК

При действии на цилиндрическую оболочку сосредоточенных нагрузок оболочку часто подкрепляют замкнутым силовым кольцом, шпангоутом. Это дает возможность обеспечить достаточный запас прочности в районе действия силы, но в то же время может привести к неоправданному увеличению массы конструкции, так как наибольшие напряжения в шпангоуте действуют в основном в зоне приложения силы, а в остальной части они значительно меньше. К тому же при расчете шпангоута обычно не учитывается подкрепляющее влияние присоединенных оболочек. Подкрепление местными накладками целесообразно при действии сравнительно малых сил.

При действии больших сил необходимо устанавливать шпангоуты.

Ниже приводятся формулы для определения напряжений только от тех силовых факторов, которые обуславливают напряженное состояние оболочки. Напряжения от других силовых факторов незначительны, ими при практических расчетах можно пренебречь. В рекомендуемых формулах коэффициент Пуассона принят $\nu = 0,3$.

ДЕЙСТВИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ НА МАЛЫХ ПЛОЩАДКАХ

В общем случае в зоне приложения силы на элемент оболочки действуют внутренние усилия: нормальные T_1, T_2 ; сдвигающие S_1, S_2 ; перерезывающие N_1, N_2 ; изгибающие M_1, M_2 и крутящие моменты H_1, H_2 (рис. 35). За начало отсчета координат принимается точка, в которой приложена результирующая сосредоточенная сила.

В табл. 10 приведены формулы для оценки максимальных напряжений, в основу которых положены асимптотические зависимости внутренних усилий [6] для малых площадок нагружения. Площадка нагружения называется малой, если один из ее

Максимальные напряжения, основные перемещения,
размеры подкрепляющих накладок

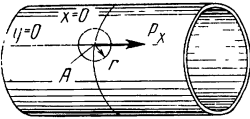
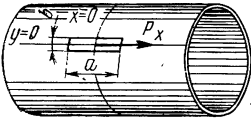
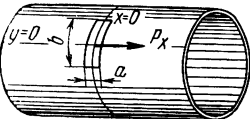
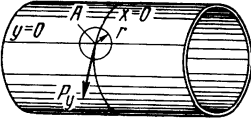
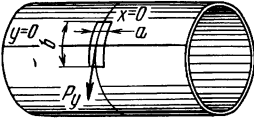
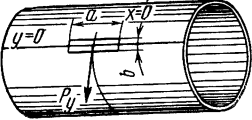
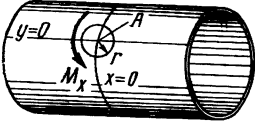
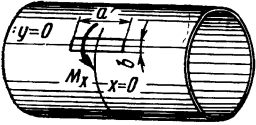
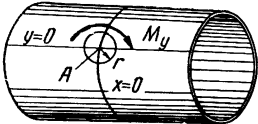
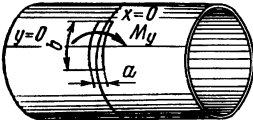
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>Продольная сила распределена на круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = \pm r, y = 0$</p> $\sigma_1 = \pm 0,26 \frac{P_x}{r\delta}$ <p>Перемещения по оси x</p> $u = 0,65 \frac{P_x}{E\delta} \lg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = 0,26 \frac{P_x}{[\sigma]r} - \delta$ $r_n = 0,26 \frac{P_x}{[\sigma]\delta}$
<p>Продольная сила распределена на узкой площадке ($b \ll a$), вытянутой в продольном направлении</p> 	<p>В точках $x = \pm \frac{a}{2}, y = 0$</p> $\sigma_1 = \pm 0,6 \frac{P_x}{a\delta} \lg \frac{2R}{b}$ <p>При $\sigma_1 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,6 \frac{P_x}{a[\sigma]} \lg \frac{2R}{b} - \delta$ $b_n = 2R \cdot 10^{-\alpha},$ <p>где $\alpha = 1,67 \frac{a\delta [\sigma]}{P_x}$</p>
<p>Продольная сила распределена на узкой площадке ($b \gg a$), вытянутой в окружном направлении</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm \frac{b}{2}$</p> $\tau = \mp 0,128 \frac{P_x}{b\delta} \lg \frac{2R}{a}$ <p>При $\tau > [\tau]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,128 \frac{P_x}{b[\tau]} \lg \frac{2R}{a} - \delta$ $a_n = 2R \cdot 10^{-\alpha}$ <p>где $\alpha = 7,8 \frac{\delta\delta [\tau]}{P_x}$</p>

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>Окружная сила распределена на круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm r$</p> $\sigma_2 = \mp 0,26 \frac{P_y}{r\delta}$ <p>Перемещения по оси y</p> $v = 0,65 \frac{P_y}{E\delta} \lg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R}$ <p>При $\sigma_2 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и радиус)</p> $\delta_n = 0,26 \frac{P_y}{[\sigma]r} - \delta$ $r_n = 0,26 \frac{P_y}{[\sigma]\delta}$
<p>Окружная сила распределена на узкой площадке ($b \gg a$), вытянутой в окружном направлении</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm \frac{b}{2}$</p> $\sigma_2 = \mp 0,6 \frac{P_y}{b\delta} \lg \frac{2R}{a}$ <p>При $\sigma_2 > [\sigma]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,6 \frac{P_y}{b[\sigma]} \lg \frac{2R}{a} - \delta$ $a_n = 2R \cdot 10^{-a},$ <p>где $\alpha = 1,67 \frac{b\delta[\sigma]}{P_y}$</p>
<p>Окружная сила распределена на узкой площадке ($b \ll a$), вытянутой в продольном направлении</p> 	<p>В точках $x = \pm \frac{a}{2}, y = 0$</p> $v = \mp 0,128 \frac{P_y}{a\delta} \lg \frac{2R}{b}$ <p>При $\tau > [\tau]$ размеры подкрепляющей накладки (толщина и ширина)</p> $\delta_n = 0,128 \frac{P_y}{a[\tau]} \lg \frac{2R}{b} - \delta$ $b_n = 2R \cdot 10^{-a},$ <p>где $\alpha = 7,8 \frac{a\delta[\tau]}{P_y}$</p>

<p>Схема нагружения</p>	<p>Расчетные формулы</p>
<p>Окружной момент распределен на малой круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm r$</p> $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \pm 0,62 \frac{M_x}{r \delta^2}$
<p>Окружной момент распределен на узкой площадке ($b \ll a$), вытянутой в продольном направлении</p> 	<p>В точках $x = \pm \frac{a}{2}, y = 0$</p> $\tau = 0,77 \frac{M_x}{a \delta^2} \lg \frac{2R}{b}$
<p>Продольный момент распределен на круговой площадке</p> 	<p>В точках $x = \pm r, y = 0$</p> $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \mp 0,62 \frac{M_y}{r \delta^2}$
<p>Продольный момент распределен на узкой площадке ($a \ll b$), вытянутой в окружном направлении</p> 	<p>В точках $x = 0, y = \pm \frac{a}{2}$</p> $\tau = 0,77 \frac{M_y}{b \delta^2} \lg \frac{2R}{a}$

размеров соизмерим с толщиной оболочки. Для больших площа-
док формулы приводят к существенно завышенным (в несколь-
ко раз) результатам и могут быть использованы в запас прочно-

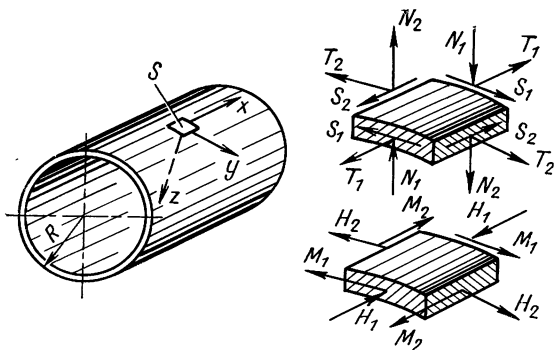


Рис. 35. Внутренние усилия и моменты, действующие на элемент цилиндрической оболочки

сти при выборе подкрепляющих накладок. Рекомендуемые в табл. 10 размеры накладок получены с учетом этого допущения.

ДЕЙСТВИЕ РАДИАЛЬНЫХ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ

Расчетные формулы

1. Радиальная сила P_z равномерно распределена на малой круговой площадке радиуса r (рис. 36), у которой размер r соизмерим с толщиной оболочки. Вблизи точки A напряженное

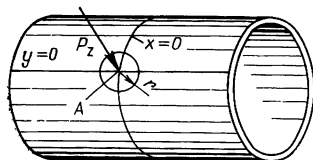


Рис. 36. Радиальная сила на малой круговой площадке

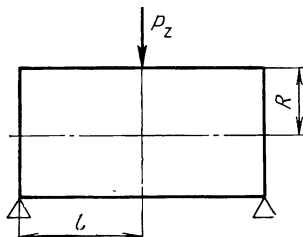


Рис. 37. Нагружение оболочки с опертymi торцами одной радиальной силой

состояние практически определяется только напряжениями изгиба

$$\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \pm 1,43 \frac{P_z}{\delta^2} \lg \frac{R}{r}. \quad (64)$$

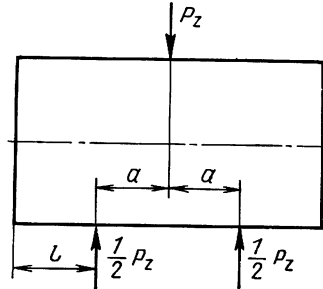
Для направления силы, показанного на рис. 36, знак плюс соответствует точкам внутренней поверхности, минус — точкам внешней поверхности.

Основными перемещениями будут радиальные перемещения w по оси z . Приведем формулы максимального прогиба под силой для некоторых схем нагружения:

а) на оболочку с защемленными или опертными торцами действует одна сосредоточенная сила (рис. 37). При $l \geq 1,29R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ и $R/\delta \geq 100$

$$w_{\max} = \frac{P_z}{\pi E \delta} \left[\frac{l^3}{6R^3} + 1,7 \left(\frac{R}{\delta} \right)^{3/2} \right]; \quad (65)$$

Рис. 38. Нагружение оболочки двумя диаметрально противоположными радиальными силами



б) на оболочку с защемленными или опертными торцами действуют две взаимно уравновешенные силы P_z (рис. 38).

При $0 \leq a \leq 2R$, $l \geq 1,29R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$ и $R/\delta \geq 100$;

$$w_{\max} = 0,75 \frac{R^{3/2}}{E \delta^{5/2}} P_z; \quad (66)$$

в) на оболочку с защемленными или опертными торцами действуют m одинаковых сосредоточенных сил P_z , приложенных в равноотстоящих друг от друга точках направляющей окружности (рис. 39). При $l \geq 1,29R \sqrt{\frac{R}{\delta}}$, $3 \leq m \leq 0,214 \sqrt{R/\delta}$,

$$w_{\max} = 0,75 \frac{k R^{3/2}}{E \delta^{5/2}} P_z. \quad (67)$$

Здесь коэффициент k определяется в соответствии с табл. 11.

Коэффициент k Таблица 11

m	3	4	5	6	8	10	> 10
k	1,668	1,583	1,545	1,525	1,508	1,500	1,485

Условие $m \leq 0,214 \sqrt{R/\delta}$ существенно ограничивает применимость формулы (67) в зависимости от относительной толщины оболочки. Разумеется, формулой можно пользоваться при $m > 0,214 \sqrt{R/\delta}$ при этом будем получать завышенные величины прогибов.

Если $m \gg 0,214 \sqrt{R/\delta}$, то оболочка деформируется так, как при равномерно распределенной вдоль направляющей окруж-

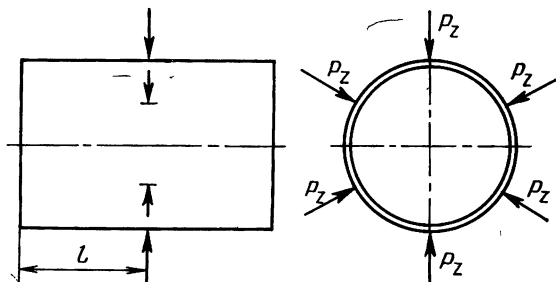


Рис. 39. Действие на оболочку m радиальных сил, равномерно расположенных по окружности

ности радиальной нагрузке с интенсивностью $q = mP_z/2\pi R$. В данном случае

$$\omega_{\max} = 0,643 (R/\delta)^{3/2} q/E. \quad (68)$$

2. Радиальная сила равномерно распределена на большой квадратной площадке со сторонами $a = b$ (рис. 40). Напряженное состояние практически определяется изгибающими моментами M_2 и усилиями T_2 [6]. Максимальные нормальные напряжения от данных усилий будут в центре нагруженной площадки

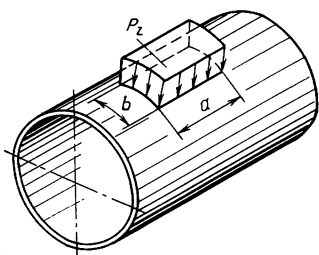


Рис. 40. Радиальная сила на большой прямоугольной площадке

$$\sigma_z = P_z \left[-\frac{\bar{T}_2}{R\delta} \pm \frac{6\bar{M}_2}{\delta^2} \right]. \quad (69)$$

Безразмерные значения моментов \bar{M}_2 и усилий \bar{T}_2 приводятся на графиках (рис. 41 и 42), значения которых получены для точек сторон квадратного элемента для $l/R = 8$. Графиком можно пользоваться с достаточной для практического расчета точностью при $l/R < 8$. Изменение усилий \bar{T}_2 , \bar{M}_2 (уменьшение) с уменьшением l/R незначительное. Так, например, при $l/R = 3$, $R/\delta = 300 \div 500$ значение \bar{M}_2 на 20%, а \bar{T}_2 — на 10% меньше, чем при $l/R =$

=8. Часть напряжений от усилий \bar{T}_2 сравнительно мала и ими можно пренебречь, принимая $\bar{T}_2=0$.

3. Радиальная сила равномерно распределена на большой прямоугольной площадке со сторонами в продольном и окружном направлениях соответственно a и b (см. рис. 40). При $a/4 \leq b \leq 4a$ напряжения σ_2 вычисляются по формуле (69), где

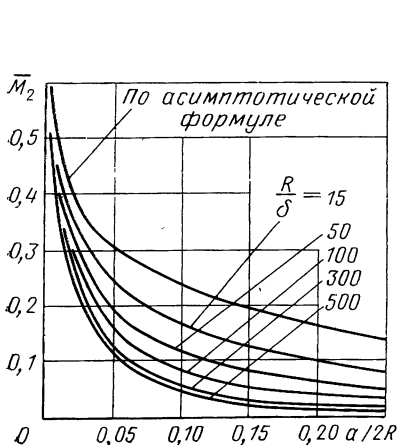


Рис. 41. График изменения изгибающих моментов \bar{M}_2 при действии радиальной силы P_z

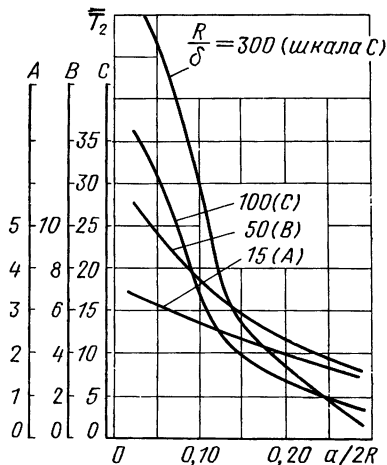


Рис. 42. График изменения усилий \bar{T}_2 при действии радиальной силы P_z

величины \bar{M}_2, \bar{T}_2 определяют по графикам, приведенным на рис. 41 и 42, как для квадратной площадки со стороной c :

при определении \bar{M}_2 $c = k_1 a$,

при определении \bar{T}_2 $c = k_2 a$;

k_1, k_2 — определяются по табл. 12 в зависимости от отношения сторон b/a .

Выбор подкрепляющих накладок

Приближенные размеры накладки в запас прочности могут быть определены из формулы (64) для малых круговых площадок нагружения:

$$\text{толщина накладки } \delta_n = 1,2 \sqrt{\frac{P_z}{[\sigma]} \lg \frac{R}{r}} - \delta,$$

$$\text{радиус круговой накладки } r_n = R \cdot 10^{-\alpha}, \text{ где } \alpha = 0,7 \frac{[\sigma] \delta^2}{P_z}.$$

Если по конструктивным соображениям необходимо назначить прямоугольную площадку, то ее размер должен быть не меньше, чем $2r$. Более точные значения размеров накладки определяются в следующей последовательности.

Коэффициенты k_1, k_2

Обозначения	Прямоугольная площадка вытянута в окружном направлении			Площадка вытянута в продольном направлении		
	$4a$	$3a$	$2a$	$3/4a$	$1/2a$	$1/4a$
b	$1/4b$	$1/3 b$	$1/2b$	$4/3b$	$2b$	$4b$
k_1	$3,5 \times 0,85^*$	2,6	1,76	0,83	0,65	0,44
k_2	1,82	1,63	1,37	1,0	0,93	0,74
k_3	0,88	0,88	0,89	1,11	1,3	1,76

* Для прямоугольных площадок, у которых $b > a$ с увеличением отношения b/a уменьшается разница между моментами M_2 и M_1 . При $b \geq 4a$ моменты M_1 могут достигать значений, несколько больших M_2 , поэтому рекомендуется снижать коэффициент k_1 , умножив его на 0,85, что позволяет всегда проводить расчеты по эквивалентным моментам M_2 .

Задано: радиальная сила P_z равномерно распределена на прямоугольной площадке со сторонами a и b в продольном и окружном направлениях соответственно.

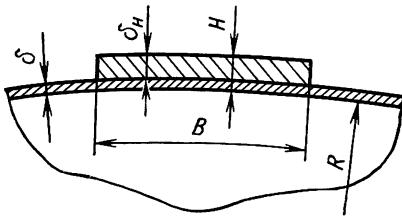


Рис. 43. Усиливающая накладка на оболочке

1. Определим сторону условной квадратной площадки $c = k_1 a$, где коэффициент k_1 определяется по табл. 12.

2. По значениям R/δ и $c/2R$ (см. график на рис. 41) определим \bar{M}_2 , вычислим

$$\sigma_2 = \frac{6\bar{M}_2}{\delta^2} P_z.$$

Дальнейшие расчеты проводятся, если действующие напряжения σ_2 окажутся больше допустимых, т. е. $\sigma_2 > [\sigma]$.

3. Задавшись ориентировочной толщиной накладки δ_n , определим толщину пакета (рис. 43) $H = \delta + \delta_n$.

4. По значениям R/H и $c/2R$ (см. график на рис. 41) определим \bar{M}_{2H} .

5. Определим напряжения $\sigma_2 = \frac{6\bar{M}_{2H}}{H^2} p_z \leq [\sigma]$.

Если $\sigma_2 > [\sigma]$, то расчет повторяется начиная с п. 3 до выполнения условия $\sigma_2 \leq [\sigma]$.

6. Назначив окончательное значение δ_n , определим H .

7. Вычислим $\alpha = 0,7 \frac{[\sigma] \delta^2}{P_z}$, $\beta = 0,7 \frac{[\sigma] H^2}{P_z}$.

8. Определим размер стороны квадратной накладки

$$B = 2R [10^{-\alpha} - 10^{-\beta}].$$

Если по конструктивным соображениям требуется назначить накладку прямоугольной формы, то ее размеры определяются следующим образом. Возможны два случая, когда задается размер накладки в окружном направлении b , или в продольном направлении a .

ОКРУЖНОЙ МОМЕНТ ПРИЛОЖЕН К БОЛЬШОЙ ПЛОЩАДКЕ

Расчетные формулы

1. Окружной момент распределен на большой квадратной площадке со сторонами $a=b$ (рис. 44). Напряженное состояние практически определяется изгибающими моментами M_2 и усилиями T_2 [6]

$$\sigma_2 = \frac{2M_x}{b} \left(\frac{\bar{T}_2}{\delta R} \pm \frac{6\bar{M}_2}{\delta^2} \right). \quad (70)$$

Если задается размер накладки в окружном направлении b то, определив $k_3 = c/b$, с помощью табл. 12 принимаем сторону накладки a .

Если задан размер накладки в продольном направлении a , то, определив $k_1 = c/a$, с помощью табл. 12 принимаем сторону накладки b .

Для направления момента, показанного на рис. 44, в точках линии AA знак плюс для наружной поверхности, минус — для внутренней.

Безразмерные значения моментов \bar{M}_2 и усилий \bar{T}_2 для квадратных площадок приводятся на графиках (рис. 45 и 46). Часть напряжений от усилий \bar{T}_2 сравнительно мала и ими можно пренебречь, принимая $\bar{T}_2 = 0$.

2. Окружной момент распределен на большой прямоугольной площадке со сторонами в продольном и окружном направлениях соответственно a и b (см. рис. 44). При $a/4 \leq b \leq 4a$ напряжения σ_2 вычисляются по формуле (70), где \bar{M}_2 и \bar{T}_2 определяются как для квадратной площадки со стороной c :

при определении \bar{M}_2 $c = k_1 b$,

(71)

при определении \bar{T}_2 $c = k_2 b$.

Коэффициенты k_1, k_2 принимаются в соответствии с табл. 13.

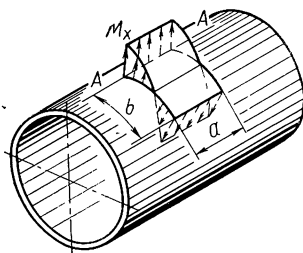


Рис. 44. Окружной момент на большой прямоугольной площадке

Коэффициенты k_1, k_2

b	$a/4$			$a/2$			$2a$			$4a$			
	R/δ	15	100	300	15	100	300	15	100	300	15	100	300
k_1	2,08	1,84	1,62	1,37	1,31	1,24	0,95	0,87	0,79	0,92	0,87	0,8	
k_2	0,49	0,23	0,14	0,8	0,64	0,49	1,35	1,13	1,03	1,1	0,94	0,85	

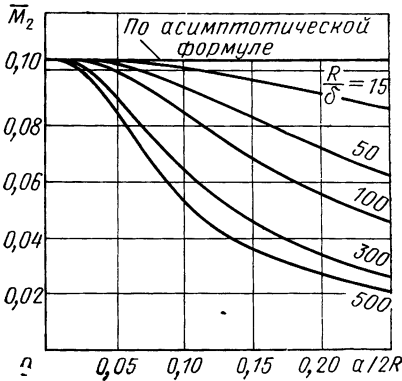


Рис. 45. График изменения изгибающих моментов \bar{M}_2 при действии окружного момента M_x

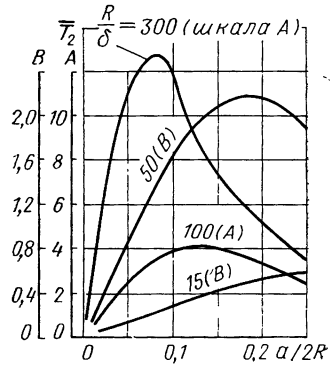


Рис. 46. График изменения усилий \bar{T}_2 при действии окружного момента M_x

Выбор подкрепляющих накладок

Задано: внешний момент M_x приложен к прямоугольной площадке со сторонами a и b (см. рис. 44).

1. Определим сторону условной квадратной площадки нагружения $c = k_1 b$, где k_1 определим в соответствии с табл. 13.

2. По значениям R/δ и $c/2R$ (см. график на рис. 45) найдем \bar{M}_2 , определим напряжения

$$\sigma_2 = \frac{6\bar{M}_2}{\delta^2} \frac{2M_x}{c}$$

Дальнейшие расчеты проводятся, если $\sigma_2 > [\sigma]$.

3. Задавшись ориентировочной толщиной накладки δ_n , определим толщину пакета (см. рис. 43) $H = \delta_n + \delta$.

4. По значениям R/H и $c/2R$ (см. график на рис. 45) определим \bar{M}_{2H} .

5. Определим напряжения

$$\sigma_2 = \frac{6\bar{M}_{2H}}{H^2} \frac{2M_x}{c}$$

Если $\sigma_2 > [\sigma]$, то расчет повторяется начиная с п. 3 до выполнения условия $\sigma_2 \leq [\sigma]$.

6. Приняв окончательное значение δ_n , определим H , \bar{M}_{2H} .

7. Определим размер стороны квадратной накладки

$$B = 1,24 \frac{M_x}{\delta^2 [\sigma]} - 0,103 \frac{c}{2\bar{M}_{2H}} + b. \quad (72)$$

ПРОДОЛЬНЫЙ МОМЕНТ ПРИЛОЖЕН К БОЛЬШОЙ ПЛОЩАДКЕ

Расчетные формулы

1. Продольный момент приложен к большой квадратной площадке со сторонами $a = b$ (рис. 47). Напряженное состояние практически определяется изгибающими моментами M_1 и усилиями T_1

$$\sigma_1 = \frac{2M_y}{a^3} \left(\frac{\bar{T}_1}{\delta R} \pm \frac{6\bar{M}_1}{\delta^2} \right). \quad (73)$$

Для направления момента, показанного на рис. 47, в точках линии BB знак плюс — для наружной поверхности оболочки, минус — для внутренней.

Безразмерные значения моментов \bar{M}_1 и усилий \bar{T}_1 для квадратных площадок приводятся на графиках, изображенных на рис. 48 и 49. Следует отметить, что часть напряжений от усилий \bar{T}_1 сравнительно мала и ими при практических расчетах можно пренебречь, принимая $\bar{T}_1 = 0$.

2. Продольный момент приложен к большой прямоугольной площадке со сторонами в продольном и окружном направлениях соответственно a и b (см. рис. 47). При $a/4 \leq b \leq 4a$ напряжения σ_1 определяются по формуле (73), где величины \bar{M}_1 и \bar{T}_1 следует определять как для квадратной площадки со стороной:

при определении \bar{M}_1 $c = k_1 a$,

при определении \bar{T}_1 $c = k_2 a$.

Коэффициенты k_1, k_2 принимаются в соответствии с табл. 14.

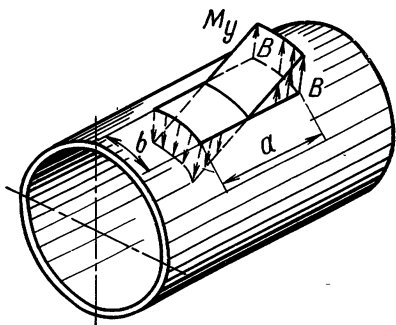
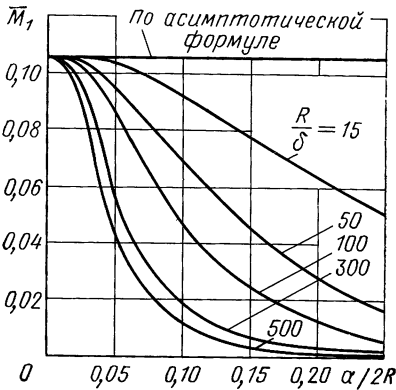
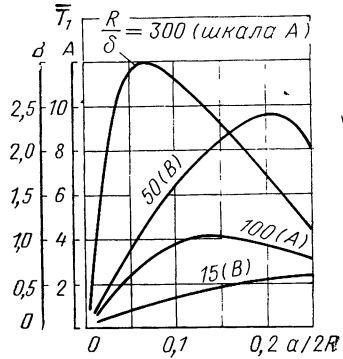


Рис. 47. Продольный момент M_y , приложенный к большой прямоугольной площадке

Коэффициенты k_1, k_2

a	$4b$			$2b$			$b/2$			$b/4$		
	R/δ	15	100	300	15	100	300	15	100	300	15	100
k_1	0,79	0,7	0,7	0,89	0,81	0,81	1,41	1,35	1,13	1,97	1,78	1,32
k_2	0,27	0,15	0,04	0,6	0,54	0,47	1,63	1,45	1,89	1,9	1,63	2,1

Рис. 48. График изменения изгибающих моментов \bar{M}_1 при действии продольного момента M_y Рис. 49. График изменения усилий \bar{T}_1 при действии продольного момента M_y

Выбор подкрепляющих накладок

Задано: внешний момент M_y приложен к прямоугольной площадке со сторонами a и b (см. рис. 47).

1. Определим сторону условной квадратной площадки нагружения $c = k_1 a$, где k_1 определяется в соответствии с табл. 14.

2. По значениям R/δ и $c/2R$ (см. график на рис. 48) найдем \bar{M}_1 , определим напряжения

$$\sigma_1 = \frac{6\bar{M}_1}{\delta^2} \frac{2M_y}{c}.$$

Дальнейшие расчеты проводятся, если $\sigma_1 > [\sigma]$.

3. Задавшись ориентировочной толщиной накладки δ_n , определим толщину пакета $H = \delta_n + \delta$.

4. По значениям R/H и $c/2R$ (см. график на рис. 48) определим \bar{M}_{1H} .

5. Определим напряжения

$$\sigma_1 = \frac{6\bar{M}_{1H}}{H^2} \frac{2M_y}{c} \leq [\sigma].$$

Если $\sigma_1 > [\sigma]$, то расчет повторяется начиная с п. 3 до выполнения условия $\sigma_1 \leq [\sigma]$.

6. Приняв окончательное значение δ_H , определим H , \bar{M}_{1H} .

7. Определим размер стороны квадратной накладки

$$B = 1,24 \frac{M_y}{\delta^2 [\sigma]} - 0,103 \frac{c}{2\bar{M}_{1H}} + a.$$

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК

Прогиб, нормальные усилия и изгибающие моменты от радиальной силы P_z , а также внутренние нормальные усилия и изгибающие моменты от момента M_x или M_y уменьшаются при одновременном действии внутреннего давления. Это уменьшение может быть тем больше, чем тоньше оболочка и больше размеры площадки нагружения.

Напряжения σ_1 и σ_2 вычисляются по соответствующим формулам (69), (70) или (73), где внутренние силовые факторы, нормальные усилия и изгибающие моменты с учетом действия внутреннего давления p , равны

$$\bar{T}_{1p} = \frac{\bar{T}_1}{\Delta_{T1}}, \quad \bar{T}_{2p} = \frac{\bar{T}_2}{\Delta_{T2}}, \quad \bar{M}_{1p} = \frac{\bar{M}_1}{\Delta_{M1}}, \quad \bar{M}_{2p} = \frac{\bar{M}_2}{\Delta_{M2}},$$

где \bar{T}_1 , \bar{T}_2 , \bar{M}_1 , \bar{M}_2 — внутренние безразмерные факторы при $p=0$.

К напряжениям от внутренних силовых факторов необходимо прибавить мембранные напряжения от внутреннего давления

$$\sigma_2 = pR/\delta, \quad \sigma_1 = pR/2\delta.$$

Следует, однако, заметить, что благодаря разности жесткостей накладки и самой оболочки одно только внутреннее давление (при отсутствии локальных нагрузок) вызывает местные напряжения около присоединенного элемента.

Коэффициенты Δ_{T1} , Δ_{T2} , Δ_{M1} , Δ_{M2} , учитывающие влияние внутреннего давления, определяются следующим образом [6].

1. Действие радиальной силы P_z

$$\Delta = 1 + \rho \frac{abR}{E\delta^3} p \cdot 0,45\bar{M}_2. \quad (74)$$

Значение коэффициента ρ зависит от того, какой индекс подразумевается у Δ , а также от значений R/δ , $a/2R$, $b/2R$. Некото-

рые значения коэффициента q для квадратной площадки приводятся в табл. 15. Для значений $a/2R=b/2R$, меньших, чем $1/16$, величина q может быть принята в соответствии с табл. 15 при $a/2R=b/2R=1/16$.

Таблица 15

Коэффициент q

R/δ	$a/2R=b/2R$	для M_1	для M_2	для T_1	для T_2
15	1/4	0	0	11	34
	1/8	23	70	119	106
50	1/4	45	68	49	18
	1/8	40	71	77	20
	1/16	99	118	153	63
100	1/4	52	81	39	8,6
	1/8	57	63	49	9,5
	1/16	40	85	80	11,2
300	1/4	106	116	24	3,8
	1/8	19	33	15	2,3
	1/16	25	54	37	8,4

Для прямоугольной площадки ($a \neq b$) можно провести расчет следующим образом: найти из табл. 15 значение q для квадратного элемента со стороной a и для квадратного элемента со стороной b , выбрав из этих значений наименьшее q использовать его при определении Δ по формуле (74). Такой расчет будет идти в запас прочности.

2. Действие окружного момента M_x

Коэффициенты Δ_{T2} , Δ_{M2} , учитывающие влияние внутреннего давления, определяются по формуле

$$\Delta = 1 + 0,2q \frac{abR}{E\delta^3} p\bar{M}_2. \quad (75)$$

Приближенное значение q можно получить, используя табл. 15 следующим образом. Возьмем вместо фактического элемента со сторонами a и b два фиктивных квадратных элемента со сторонами a и $b/3$. Найдем для этих квадратных элементов значения q в соответствии с табл. 15 и выберем из них наименьшее.

3. Действие продольного момента M_y

Коэффициенты Δ_{T1} , Δ_{M1} , учитывающие влияние внутреннего давления, определяются по формуле

$$\Delta = 1 + 0,2q \frac{abR}{E\delta^3} p \bar{M}_1. \quad (76)$$

Значение q может быть приближенно получено из табл. 15 следующим образом. Возьмем вместо фактического элемента со сторонами a и b два фиктивных квадратных элемента со сторонами $a/3$ и b . Найдем для указанных квадратных элементов значения q по табл. 15 и выберем из них наименьшее.

Глава 3

РАСЧЕТ ШПАНГОУТОВ

ДЕЙСТВИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НАГРУЗОК В ПЛОСКОСТИ ШПАНГОУТА

В плоскости шпангоута могут действовать три типа внешних сосредоточенных нагрузок: радиальная сила P , касательная сила T и момент M_0 (рис. 50). Радиальная нагрузка может прикладываться в виде погонного давления q_0 , распределенного на некоторой длине кольца. Внешние силы уравниваются потоком касательных усилий оболочки q . От произвольной системы внешних сил в сечении шпангоута действуют внутренние усилия: изгибающий момент M , сжимающая или растягивающая сила N , поперечная сила Q (см. рис. 50). Расчет шпангоутов сводится к определению этих усилий, а затем — к проверке прочности конструкции.

За силовую схему шпангоута принимается изолированное замкнутое кольцо, радиус которого равен радиусу нейтральной линии шпангоута r . Действие оболочки заменяется потоком касательных усилий, которые определяются из условия равновесия всей системы. Все внешние силы, в том числе и поток касательных усилий, переносятся на нейтральную линию. При этом вследствие эксцентриситета нейтральной линии по отношению к поверхности оболочки дополнительно добавятся соответствующие моменты.

При раскрытии статической неопределимости кольца будем принимать следующие допущения.

1. Жесткость оболочки на изгиб по сравнению с жесткостью шпангоута равна нулю. Это позволяет считать, что вся внешняя нагрузка замыкается на кольце. Для конструкций, имеющих сравнительно маложесткий шпангоут, допущение идет в запас прочности, так как в этом случае некоторая часть нагрузки воспринимается и оболочкой.

2. Высота сечения шпангоута по сравнению с радиусом кривизны незначительна.

3. Изменение круговой формы шпангоута под нагрузкой не учитывается.

В общем случае замкнутое кольцо при действии на него произвольной системы сил является трижды статически неопределимым. Разработано несколько методов решения замкнутых круговых колец. Будем пользоваться методом, основанным на составлении канонических уравнений сил. При этом взаимные

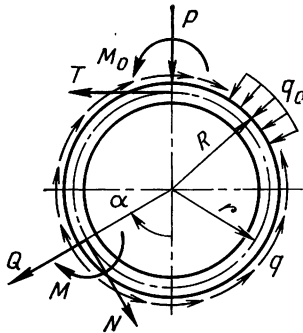


Рис. 50. Внешние нагрузки, внутренние усилия в кольце

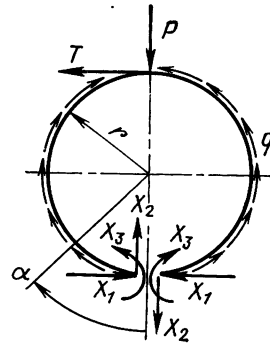


Рис. 51. Основная статически определяемая система

смещения определяются интегралом Мора. Основную статически определяемую систему получим, разрезав кольцо в некотором сечении $\alpha=0$ (рис. 51). Чтобы не нарушить равновесия системы, приложим в месте разреза неизвестные усилия, которые обозначим: X_1 — осевая растягивающая или сжимающая сила, X_2 — поперечная сила, X_3 — изгибающий момент.

Из условия равенства нулю относительных перемещений сечений кольца в месте условного разреза получим систему канонических уравнений:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{1P} &= 0, \\ \delta_{12}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{2P} &= 0, \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{3P} &= 0, \end{aligned} \quad (77)$$

где δ_{11} , δ_{12} и т. д. — коэффициенты влияния. Первый индекс в коэффициентах влияния указывает, в направлении какой силы определяется перемещение, а второй — какой силой вызвано это перемещение. Так, например, δ_{1P} — перемещение в направлении силы X_1 от внешнего нагружения. Используя свойства симметричности и обратной симметричности эпюр, легко пока-

зять, что $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$, $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$. Это дает возможность сразу записать решение системы уравнений (77) в виде [3]

$$X_2 = -\frac{\delta_{2P}}{\delta_{22}},$$

$$X_1 = \frac{\delta_{3P}\delta_{13} - \delta_{1P}\delta_{33}}{\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}\delta_{31}}, \quad X_3 = \frac{\delta_{1P}\delta_{31} - \delta_{3P}\delta_{11}}{\delta_{11}\delta_{33} - \delta_{13}\delta_{31}}. \quad (78)$$

Определим коэффициенты влияния от внешней нагрузки и единичных сил $X_1=1$, $X_2=1$, $X_3=1$. Если пренебречь влиянием нормальных и перерезывающих сил на деформацию, каждый из коэффициентов влияния записывается как интеграл от произведения соответствующих моментов, индексы которых приписываются коэффициенту влияния

$$\delta_{13} = \int_i \frac{M_1 M_3}{EI(\alpha)} ds, \quad \delta_{1P} = \frac{M_1 M_{1P}}{EI(\alpha)} ds \quad (79)$$

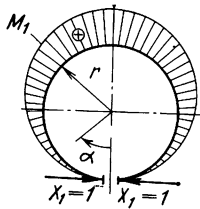
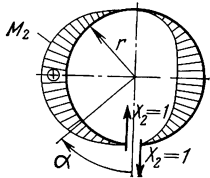
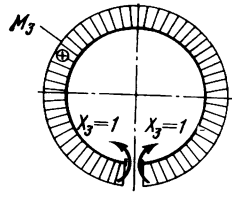
и т. п. для всех остальных коэффициентов, входящих в уравнение (78). Здесь M_1 , M_3 — изгибающие моменты в сечении кольца от единичной нагрузки $X_1=1$ и $X_3=1$; M_P — от внешних нагрузок; $EI(\alpha)$ — жесткость сечения на изгиб, которая в общем случае может быть переменной по углу α .

Коэффициенты влияния обладают свойством взаимности, например, $\delta_{13} = \delta_{31}$.

Изгибающие моменты M_1 , M_2 , M_3 и эпюры моментов, построенные на разрезанном кольце, приведены в табл. 16. Выражения моментов справедливы при $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ и могут использоваться при решении любой схемы нагружения, у которой разрез делают с координатой $\alpha = 0^\circ$.

Таблица 16

Изгибающие моменты и эпюры моментов от единичных сил

От силы $X_1=1$	От силы $X_2=1$	От силы $X_3=1$
 <p>$M_1 = r(1 - \cos \alpha)$</p>	 <p>$M_2 = r \sin \alpha$</p>	 <p>$M_3 = 1$</p>

Условимся считать момент положительным, если он увеличивает кривизну кольца. Эпюры моментов при построении на коль-

це будем располагать со стороны растянутых волокон. Таким образом, эпюры расположенные внутри кольца, будут иметь отрицательный знак, снаружи — положительный. Осевую силу N будем считать положительной, если она растягивает кольцо и отрицательной при сжатии. Положительные направления внутренних усилий показаны на рис. 52.

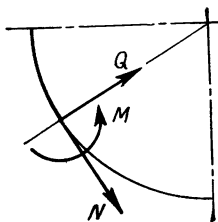


Рис. 52. Положительные направления внутренних усилий

Значение неопределенных и определенных интегралов, встречающихся при решении статически неопределимых колец, приведены в табл. 17.

При выборе основной статически определимой системы, т. е. места разреза, следует иметь в виду, что если внешние нагрузки имеют ось симметрии, то разрез целесообразно делать по этой оси. В этом случае решение существенно упрощается, так как при симметричном нагружении обратно-симметричные неизвестные равны нулю, при обратно-симметричном — симметричные неизвестные равны нулю. Так, например, в схемах нагружения, показанных на рис. 53, разрез сделан по оси симметрии ($\alpha=0^\circ$). Для симметричного нагружения (см. рис. 53, а) задача будет дважды статически неопределимой, так как $X_2=0$. Для обратно-симметричного нагружения (см. рис. 53, б) два неизвестных X_1 и X_3

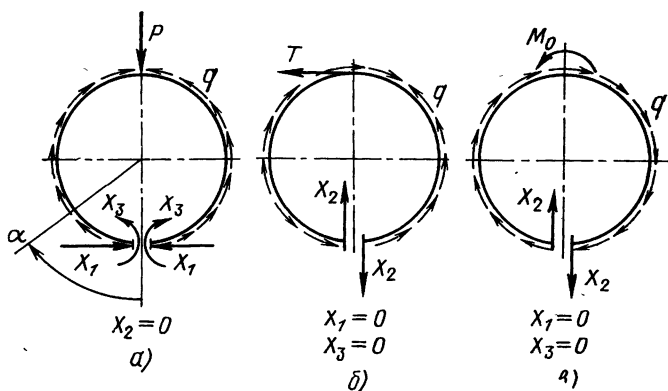


Рис. 53. Выбор места разреза кольца:

а—симметричное нагружение; б—обратно-симметричное нагружение

равны нулю. Решение сводится к определению только одного неизвестного. Для колец переменной жесткости эти условия выполняются, если ось симметрии нагрузки совпадает с осью симметрии конструкции. В произвольной схеме нагружения, показанной на рис. 51, не имея готового решения, найти ось

симметрии нагрузки невозможно, поэтому приходится определять все три неизвестных.

После вычисления коэффициентов влияния (79) и неизвестных усилий X_1, X_2, X_3 определяются искомые внутренние усилия для произвольного сечения замкнутого кольца:

$$\begin{aligned} M &= M_P + X_1 M_1 + X_2 M_2 + X_3 M_3; \\ N &= N_P + X_1 \cos \alpha - X_2 \sin \alpha; \\ Q &= Q_P + X_1 \sin \alpha + X_2 \cos \alpha, \end{aligned} \quad (80)$$

где M_P, N_P, Q_P — изгибающий момент, осевая сила, поперечная сила от внешних нагрузок в разрезанном кольце.

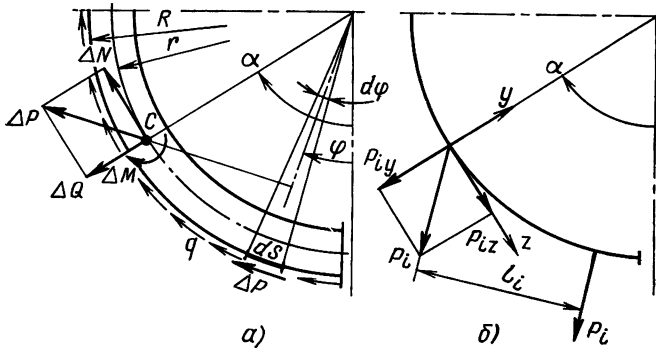


Рис. 54. Определение внутренних усилий в сечении α :
 а — от потока касательных усилий в оболочке; б — от сосредоточенных сил

Внешними нагрузками для кольца являются действующие сосредоточенные силы P_i и уравновешивающий их поток касательных усилий в оболочке. Для определения усилий M_P, N_P и Q_P рассмотрим элементарную дугу ds с координатой φ (рис. 54). На эту дугу от потока касательных усилий $q = q_\varphi$ действует элементарная сила $\Delta P = q_\varphi R d\varphi$. Перенесем эту силу в точку C , расположенную на нейтральной оси кольца с координатой α . В результате получим

$$\begin{aligned} \Delta M &= -\Delta P [R - r \cos(\alpha - \varphi)], \\ \Delta N &= -\Delta P \cos(\alpha - \varphi), \quad \Delta Q = -\Delta P \sin(\alpha - \varphi). \end{aligned}$$

Значения неопределенных и определенных интегралов

Подынтегральное выражение	Значение неопределенного интеграла	Значение определенного интеграла в пределах от 0 до α	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$
$\sin \varphi d\varphi$	$-\cos \varphi$	$1 - \cos \alpha$	1	2
$\cos \varphi d\varphi$	$\sin \varphi$	$\sin \alpha$	1	0
$\sin^2 \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi$	$-\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin^3 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{12} \cos 3\varphi - \frac{3}{4} \cos \varphi$	$\frac{1}{12} \cos 3\alpha - \frac{3}{4} \cos \alpha + \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
$\cos^3 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{12} \sin 3\varphi + \frac{3}{4} \sin \varphi$	$\frac{1}{12} \sin 3\alpha + \frac{3}{4} \sin \alpha$	$\frac{2}{3}$	0
$\varphi \sin \varphi d\varphi$	$\sin \varphi - \varphi \cos \varphi$	$\sin \alpha - \alpha \cos \alpha$	1	π
$\varphi \cos \varphi d\varphi$	$\cos \varphi + \varphi \sin \varphi$	$\cos \alpha + \alpha \sin \alpha - 1$	$\frac{\pi}{2} - 1$	-2
$\varphi^2 \sin \varphi d\varphi$	$2\varphi \sin \varphi - (\varphi^2 - 2) \cos \varphi$	$2\alpha \sin \alpha - (\alpha^2 - 2) \cos \alpha - 2$	$\pi - 2$	$\pi^2 - 4$
$\varphi^2 \cos \varphi d\varphi$	$2\varphi \cos \varphi + (\varphi^2 - 2) \sin \varphi$	$2\alpha \cos \alpha + (\alpha^2 - 2) \sin \alpha$	$\frac{\pi^2}{4} - 2$	-2π

$\varphi \sin^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \varphi^2 - \frac{1}{4} \varphi \sin 2\varphi - \frac{1}{8} \cos 2\varphi$	$\frac{1}{4} \alpha^2 - \frac{1}{4} \alpha \sin 2\alpha - \frac{1}{8} \cos 2\alpha + \frac{1}{8}$	$\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$	$\frac{\pi^2}{4}$
$\varphi \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \varphi^2 + \frac{1}{4} \varphi \sin 2\varphi + \frac{1}{8} \cos 2\varphi$	$\frac{1}{4} \alpha^2 + \frac{1}{4} \alpha \sin 2\alpha + \frac{1}{8} \cos 2\alpha - \frac{1}{8}$	$\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$	$\frac{\pi^2}{4}$
$\varphi^2 \sin^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi \left(\frac{1}{2} - \varphi^2 \right) - \frac{1}{4} \varphi \cos^2 \varphi + \frac{\varphi^3}{6}$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} - \alpha^2 \right) - \frac{1}{4} \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\alpha^3}{6}$	$\frac{\pi^3}{48}$	$\frac{\pi}{12} (2\pi^2 - 3)$
$\varphi^2 \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi \left(\varphi^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} \varphi \cos^2 \varphi + \frac{\varphi^3}{6}$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha \left(\alpha^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\alpha^3}{6}$	$\frac{\pi^3}{48}$	$\frac{\pi}{12} (2\pi^2 + 3)$
$\sin \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin^2 \varphi$	$\frac{1}{2} \sin^2 \alpha$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{3} \cos^3 \varphi$	$\frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{3} \sin^3 \varphi$	$\frac{1}{3} \sin^3 \alpha$	$\frac{1}{3}$	0
$\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{8} \varphi - \frac{1}{32} \sin 4\varphi$	$\frac{1}{8} \alpha - \frac{1}{32} \sin 4\alpha$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{\pi}{8}$
$\sin 2\varphi d\varphi$	$-\frac{1}{2} \cos 2\varphi$	$\sin^2 \alpha$	1	0
$\cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin 2\varphi$	$\frac{1}{2} \sin 2\alpha$	0	0
$\varphi \sin 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\varphi - \frac{1}{2} \varphi \cos 2\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha - \frac{1}{2} \alpha \cos 2\alpha$	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$

Подынтегральное выражение	Значение неопределенного интеграла	Значение определенного интеграла в пределах от 0 до α	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$\alpha = \pi$
$\varphi \cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi \sin 2\varphi$	$\frac{1}{4} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha \sin 2\alpha - \frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\sin(\alpha - \varphi) d\varphi$	$\cos(\alpha - \varphi)$	$1 - \cos \alpha$	—	—
$\cos(\alpha - \varphi) d\varphi$	$\sin(\alpha - \varphi)$	$\sin \alpha$	—	—
$\sin(\alpha - \varphi) \sin \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \varphi \cos(\alpha - \varphi) - \frac{1}{2} \varphi \cos \alpha$	$\frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \alpha \cos \alpha$	—	—
$\cos(\alpha - \varphi) \sin \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{2} \sin \varphi \sin(\alpha - \varphi) + \frac{1}{2} \varphi \sin \alpha$	$\frac{1}{2} \alpha \sin \alpha$	—	—
$\sin(\alpha - \varphi) \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \varphi \sin(\alpha - \varphi) + \frac{1}{2} \varphi \sin \alpha$	$\frac{1}{2} \alpha \sin \alpha$	—	—
$\cos(\alpha - \varphi) \cos \varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin \varphi \cos(\alpha - \varphi) + \frac{1}{2} \varphi \cos \alpha$	$\frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \alpha \cos \alpha$	—	—

Полное значение усилий в сечении α определим, суммируя усилия по всей дуге. Таким образом, с учетом сосредоточенных сил P_i , действующих в промежутке угла от 0° до α , запишем:

$$M_P = - \int_0^\alpha q_\varphi [R - r \cos(\alpha - \varphi)] r d\varphi + \sum_{i=1}^n P_i l_i,$$

$$N_P = - \int_0^\alpha q_\varphi \cos(\alpha - \varphi) r d\varphi + \sum_{i=1}^n P_{iz}, \quad (81)$$

$$Q_P = - \int_0^\alpha q_\varphi \sin(\alpha - \varphi) r d\varphi + \sum_{i=1}^n P_{iy},$$

где P_{iz} , P_{iy} — проекции сил на оси z и y .

В табл. 18 приведены значения усилий M_P , N_P , Q_P и эпюры моментов в разрезанном кольце, полученные для типовых схем нагружения. Здесь же приводятся касательные усилия q действующие в оболочке.

Таблица 18

Внутренние усилия в разрезанном кольце от внешних нагрузок

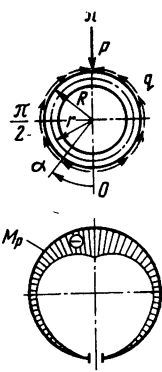
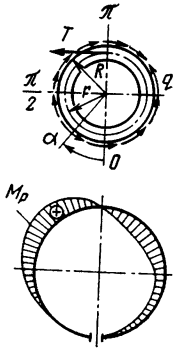
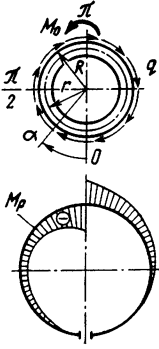
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>1. Кольцо под действием радиальной силы</p> 	$q = \frac{P}{\pi R} \sin \alpha$ $M_P = - \frac{Pr}{2\pi} \left[\frac{2R}{r} (1 - \cos \alpha) - \alpha \sin \alpha \right]$ $N_P = - \frac{P}{2\pi} \alpha \sin \alpha$ $Q_P = - \frac{P}{2\pi} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p data-bbox="93 190 426 235">2. Кольцо под действием касательной силы</p> 	$q = \frac{Tr}{2\pi R^2} - \frac{T}{\pi R} \cos \alpha$ $M_p = \frac{Tr}{2\pi} \left[\left(\frac{r}{R} + \frac{2R}{r} - 1 \right) \sin \alpha - (1 + \cos \alpha) \alpha \right]$ $N_p = \frac{T}{2\pi} \left[\left(1 - \frac{r}{R} \right) \sin \alpha + \alpha \cos \alpha \right]$ $Q_p = \frac{T}{2\pi} \left[\alpha \sin \alpha + \frac{r}{R} (\cos \alpha - 1) \right]$
<p data-bbox="93 679 426 723">3. Кольцо под действием момента</p> 	$q = \frac{M_0}{2\pi R^2}$ $M_p = -\frac{M_0}{2\pi} \left(\alpha - \frac{r}{R} \sin \alpha \right)$ $N_p = -\frac{M_0}{2\pi R} \sin \alpha$ $Q_p = -\frac{M_0}{2\pi R} (1 - \cos \alpha)$

Последовательность раскрытия статической неопределенности замкнутых колец следующая.

1. Назначим основную статически определимую систему нагружения, выбрав место разреза. В месте разреза прикладываем неизвестные усилия, отбросив те, значения которых равны нулю.

При $r = (0,9 \dots 1,1)R$ можно пренебречь разницей радиусов кривизны шпангоута и оболочки, положив $R = r$.

2. Определим выражения изгибающих моментов M_p от внешних нагрузок для разрезанного кольца, построим эпюры моментов. Для типовых схем нагружения значения моментов приведены в табл. 18.

3. Принимая неизвестные усилия равными единице, с помощью интеграла Мора (79) вычислим коэффициенты влияния от единичного нагружения. Значения моментов при единичном нагружении приведены в табл. 16.

4. Вычислим перемещения от внешней нагрузки δ_{1p} , δ_{2p} , δ_{3p} соответствующим умножением эпюр единичных и внешних сил.

5. По формулам (78) найдем лишние неизвестные X_1 , X_2 , X_3 .

6. Из выражений (80) определим внутренние усилия M , N и Q , действующие в произвольном сечении замкнутого кольца.

ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ В ШПАНГОУТАХ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ, НАГРУЖЕННЫХ В ИХ ПЛОСКОСТИ

Если жесткость сечения шпангоута постоянна, решение несколько упрощается. Используя данные, приведенные в табл. 16, вычислим коэффициенты влияния от единичного нагружения:

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= 2 \int_0^{\pi} \frac{M_1^2}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} 3\pi r^3, \\ \delta_{13} &= 2 \int_0^{\pi} \frac{M_1 M_3}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} 2\pi r^2, \\ \delta_{22} &= 2 \int_0^{\pi} \frac{M_2^2}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} \pi r^3, \\ \delta_{33} &= 2 \int_0^{\pi} \frac{M_3^2}{EI} r d\alpha = \frac{1}{EI} 2\pi r.\end{aligned}$$

В результате выражения неизвестных усилий (78) могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}X_1 &= \frac{1}{\pi r^3} (\bar{\delta}_{3p} r - \bar{\delta}_{1p}), \\ X_2 &= -\frac{1}{\pi r^3} \bar{\delta}_{2p}, \quad X_3 = \frac{1}{\pi r^2} \left(\bar{\delta}_{1p} - \frac{3}{2} r \bar{\delta}_{3p} \right),\end{aligned}\quad (82)$$

где

$$\bar{\delta}_{ip} = 2 \int_0^{\pi} M_i M_p r d\alpha, \quad \text{здесь } i=1, 2, 3.$$

Пример 1. Кольцо нагружено радиальной нагрузкой, равномерно распределенной в секторе угла $2\alpha_0$ (рис. 55). Такое распределение внешней нагрузки встречается, например, при нагружении шпангоута через гибкую лен-

ту. Принимаем, что радиус оболочки совпадает с радиусом оси кольца $R=r$.
 Погонное давление на единицу длины кольца

$$q_0 = \frac{P}{2r \sin \alpha_0}.$$

Решение проводим в следующей последовательности.

1. Место разреза принимаем в сечении $\alpha=0$, в результате имеем $X_2=0$.

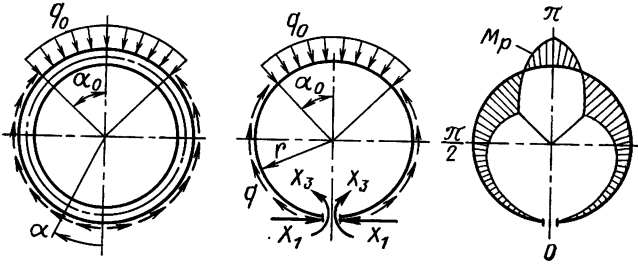


Рис. 55. Схема нагружения, основная статически определенная система, эпюра моментов от внешнего нагружения

2. Изгибающий момент от потока касательных усилий q для угла $0 \leq \alpha \leq \pi$ запишем, пользуясь табл. 18 (схема 1):

$$M_p = -\frac{Pr}{2\pi} [2 - 2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha].$$

При $\pi - \alpha_0 \leq \alpha \leq \pi$ к этому моменту добавятся изгибающие моменты от погонного давления q_0 . В результате получим

$$M_p = -\frac{Pr}{2\pi} \left[2 - 2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha - \frac{\pi \cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin \alpha_0} - \frac{\pi}{\sin \alpha_0} \right].$$

3. Выпишем выражения моментов M_1 , M_3 от единичного нагружения, пользуясь табл. 16.

4. Определим

$$\bar{\delta}_{1p} = 2 \int_0^{\pi - \alpha_0} M_1 M_0 r d\alpha + 2 \int_{\pi - \alpha_0}^{\pi} M_1 M_p r d\alpha,$$

$$\bar{\delta}_{3p} = 2 \int_0^{\pi - \alpha_0} M_3 M_p r d\alpha + 2 \int_{\pi - \alpha_0}^{\pi} M_3 M_p r d\alpha.$$

В результате вычислений получим

$$\bar{\delta}_{1p} = \frac{Pr^3}{\pi} \left[\frac{\pi \alpha_0}{\sin \alpha_0} \left(1 - \frac{1}{2} \cos \alpha_0 \right) - \frac{9\pi}{4} \right],$$

$$\bar{\delta}_{3p} = \frac{Pr^2}{\pi} \left(\frac{\pi \alpha_0}{\sin \alpha_0} - 2\pi \right).$$

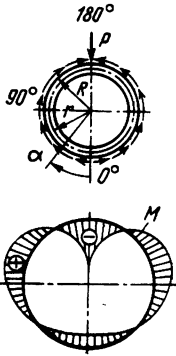
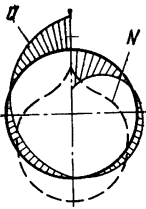
5. По формулам (82) определим

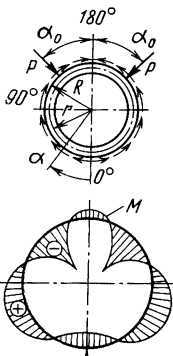
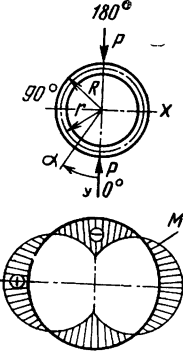
$$X_1 = \frac{P}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha_0 \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} \right).$$

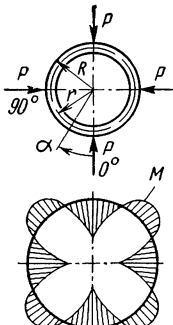
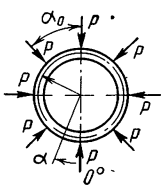
$$X_3 = \frac{Pr}{\pi} \left(\frac{3}{4} - \frac{\alpha_0}{2 \sin \alpha_0} - \frac{\alpha_0 \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} \right).$$

6. По формулам (80) определим внутренние усилия в замкнутом кольце. Полученные формулы приведены в табл. 19 (схема нагружения 6).

**Внутренние усилия и прогибы в кольцах постоянной жесткости
под действием сил в плоскости кольца**

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																																																																	
<p>1. Кольцо под действием одной радиальной силы</p> 	<p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ [1]</p> $M = k_M r P$ $N = k_N P$ $Q = k_Q P$ $k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 1 \right)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) \cos \alpha - \alpha \sin \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) \sin \alpha \right]$																																																																																																	
<p>Эпюры изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)</p> 	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="3">α°</th> <th rowspan="3">k_M</th> <th colspan="2">k_N</th> <th colspan="2">k_Q</th> </tr> <tr> <th colspan="4">R/r</th> </tr> <tr> <th>1,2</th> <th>1,0</th> <th>1,2</th> <th>1,0</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>-0,08</td><td>0,303</td><td>0,239</td><td>0,0</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>15</td><td>-0,072</td><td>0,282</td><td>0,22</td><td>0,077</td><td>0,061</td></tr> <tr><td>30</td><td>-0,049</td><td>0,220</td><td>0,165</td><td>0,144</td><td>0,112</td></tr> <tr><td>45</td><td>-0,015</td><td>0,126</td><td>0,08</td><td>0,190</td><td>0,145</td></tr> <tr><td>60</td><td>0,025</td><td>0,007</td><td>-0,025</td><td>0,207</td><td>0,152</td></tr> <tr><td>75</td><td>0,063</td><td>-0,123</td><td>-0,14</td><td>0,192</td><td>0,131</td></tr> <tr><td>90</td><td>0,091</td><td>-0,25</td><td>-0,25</td><td>0,143</td><td>0,080</td></tr> <tr><td>105</td><td>0,102</td><td>-0,36</td><td>-0,344</td><td>0,063</td><td>0,001</td></tr> <tr><td>120</td><td>0,09</td><td>-0,44</td><td>-0,408</td><td>-0,043</td><td>-0,098</td></tr> <tr><td>135</td><td>0,05</td><td>-0,48</td><td>-0,434</td><td>-0,164</td><td>-0,209</td></tr> <tr><td>150</td><td>-0,02</td><td>-0,471</td><td>-0,415</td><td>-0,290</td><td>-0,322</td></tr> <tr><td>165</td><td>-0,118</td><td>-0,411</td><td>-0,349</td><td>-0,406</td><td>-0,422</td></tr> <tr><td>180</td><td>-0,239</td><td>-0,303</td><td>-0,239</td><td>-0,500</td><td>-0,500</td></tr> </tbody> </table>						α°	k_M	k_N		k_Q		R/r				1,2	1,0	1,2	1,0	0	-0,08	0,303	0,239	0,0	0,0	15	-0,072	0,282	0,22	0,077	0,061	30	-0,049	0,220	0,165	0,144	0,112	45	-0,015	0,126	0,08	0,190	0,145	60	0,025	0,007	-0,025	0,207	0,152	75	0,063	-0,123	-0,14	0,192	0,131	90	0,091	-0,25	-0,25	0,143	0,080	105	0,102	-0,36	-0,344	0,063	0,001	120	0,09	-0,44	-0,408	-0,043	-0,098	135	0,05	-0,48	-0,434	-0,164	-0,209	150	-0,02	-0,471	-0,415	-0,290	-0,322	165	-0,118	-0,411	-0,349	-0,406	-0,422	180	-0,239	-0,303	-0,239	-0,500	-0,500
α°	k_M	k_N		k_Q																																																																																														
		R/r																																																																																																
		1,2	1,0	1,2	1,0																																																																																													
0	-0,08	0,303	0,239	0,0	0,0																																																																																													
15	-0,072	0,282	0,22	0,077	0,061																																																																																													
30	-0,049	0,220	0,165	0,144	0,112																																																																																													
45	-0,015	0,126	0,08	0,190	0,145																																																																																													
60	0,025	0,007	-0,025	0,207	0,152																																																																																													
75	0,063	-0,123	-0,14	0,192	0,131																																																																																													
90	0,091	-0,25	-0,25	0,143	0,080																																																																																													
105	0,102	-0,36	-0,344	0,063	0,001																																																																																													
120	0,09	-0,44	-0,408	-0,043	-0,098																																																																																													
135	0,05	-0,48	-0,434	-0,164	-0,209																																																																																													
150	-0,02	-0,471	-0,415	-0,290	-0,322																																																																																													
165	-0,118	-0,411	-0,349	-0,406	-0,422																																																																																													
180	-0,239	-0,303	-0,239	-0,500	-0,500																																																																																													
<p>Эпюры поперечных сил Q и осевых сил N</p>	<p>Прогиб кольца в радиальном направлении</p> $f = \delta_P \frac{Pr^3}{EI}, \quad [1]$ <p>где δ_P определяется по рис. 60</p>																																																																																																	

<p>Схема нагружения, эпюры внутренних усилий</p>	<p>Расчетные формулы</p>																																																		
<p>2. Кольцо под действием двух радиальных сил, приложенных под углом</p>  <p>Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах)</p>	<p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$</p> $M = \frac{Pr}{\pi} \left(\alpha a_2 + \alpha_0 b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right)$ $N = \frac{P}{\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) b_1 - \alpha a_2 - \alpha_0 b_2 \right]$ $Q = \frac{P}{\pi} \left[\alpha b_1 - \alpha_0 a_1 + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) a_2 \right]$ <p>При $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $M = \frac{Pr}{\pi} \left[(\alpha - \pi) a_2 + (\alpha_0 - \pi) b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right]$ $N = \frac{P}{\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) b_1 - (\alpha - \pi) a_2 - (\alpha_0 - \pi) b_2 \right]$ $Q = \frac{P}{\pi} \left[(\alpha - \pi) b_1 - (\alpha_0 - \pi) a_1 + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) a_2 \right]$ <p>Здесь</p> $a_1 = \sin \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_1 = \cos \alpha_0 \cos \alpha$ $a_2 = \cos \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_2 = \sin \alpha_0 \cos \alpha$																																																		
<p>3. Кольцо под действием двух диаметрально противоположных радиальных сил</p>  <p>Эпюра изгибающих моментов M (на растянутых волокнах кольца)</p>	<p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ [1]</p> $M = k_M r P, \quad N = k_N P, \quad Q = k_Q P$ $k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha - 0,318$ $k_N = -\frac{1}{2} \sin \alpha, \quad k_Q = \frac{1}{2} \cos \alpha$ <table border="1" data-bbox="388 1062 941 1316"> <thead> <tr> <th rowspan="2">α°</th> <th rowspan="2">k_M</th> <th rowspan="2">k_N</th> <th colspan="2">k_Q</th> <th rowspan="2">α°</th> </tr> <tr> <th>$\alpha \leq 90^\circ$</th> <th>$\alpha \geq 90^\circ$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>-0,318</td><td>0,0</td><td>0,5</td><td>-0,5</td><td>180</td></tr> <tr><td>15</td><td>-0,189</td><td>-0,13</td><td>0,483</td><td>-0,483</td><td>165</td></tr> <tr><td>30</td><td>-0,068</td><td>-0,25</td><td>0,433</td><td>-0,433</td><td>150</td></tr> <tr><td>45</td><td>0,035</td><td>-0,354</td><td>0,354</td><td>-0,354</td><td>135</td></tr> <tr><td>60</td><td>0,115</td><td>-0,433</td><td>0,25</td><td>-0,25</td><td>120</td></tr> <tr><td>75</td><td>0,165</td><td>-0,483</td><td>0,13</td><td>-0,13</td><td>105</td></tr> <tr><td>90</td><td>0,182</td><td>-0,5</td><td>0,0</td><td>0,0</td><td>90</td></tr> </tbody> </table> <p>Изменение диаметра кольца в направлении осей x и y [1]</p> $\delta_x = 0,137 \frac{Pr^3}{EI}, \quad \delta_y = -0,149 \frac{Pr^3}{EI}$	α°	k_M	k_N	k_Q		α°	$\alpha \leq 90^\circ$	$\alpha \geq 90^\circ$	0	-0,318	0,0	0,5	-0,5	180	15	-0,189	-0,13	0,483	-0,483	165	30	-0,068	-0,25	0,433	-0,433	150	45	0,035	-0,354	0,354	-0,354	135	60	0,115	-0,433	0,25	-0,25	120	75	0,165	-0,483	0,13	-0,13	105	90	0,182	-0,5	0,0	0,0	90
α°	k_M				k_N	k_Q		α°																																											
		$\alpha \leq 90^\circ$	$\alpha \geq 90^\circ$																																																
0	-0,318	0,0	0,5	-0,5	180																																														
15	-0,189	-0,13	0,483	-0,483	165																																														
30	-0,068	-0,25	0,433	-0,433	150																																														
45	0,035	-0,354	0,354	-0,354	135																																														
60	0,115	-0,433	0,25	-0,25	120																																														
75	0,165	-0,483	0,13	-0,13	105																																														
90	0,182	-0,5	0,0	0,0	90																																														

<p>Схема нагружения, эпюры внутренних усилий</p>	<p>Расчетные формулы</p>																																
<p>4. Кольцо под действием четырех радиальных сил</p>  <p>Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)</p>	$M = k_M r P$ $N = k_N P$ $Q = k_Q P$ <p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 0,637$ $k_N = -\frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \cos \alpha$ $k_Q = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha$ <table border="1" data-bbox="372 577 904 862"> <thead> <tr> <th>α°</th> <th>k_M</th> <th>k_N</th> <th>k_Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>-0,137</td><td>-0,5</td><td>0,5</td></tr> <tr><td>15</td><td>-0,024</td><td>-0,612</td><td>0,354</td></tr> <tr><td>30</td><td>0,046</td><td>-0,683</td><td>0,183</td></tr> <tr><td>45</td><td>0,071</td><td>-0,71</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>60</td><td>0,046</td><td>-0,683</td><td>-0,183</td></tr> <tr><td>75</td><td>-0,024</td><td>-0,612</td><td>-0,354</td></tr> <tr><td>90</td><td>-0,137</td><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr> </tbody> </table>	α°	k_M	k_N	k_Q	0	-0,137	-0,5	0,5	15	-0,024	-0,612	0,354	30	0,046	-0,683	0,183	45	0,071	-0,71	0,0	60	0,046	-0,683	-0,183	75	-0,024	-0,612	-0,354	90	-0,137	-0,5	-0,5
α°	k_M	k_N	k_Q																														
0	-0,137	-0,5	0,5																														
15	-0,024	-0,612	0,354																														
30	0,046	-0,683	0,183																														
45	0,071	-0,71	0,0																														
60	0,046	-0,683	-0,183																														
75	-0,024	-0,612	-0,354																														
90	-0,137	-0,5	-0,5																														
<p>5. Кольцо под действием n радиальных сил, приложенных с одинаковым шагом по окружности</p> 	<p>При $0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_0$ [3]</p> $M = Pr \left[\frac{1}{\alpha_0} - \frac{\cos\left(\frac{1}{2}\alpha_0 - \alpha\right)}{2 \sin \frac{\alpha_0}{2}} \right]$ $N = -\frac{P}{2 \sin \frac{\alpha_0}{2}} \cos\left(\frac{\alpha_0}{2} - \alpha\right)$ <p>При $\alpha = 0$</p> $M_{\max} = Pr \left(\frac{1}{\alpha_0} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_0}{2} \right),$ $N = -\frac{P}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_0}{2}$ <p>Перемещение точки приложения силы относительно центра кольца</p>																																

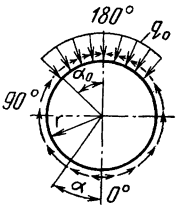
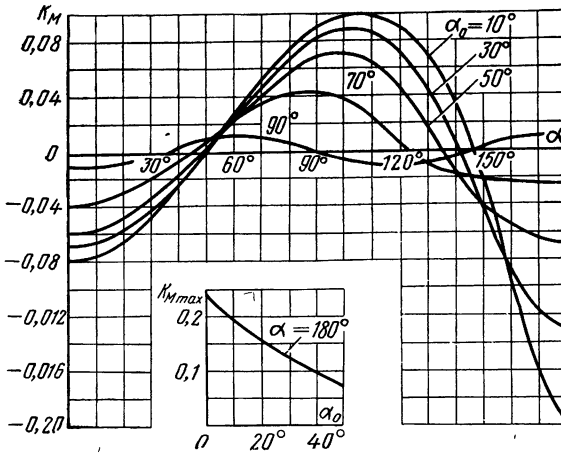
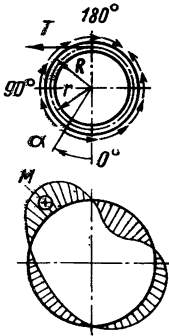
<p>Схема нагружения, эпюры внутренних усилий</p>	<p>Расчетные формулы</p>
	<p>где</p> $f = \frac{Pr^3}{EI} \left(c - \frac{1}{\alpha_0} \right) + \frac{Pr}{EF} c,$ $c = \frac{\alpha_0 + \sin \alpha_0}{8 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}$
<p>6. Кольцо под действием погонной радиальной нагрузки q_0, равномерно распределенной в секторе $2\alpha_0$</p> 	$M = k_M r P$ $N = k_N P$ <p>P — результирующая вертикальная сила на вертикальную ось</p> $P = 2r q_0 \sin \alpha_0$ <p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + k_1 \cos \alpha - \frac{\alpha_0}{\sin \alpha_0} \right)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} \left[(2 - k_1) \cos \alpha - \alpha \sin \alpha \right]$ <p>При $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} (\alpha \sin \alpha + k_1 \cos \alpha + k_2)$ $k_N = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi - \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha_0} \right) \cos \alpha + (\pi - \alpha) \sin \alpha - \frac{\pi}{\sin \alpha_0} \right],$ <p>здесь</p> $k_1 = \frac{3}{2} - \frac{\alpha_0 \cos \alpha_0}{\sin \alpha_0},$ $k_2 = \frac{\pi \cos (\alpha + \alpha_0)}{\sin \alpha_0} + \frac{\pi - \alpha_0}{\sin \alpha_0}$

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий

Расчетные формулы



7. Кольцо под действием касательной силы



Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)

$$M = k_M r T$$

$$N = k_N T$$

$$Q = k_Q T$$

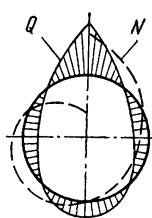
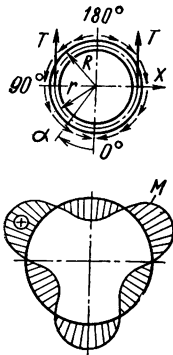
При

$$0^\circ < \alpha < 180^\circ$$

$$k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{3}{2} \sin \alpha - \alpha \cos \alpha - \alpha \right)$$

$$k_N = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) \sin \alpha \right]$$

$$k_Q = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \sin \alpha - \left(\frac{2R}{r} - \frac{5}{2} \right) \cos \alpha - \frac{r}{R} \right]$$

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы						
 <p data-bbox="90 600 361 646">Эпюры поперечных сил Q и осевых N</p>	α°	k_M	k_N		k_Q		
			R/r				1,2
<p data-bbox="90 870 361 939">8. Кольцо под действием двух касательных сил</p>  <p data-bbox="90 1332 361 1401">Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)</p>			$M = k_M r T$ $N = k_N T$ $Q = k_Q T$	<p data-bbox="388 985 728 1016">При $0^\circ < \alpha < 90^\circ$</p> $k_M = 0,5 - 0,318\alpha \sin \alpha - 0,477 \cos \alpha$ $k_N = 0,318\alpha \sin \alpha - 0,159 \cos \alpha$ $k_Q = -0,318\alpha \cos \alpha + 0,159 \sin \alpha$	<p data-bbox="388 1139 728 1170">При $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = 0,5 (2 \sin \alpha - 1) - 0,318 \alpha \sin \alpha - 0,477 \cos \alpha$ $k_N = 0,318\alpha \sin \alpha - 0,159 \cos \alpha - \sin \alpha$ $k_Q = -0,318\alpha \cos \alpha + 0,159 \sin \alpha + \cos \alpha$	<p data-bbox="409 716 899 746">Прогиб кольца в радиальном направлении [1]</p> $f = \delta_T \frac{Tr^3}{EI},$ <p data-bbox="388 816 728 847">где δ_T определяется по рис. 60</p>	

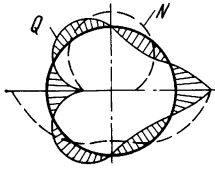
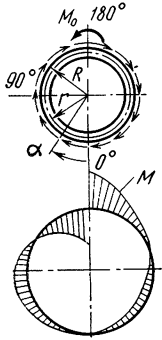
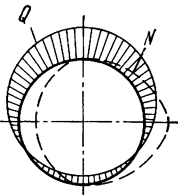
<p>Схема нагружения, эпюры внутренних усилий</p>	<p>Расчетные формулы</p>																																																											
 <p>Эпюры поперечных сил Q и осевых N</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>α°</th> <th>k_M</th> <th>k_N</th> <th>k_Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0,023</td><td>-0,159</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>15</td><td>0,019</td><td>-0,132</td><td>-0,039</td></tr> <tr><td>30</td><td>0,004</td><td>-0,054</td><td>-0,064</td></tr> <tr><td>45</td><td>-0,013</td><td>0,064</td><td>-0,064</td></tr> <tr><td>60</td><td>-0,027</td><td>0,208</td><td>-0,029</td></tr> <tr><td>75</td><td>-0,025</td><td>0,361</td><td>0,046</td></tr> <tr><td>90</td><td>0,0</td><td>0,5/-0,5</td><td>0,159</td></tr> <tr><td>105</td><td>0,025</td><td>-0,361</td><td>0,046</td></tr> <tr><td>120</td><td>0,027</td><td>-0,208</td><td>-0,029</td></tr> <tr><td>135</td><td>0,013</td><td>-0,064</td><td>-0,064</td></tr> <tr><td>150</td><td>-0,004</td><td>0,054</td><td>-0,064</td></tr> <tr><td>165</td><td>-0,019</td><td>0,132</td><td>-0,039</td></tr> <tr><td>180</td><td>-0,023</td><td>0,159</td><td>0,0</td></tr> </tbody> </table> <p>Изменение диаметра кольца в направлении осей x и y:</p> $\delta_x = 0, \quad \delta_y = 0$				α°	k_M	k_N	k_Q	0	0,023	-0,159	0,0	15	0,019	-0,132	-0,039	30	0,004	-0,054	-0,064	45	-0,013	0,064	-0,064	60	-0,027	0,208	-0,029	75	-0,025	0,361	0,046	90	0,0	0,5/-0,5	0,159	105	0,025	-0,361	0,046	120	0,027	-0,208	-0,029	135	0,013	-0,064	-0,064	150	-0,004	0,054	-0,064	165	-0,019	0,132	-0,039	180	-0,023	0,159	0,0
	α°	k_M	k_N	k_Q																																																								
0	0,023	-0,159	0,0																																																									
15	0,019	-0,132	-0,039																																																									
30	0,004	-0,054	-0,064																																																									
45	-0,013	0,064	-0,064																																																									
60	-0,027	0,208	-0,029																																																									
75	-0,025	0,361	0,046																																																									
90	0,0	0,5/-0,5	0,159																																																									
105	0,025	-0,361	0,046																																																									
120	0,027	-0,208	-0,029																																																									
135	0,013	-0,064	-0,064																																																									
150	-0,004	0,054	-0,064																																																									
165	-0,019	0,132	-0,039																																																									
180	-0,023	0,159	0,0																																																									
<p>9. Кольцо под действием момента</p>  <p>Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)</p>	$M = k_M M_0$ $N = k_N \frac{M_0}{r}$ $Q = k_Q \frac{M_0}{r}$ <p>При $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{\pi} \left(\sin \alpha - \frac{\alpha}{2} \right)$ $k_N = -\frac{\sin \alpha}{\pi}$ $k_Q = \frac{1}{\pi} \left(\cos \alpha - \frac{r}{2R} \right)$																																																											

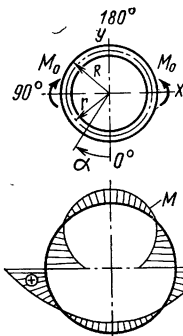
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы				
	α°	k_M	k_N	k_Q	
				R/r	
				1,2	1,0
 <p>Эпюры поперечных сил Q и осевых N</p>	0	0,0	0,0	0,186	0,159
15	0,041	-0,082	0,175	0,148	
30	0,076	-0,159	0,143	0,117	
45	0,10	-0,225	0,093	0,066	
60	0,11	-0,276	0,027	0,0	
75	0,10	-0,308	-0,05	-0,077	
90	0,068	-0,318	-0,132	-0,159	
105	0,017	-0,308	-0,215	-0,242	
120	-0,057	-0,276	-0,292	-0,318	
135	-0,151	-0,225	-0,357	-0,384	
150	-0,258	-0,159	-0,407	-0,435	
165	-0,376	-0,082	-0,44	-0,467	
180	-0,5	0,0	-0,465	-0,477	

Прогиб кольца в радиальном направлении [1]

$$f = \delta_M \frac{M_0 r^2}{EI}$$

где δ_M определяется по рис. 60

10. Кольцо под действием двух моментов, приложенных в диаметрально противоположных сечениях



$$M = k_M M_0$$

$$N = k_N \frac{M_0}{r}$$

$$Q = k_Q \frac{M_0}{r}$$

При $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ [1]

$$k_M = -0,637 \cos \alpha + 0,5$$

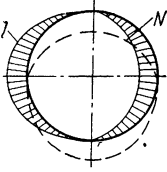
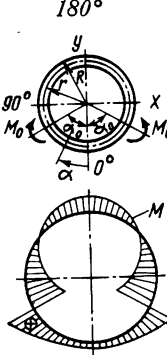
При $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$k_M = -0,637 \cos \alpha - 0,5$$

При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$k_N = 0,637 \cos \alpha$$

$$k_Q = -0,637 \sin \alpha$$

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																											
 <p data-bbox="93 545 359 591">Эпюры поперечных сил Q и осевых N</p>	<table border="1" data-bbox="380 232 915 648"> <thead> <tr> <th>α°</th> <th>k_M</th> <th>k_N</th> <th>k_Q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>-0,137</td><td>0,637</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>15</td><td>-0,115</td><td>0,615</td><td>-0,165</td></tr> <tr><td>30</td><td>-0,051</td><td>0,551</td><td>-0,319</td></tr> <tr><td>45</td><td>0,05</td><td>0,45</td><td>-0,45</td></tr> <tr><td>60</td><td>0,181</td><td>0,319</td><td>-0,551</td></tr> <tr><td>75</td><td>0,336</td><td>0,165</td><td>-0,615</td></tr> <tr><td>90</td><td>0,5/-0,5</td><td>0,0</td><td>-0,637</td></tr> <tr><td>105</td><td>-0,336</td><td>-0,165</td><td>-0,615</td></tr> <tr><td>120</td><td>-0,181</td><td>-0,319</td><td>-0,551</td></tr> <tr><td>135</td><td>-0,05</td><td>-0,45</td><td>-0,45</td></tr> <tr><td>150</td><td>0,051</td><td>-0,551</td><td>-0,319</td></tr> <tr><td>165</td><td>0,115</td><td>-0,615</td><td>-0,165</td></tr> <tr><td>180</td><td>0,137</td><td>-0,637</td><td>0,0</td></tr> </tbody> </table> <p data-bbox="384 659 931 705">Изменение диаметра кольца в направлении осей x и y:</p> <p data-bbox="589 714 763 740">$\delta_x = 0, \quad \delta_y = 0$</p>				α°	k_M	k_N	k_Q	0	-0,137	0,637	0,0	15	-0,115	0,615	-0,165	30	-0,051	0,551	-0,319	45	0,05	0,45	-0,45	60	0,181	0,319	-0,551	75	0,336	0,165	-0,615	90	0,5/-0,5	0,0	-0,637	105	-0,336	-0,165	-0,615	120	-0,181	-0,319	-0,551	135	-0,05	-0,45	-0,45	150	0,051	-0,551	-0,319	165	0,115	-0,615	-0,165	180	0,137	-0,637	0,0
	α°	k_M	k_N	k_Q																																																								
0	-0,137	0,637	0,0																																																									
15	-0,115	0,615	-0,165																																																									
30	-0,051	0,551	-0,319																																																									
45	0,05	0,45	-0,45																																																									
60	0,181	0,319	-0,551																																																									
75	0,336	0,165	-0,615																																																									
90	0,5/-0,5	0,0	-0,637																																																									
105	-0,336	-0,165	-0,615																																																									
120	-0,181	-0,319	-0,551																																																									
135	-0,05	-0,45	-0,45																																																									
150	0,051	-0,551	-0,319																																																									
165	0,115	-0,615	-0,165																																																									
180	0,137	-0,637	0,0																																																									
<p data-bbox="89 776 359 868">11. Кольцо под действием двух моментов, приложенных под углом $2\alpha_0$</p>  <p data-bbox="93 1290 359 1361">Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)</p>	<p data-bbox="384 776 931 802">При $0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_0$ [1]</p> <p data-bbox="429 810 908 836">$M = -M_0(0,637 \sin \alpha_0 \cos \alpha + 0,318\alpha_0 - 1)$</p> <p data-bbox="384 843 727 870">При $\alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> <p data-bbox="440 877 876 903">$M = -M_0(0,637 \sin \alpha_0 \cos \alpha + 0,318\alpha_0)$</p> <p data-bbox="384 911 727 937">При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> <p data-bbox="525 945 823 1002">$N = \frac{M_0}{r} 0,637 \sin \alpha_0 \cos \alpha$</p> <p data-bbox="514 1010 834 1067">$Q = -\frac{M_0}{r} 0,637 \sin \alpha_0 \sin \alpha$</p> <p data-bbox="384 1084 931 1130">Изменение диаметра кольца в направлении осей x и y:</p> <p data-bbox="504 1145 823 1202">$\delta_x = \frac{M_0 r^2}{EI} (0,637\alpha_0 - \sin \alpha_0)$</p> <p data-bbox="504 1210 855 1267">$\delta_y = \frac{M_0 r^2}{EI} (0,637\alpha_0 + \cos \alpha_0 - 1)$</p>																																																											

Помимо прямого решения, т. е. когда статическая неопределенность раскрывается, например, методом, основанным на составлении канонических уравнений, для некоторых схем нагружения внутренние усилия могут определяться методом наложе-

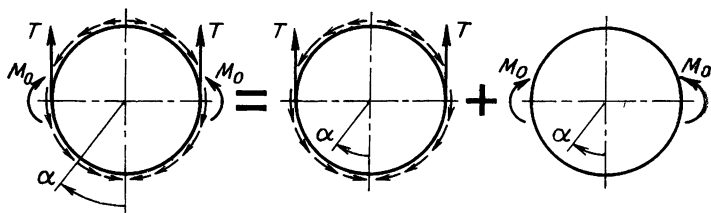


Рис. 56. Разложение заданной схемы нагружения на простейшие

ния простейших схем. Суть метода состоит в том, что заданная общая схема нагружения представляется как сумма простейших схем, для которых имеются готовые решения. Суммирование простейших схем производится аналитическим, графическим или табличным способами.

Аналитический способ наиболее рационально применять при суммировании простейших схем, у которых координаты отсчета угла совпадают с координатами отсчета в заданной схеме (рис. 56). При несовпадении координат способ целесообразно приме-

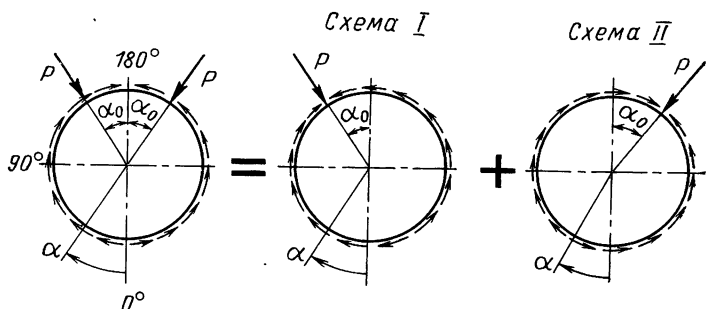


Рис. 57. Разложение заданной схемы нагружения на простейшие

нять для суммирования ограниченного числа схем с нагрузками одинакового типа и равными по величине (рис. 57). Способ состоит в том, что алгебраически суммируются аналитические выражения внутренних усилий в кольце. Для простейших схем, у которых координаты отсчета угла не совпадают с заданной схемой, выражения внутренних усилий предварительно переводятся на новый отсчет угла, соответствующий общей схеме.

Графический способ по сравнению со всеми другими позволяет наиболее быстро определять внутренние усилия в кольце при любом количестве, сосредоточенных сил разного вида, равных или различных по величине. Координаты приложения сил не вызывают каких-либо затруднений. Способ состоит в том, что на одном общем графике строятся графики внутренних усилий (или коэффициентов усилий k_M , k_N , k_Q) каждой простейшей схемы со смещением относительно друг друга на угол, равный углу смещения внешних сил в общей схеме нагружения. Построенные графики суммируются.

При наложении схем с различными типами сосредоточенных сил удобнее производить суммирование предварительно вычисленных внутренних усилий. Сложение графиков коэффициентов усилий можно проводить только при наложении схем, имеющих силы одного типа. Данный способ обладает наглядностью, что помогает избежать ошибок при определении внутренних усилий в кольце.

Табличный способ в принципе похож на графический. Сложение простейших схем производится следующим образом. Заранее вычисленные внутренние усилия (или коэффициенты усилий) сводятся в одну общую таблицу со смещением по отношению друг к другу на соответствующий угол, после чего производится алгебраическое суммирование цифр соответствующих строк. Табличный способ не обладает наглядностью. Для пояснений рассмотрим несколько примеров.

Пример 2. Шпангоут нагружен двумя касательными силами T и двумя моментами M_0 . Заданную схему разложим на две простейших (см. рис. 56), для которых в табл. 19 приводятся готовые решения. Как видим, координаты отсчета в простейших схемах совпадают с заданной схемой. Силевые факторы в кольце найдем сложением аналитических выражений простейших схем. В результате для заданной схемы нагружения получим

$$M = k_{MP} r P + k_{MM} M_0, \quad N = k_{NP} P + k_{NM} \frac{M_0}{r}, \quad Q = k_{QP} P + k_{QM} \frac{M_0}{r}.$$

Коэффициенты внутренних усилий для простейших схем определим в соответствии с табл. 19 (схемы 8 и 10).

Пример 3. Шпангоут нагружен двумя одинаковыми радиальными силами P . Разложим заданную схему на две простейших, для которых имеются готовые решения (см. рис. 57). Решим задачу аналитическим способом. Каждую простейшую схему необходимо предварительно перевести на новый отсчет угла, соответствующий общей схеме нагружения.

При отсчете углов α , показанном на схеме 1 (см. рис. 57), изгибающие моменты в кольце

$$M_1 = \frac{Pr}{2\pi} \left[(\alpha + \alpha_0) \sin(\alpha + \alpha_0) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \alpha_0) - 1 \right];$$

при $180^\circ - \alpha_0 < \alpha < 180^\circ$

$$M_1 = \frac{Pr}{2\pi} \left[(\alpha + \alpha_0 - 2\pi) \sin(\alpha + \alpha_0) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \alpha_0) - 1 \right]$$

(а)

Аналогично запишем для схемы II (см. рис. 57) при $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$M_{II} = \frac{Pr}{2\pi} \left[(\alpha - \alpha_0) \sin(\alpha - \alpha_0) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \alpha_0) - 1 \right]. \quad (6)$$

Для заданной схемы нагружения изгибающие моменты в кольце определяются в результате суммирования двух простейших схем $M = M_I + M_{II}$. Подставляя выражения (а) и (б), получим:
при $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$

$$M = \frac{P}{\pi} \left(\alpha \sin \alpha \cos \alpha_0 + \alpha_0 \sin \alpha_0 \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha_0 \cos \alpha - 1 \right),$$

при $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha \leq 180^\circ$

$$M = \frac{P}{\pi} \left[(\alpha - \pi) \sin \alpha \cos \alpha_0 + (\alpha_0 - \pi) \cos \alpha \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} \cos \alpha \cos \alpha_0 - 1 \right].$$

Пример 4. На кольцо действуют три радиальных силы P_1, P_2, P_3 , разные по величине, приложенные соответственно в сечениях α_1, α_2 и α_3 . Требуется

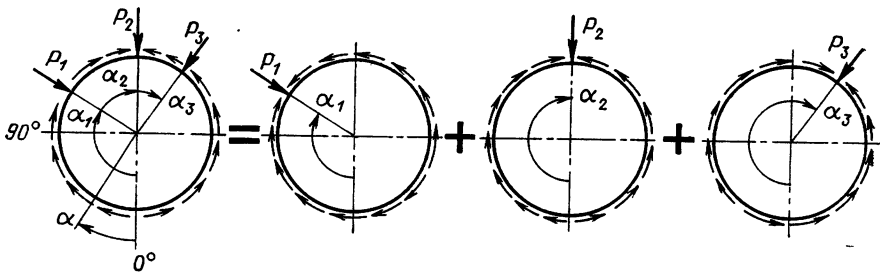


Рис. 58. Разложение заданной схемы нагружения на простейшие

определить изгибающие моменты в кольце. Заданную схему разложим на три простейших (рис. 58), для которых имеются готовые решения. Начало отсчета углов в простейших схемах не совпадает с началом отсчета углов заданной схемы. Задачу удобнее решить графическим суммированием эпюр изгибающих моментов или суммированием коэффициентов усилий. Рассмотрим оба варианта решения.

а) Суммирование эпюр моментов

1. Вычислим изгибающие моменты $M(1), M(2), M(3)$ для каждой простейшей схемы.

2. На одном общем графике строим графики моментов $M(1), M(2), M(3)$. Отсчет угла α принимается по заданной суммарной схеме нагружения. Таким образом, каждый график будет смещен по отношению друг к другу на соответствующий угол (рис. 59, а).

3. Суммируя ординаты трех графиков, строим искомый график изгибающих моментов M_{Σ} (см. рис. 59, б).

б) Суммирование коэффициентов усилий

1. Суммарный изгибающий момент трех простейших схем

$$M_{\Sigma} = k_M r P_1 + k_M r P_2 + k_M r P_3$$

запишем в следующем виде:

$$M_{\Sigma} = k_{M\Sigma} r P_1,$$

где

$$k_{M\Sigma} = k_M + \varphi_2 k_M + \varphi_3 k_M,$$

здесь

$$\varphi_2 = \frac{P_2}{P_1}, \quad \varphi_3 = \frac{P_3}{P_1}.$$

2. На одном общем графике строим графики приведенных коэффициентов усилий k_M , $\varphi_2 k_M$, $\varphi_3 k_M$ со смещением по отношению друг к другу на соответствующий угол (см. рис. 59, а).

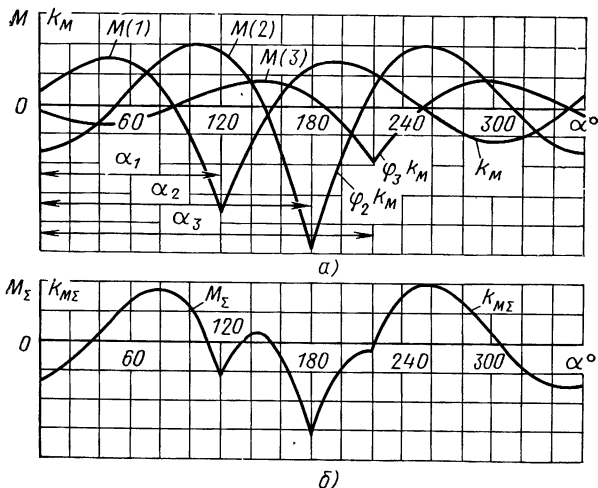


Рис. 59. Графический способ определения усилий в кольце:

а—графики простейших схем нагружения; б—суммарный график

3. Суммируя ординаты трех графиков, получим суммарный коэффициент усилий $k_{M\Sigma}$ (см. рис. 59, б).

4. Определим изгибающие моменты для расчетных сечений

$$M_{\Sigma} = k_{M\Sigma} r P_1.$$

Радиальное прогибание кольца в произвольном сечении при нагружении радиальной силой P , касательной силой T или моментом M_0 вычисляется по соответствующим формулам [1]

$$f = \delta_P \frac{Pr^3}{EI}, \quad f = \delta_T \frac{Tr^3}{EI}, \quad f = \delta_{M_0} \frac{M_0 r^2}{EI}. \quad (83)$$

Здесь безразмерные коэффициенты прогибов $\delta_P, \delta_T, \delta_{M_0}$ определяются по графикам, приведенным на рис. 60.

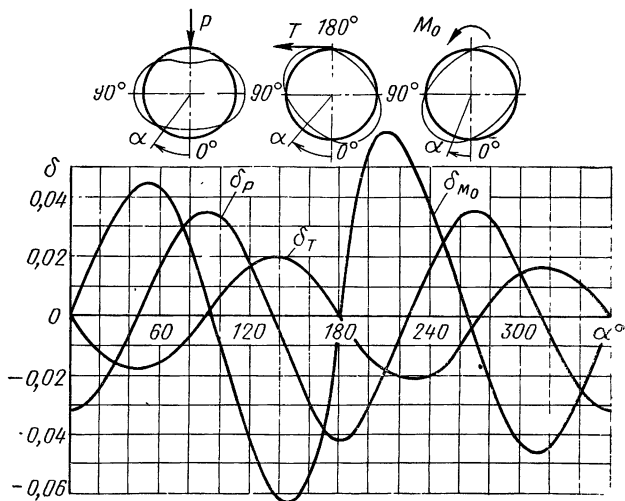


Рис. 60. Безразмерный коэффициент прогиба кольца для типовых схем нагружения

ШПАНГОУТЫ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ, ПРИЛОЖЕННЫХ В ИХ ПЛОСКОСТИ

При действии на шпангоут сосредоточенных сил основными внутренними усилиями, определяющими его прочность и, следовательно, массу являются изгибающие моменты. Как видно из

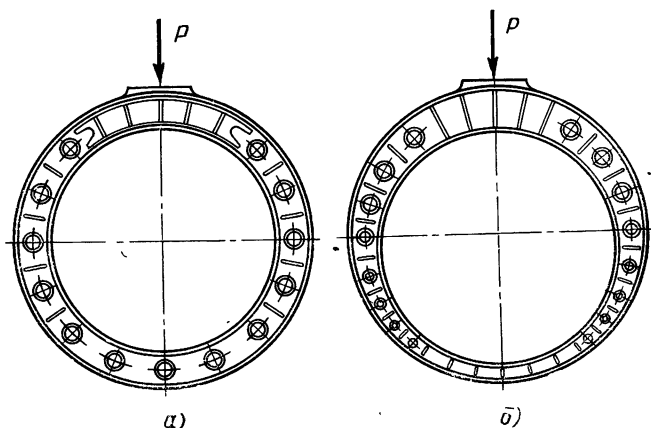


Рис. 61. Конструктивный вид шпангоутов переменной жесткости:

а — с постоянной строительной высотой; б — с переменной строительной высотой

эпюр моментов, приведенных в табл. 19 для колец постоянной жесткости изгибающие моменты имеют резко изменяющийся характер. Вдали от места приложения внешней нагрузки их величина может быть в 3—4 раза меньше по сравнению с сечением, находящимся непосредственно под силой. Поэтому наиболее рациональным в отношении массы будет шпангоут переменной жесткости, изменение которой подбирается при проектировании в соответствии с действующими в шпангоуте моментами. Изменение жесткости может быть достигнуто установкой местных накладок в шпангоуте с постоянной высотой сечения или изменением высоты сечений (рис. 61). При проектной разработке таких конструкций для приближенных расчетов могут быть использованы расчетные данные для колец постоянной жесткости. При этом следует иметь в виду, что в результате местного увеличения жесткости шпангоута в местах приложения сосредоточенных сил внутренние усилия имеют несколько большие значения, чем в кольце постоянной жесткости. Для окончательно спроектированной конструкции точные значения внутренних усилий определяются с учетом его жесткости.

Определение внутренних усилий в шпангоутах со ступенчатым изменением жесткости

Изменение жесткости шпангоута имеет ступенчатый характер. В пределах каждой ступени жесткость постоянна. Примем, что ось кольца имеет форму окружности радиуса r . Внутренние усилия будем определять методом, основанным на решении ка-

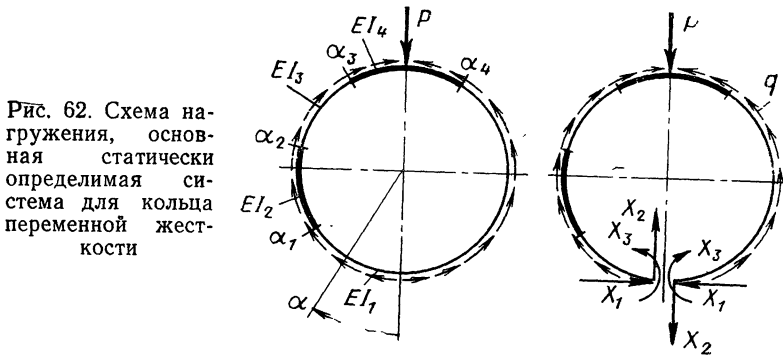


Рис. 62. Схема нагружения, основная статически определяемая система для кольца переменной жесткости

нических уравнений сил. Решение статической неопределимости кольца будем проводить в такой же последовательности, как и для колец постоянной жесткости.

1. Назначим основную статически определяемую систему нагружения, выбрав место разреза. Если внешние нагрузки и рассматриваемое кольцо переменной жесткости имеют общую ось симметрии, то разрез целесообразно делать по этой оси. Для схемы нагружения, показанной на рис. 62, ось симметрии на-

грузки не совпадает с осью симметрии конструкции. Следовательно, в месте разреза по сечению $\alpha = 3^\circ$ все три неизвестных силовых фактора будут отличны от нуля. Задача будет трижды статически неопределимой.

2. Определим выражения изгибающих моментов M_P от внешнего нагружения, построим эпюры моментов на кольце. Для разрезанного кольца значения M_P не зависят от жесткости кольца. Для типовых схем могут быть использованы данные, приведенные в табл. 18.

3. Принимая лишние неизвестные равными единице, $X_1=1$, $X_2=1$, $X_3=1$, вычислим коэффициенты влияния от единичного нагружения

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1^2}{EI_{i+1}} r d\alpha, & \delta_{13} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1 M_3}{EI_{i+1}} r d\alpha, \\ \delta_{22} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_2^2}{EI_{i+1}} r d\alpha, & \delta_{33} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_3^2}{EI_{i+1}} r d\alpha, \end{aligned} \quad (84)$$

где EI_i — жесткость сечения кольца, постоянная для i -го пролета.

4. Вычислим перемещения от внешней нагрузки соответствующим умножением эпюр единичных и внешних сил:

$$\begin{aligned} \delta_{1P} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1 M_P}{EI_{i+1}} r d\alpha, \\ \delta_{2P} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_2 M_P}{EI_{i+1}} r d\alpha, & \delta_{3P} &= \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_3 M_P}{EI_{i+1}} r d\alpha. \end{aligned} \quad (85)$$

5. Вычислим лишние неизвестные по формулам (78).

6. Из выражений (80) определим искомые внутренние силовые факторы M , N и Q для произвольного сечения кольца. В табл. 20 для некоторых схем нагружения приводятся формулы внутренних усилий в кольцах с двумя секторами жесткости.

Определение внутренних усилий в шпангоутах с плавным изменением жесткости

Конструктивный вид такого шпангоута показан на рис. 61, б. Примем, что ось кольца имеет круговую форму с радиусом r . Расчет проводится в следующей последовательности.

1. Вычисляем момент инерции нескольких сечений, строим график изменения момента инерции в зависимости от угла α .

**Внутренние усилия в кольцах переменной жесткости
под действием сил в плоскости кольца**

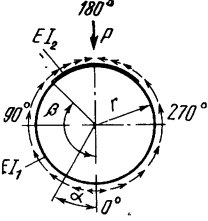
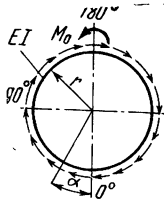
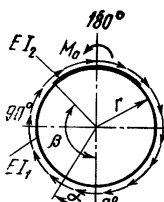
Схема нагружения	Расчетные формулы						
<p>1. Кольцо, состоящее из двух секторов разной жесткости, под действием радиальной силы [15]</p> 	$M = k_M r P$ $N = k_N P$ $Q = k_Q P$ <p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} [\alpha \sin \alpha + (2 - c_2) \cos \alpha - c_1 + c_2 - 2]$ $k_N = \frac{1}{2\pi} (c_2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha)$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} [\alpha \cos \alpha + (c_2 - 1) \sin \alpha]$ $c_1 = \frac{a_4 B_1 - a_2 B_2}{a_1 a_4 - a_2 a_3}, \quad c_2 = \frac{a_3 B_1 - a_1 B_2}{a_2 a_3 - a_1 a_4}$						
$a_1 = b\beta + \pi$ $a_2 = b(\sin \beta - \beta) - \pi$ $B_1 = b(3 \sin \beta - \beta \cos \beta - 2\beta)$ $B_2 = \frac{b}{8} (5 \sin 2\beta + 8 \sin \beta - 8\beta \cos \beta + 4\beta \sin^2 \beta - 10\beta) - \frac{\pi}{4}$	$a_3 = b(\sin \beta + \beta) + \pi$ $a_4 = b(\sin \beta \cos \beta - \beta) - \pi$ $b = \frac{EI_2}{EI_1} - 1$						
Значения коэффициентов k_M							
β°	α°	b					
		0,1	0,3	0,5	1,0	1,5	2,0
170	0	0,079	0,077	0,076	0,074	0,072	0,071
	170	0,159	0,163	0,166	0,174	0,178	0,180
	180	0,242	0,247	0,250	0,257	0,261	0,264
160	0	0,078	0,076	0,073	0,070	0,067	0,065
	160	0,086	0,095	0,101	0,110	0,120	0,124
	180	0,243	0,252	0,258	0,268	0,278	0,282
150	0	0,080	0,077	0,074	0,072	0,068	0,066
	150	0,026	0,033	0,038	0,050	0,062	0,067
	180	0,245	0,253	0,260	0,273	0,284	0,291

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>2. Кольцо переменной жесткости под действием изгибающего момента [15]</p> 	$M = Ar \sin \alpha + \frac{M_0}{2\pi} (\alpha + \sin \alpha)$ $N = A \sin \alpha + \frac{M_0}{2\pi r} \sin \alpha$ $Q = A \cos \alpha + \frac{M_0}{2\pi r} (1 + \cos \alpha)$ <p>где</p> $A = -\frac{M_0}{2\pi r} \left\{ 1 + \frac{\int_0^\pi \frac{\alpha \sin \alpha}{EI} d\alpha}{\int_0^\pi \frac{\sin^2 \alpha}{EI} d\alpha} \right\}$
<p>3. Кольцо из двух секторов постоянной жесткости под действием изгибающего момента [15]</p> 	<p>Внутренние усилия в кольце определяются по формулам для схемы нагружения 2, где</p> $A = -\frac{M_0}{2\pi r} \frac{b (4 \sin \beta - 4 \beta \cos \beta + 2\beta - \sin 2\beta) + 6\pi}{b (2\beta - \sin 2\beta) + 2\pi}$ <p>здесь</p> $b = \frac{EI_2}{EI_1} - 1$

В общем случае такой график представляет нелинейную функцию $I_x = f(\alpha)$. Принципиально можно подобрать аппроксимирующее выражение этой функции. Однако, вводя это выражение в интеграл Мора, при вычислении коэффициентов влияния, часто встречаются выражения, которые элементарно не интегрируются. Рассмотрим приближенные решения. Возможны два варианта аппроксимации жесткости кольца.

1-й вариант. График $I_x = f(\alpha)$ разбивается на несколько мелких участков, на которых действительное выражение I_x осредняется прямыми, параллельными оси α (рис. 63, а). В результате плавное изменение жесткости заменяется ступенчатым. Расчет такого ступенчатого кольца был разобран выше.

2-й вариант. График $I_x=f(\alpha)$ разбивается на несколько крупных участков, в пределах которых реальная функция может быть заменена линейной. Записывается уравнение каждой прямой $I_1(\alpha)$, $I_2(\alpha)$ и т. д. (см. рис. 63,б), после чего можно перейти к решению статической неопределимости кольца.

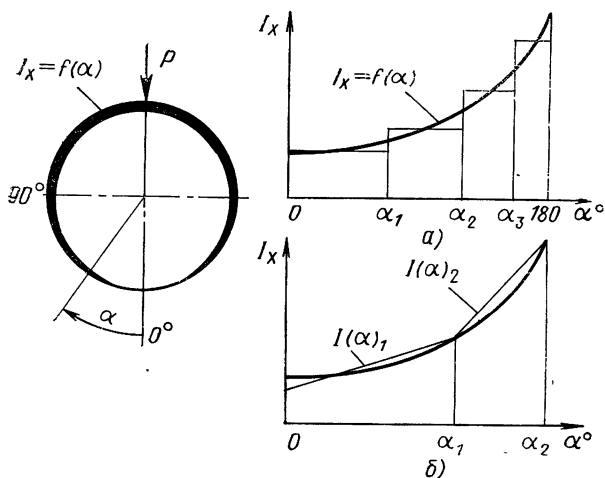


Рис. 63. Схема нагружения кольца переменной жесткости; варианты аппроксимации жесткости кольца

Расчет проводится в такой же последовательности, как и для кольца со ступенчатым изменением жесткости, при этом коэффициенты влияния от единичного нагружения вычисляются по формулам

$$\delta_{11} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1^2}{EI(\alpha)_{i+1}} r d\alpha \text{ и т. д.} \quad (86)$$

Перемещения от внешней нагрузки

$$\delta_{1P} = \sum_{i=0}^n \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \frac{M_1 M_P}{EI(\alpha)_{i+1}} r d\alpha \text{ и т. д.} \quad (87)$$

Определение усилий в шпангоуте с распорным стержнем, нагруженным радиальной силой

При действии на шпангоут радиальной силы эффективным конструктивным мероприятием, позволяющим получить конструкцию со сравнительно меньшей массой, будет установка распорного стержня по направлению действия силы. Наибольший

изгибающий момент в месте приложения силы уменьшится примерно вдвое. Распорный стержень не требует большой затраты массы, так как он работает на сжатие (или растяжение).

Внутренние усилия в распорном стержне можно определить из условия совместности деформаций кольца и распорного стержня, принимая условные разрезы по местам заделки стержня (рис. 64, б). Действие стержня на кольцо заменим неизвестными усилиями X . Нетрудно заметить, что поперечные силы и моменты в стержне будут равны нулю, как асимметричные неизвестные при симметричном нагружении. Если воспользоваться

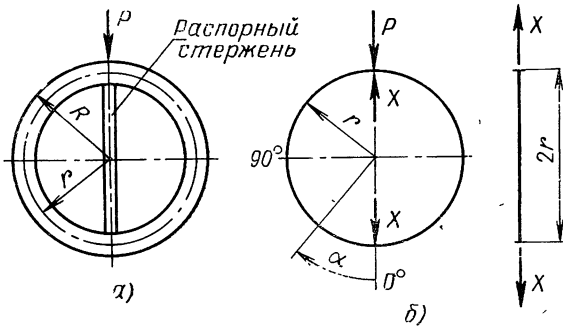


Рис. 64 Силовой шпангоут с распорным стержнем:
а—конструктивная схема; б—расчетная схема кольца и стержня

готовыми решениями для колец под действием радиальных сил, задача сведется к однажды статически неопределенной системе. Запишем условие совместности деформаций кольца и стержня.

$$\delta_P - \delta_X = \Delta,$$

где $\delta_P = 0,0747 \frac{Pr^3}{E_K I_K}$ — изменение диаметра кольца при нагружении силой P ;

$\delta_X = 0,149 \frac{Xr^3}{E_K I_K}$ — изменение диаметра кольца при нагружении силами X ;

$\Delta = \frac{X \cdot 2r}{E_c F_c}$ — деформация стержня от сил X .

В результате найдем

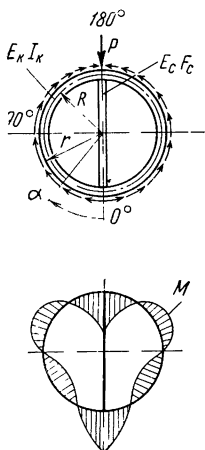
$$X = \frac{1}{2 + \lambda} P, \quad (88)$$

где

$$\lambda = 26,8 \frac{E_K I_K}{r^2 E_c F_c}.$$

Внутренние усилия в кольце с распорным стержнем найдем способом аналитического сложения схем 1 и 3 (см. табл. 19). Полученные формулы приведены в табл. 21.

Внутренние усилия в кольце с распорным стержнем, усилие в стержне, прогиб кольца

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>Кольцо с распорным стержнем под действием радиальной силы</p>  <p>Эпюра изгибающих моментов (на растянутых волокнах кольца)</p>	<p>Внутренние усилия в кольце При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$</p> $M = \frac{Pr}{2\pi} \left[\left(\alpha - \frac{\pi}{2 + \lambda} \right) \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\lambda}{2 + \lambda} \right]$ $N = \frac{P}{2\pi} \left[\left(\frac{2R}{r} - 0,5 \right) \cos \alpha - \left(\alpha - \frac{\pi}{2 + \lambda} \right) \sin \alpha \right]$ $Q = \frac{P}{2\pi} \left[\left(\alpha - \frac{\pi}{2 + \lambda} \right) \cos \alpha + \left(\frac{2R}{r} - \frac{3}{2} \right) \sin \alpha \right],$ <p>здесь $\lambda = 26,8 \frac{E_k I_k}{r^2 E_c F_c}$.</p> <p>Усилие в распорном стержне</p> $X = \frac{1}{2 + \lambda} P$ <p>Изменение диаметра кольца в направлении осей x и y:</p> $\delta_y = -0,0747 \frac{Pr^3}{E_k I_k} \frac{\lambda}{2 + \lambda}$ $\delta_x = 0,068 \frac{Pr^3}{E_k I_k} \frac{\lambda}{2 + \lambda}$

**ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ В РАСПОРНОМ ШПАНГОУТЕ ДНИЩ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ**

На распорный шпангоут сферического днища в плоскости шпангоута действуют сосредоточенные силы P (рис. 65), T или M_0 . При наличии днища напряженное состояние узла, определяющее прочность конструкции, имеет локальный характер в районе приложения внешних сил. Основными внутренними усилиями, определяющими прочность шпангоута, будут изгибающие моменты M и осевые силы N , которые определяются с учетом упругости днища [5], [11]:

при действии радиальной силы P

$$M = k_M r P, \quad N = k_N P;$$

касательной силы T

$$M = k_M r T, \quad N = k_N T;$$

сосредоточенного момента M_0

$$M = k_M M_0, \quad N = k_N \frac{M_0}{r}$$

Коэффициенты k_M , k_N , вычисленные для максимально нагруженных сечений, приведены в табл. 22 в зависимости от параметра $\bar{\delta}$, учитывающего упругость сферической оболочки:

$$\bar{\delta} = 2,6 \frac{E_{ш} I_x}{E_{сф} r^3 \delta},$$

где $E_{ш}$, $E_{сф}$ — модуль упругости материала шпангоута и сферы; δ — толщина днища; I_x — собственный момент инерции сечения шпангоута.

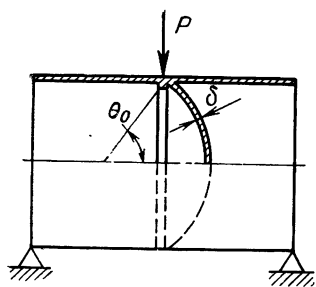


Рис. 65. Схема нагружения сферического днища с распорным шпангоутом радиальной силой

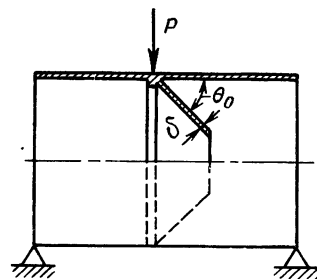
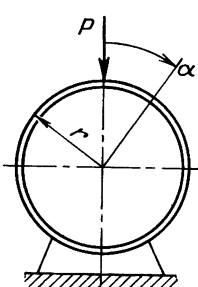
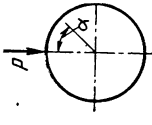
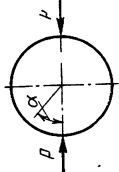
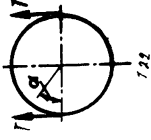
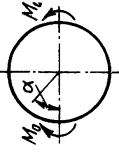


Рис. 66. Схема нагружения конического днища с распорным шпангоутом радиальной силой

Приведенные в табл. 22 коэффициенты k_M , k_N вычислены для угла раствора сферического сегмента $\theta_0 = 55^\circ$ и могут быть использованы при расчетах конструкций, имеющих $\theta_0 < 55^\circ$.

Необходимо обратить внимание на то, что в зоне действия сосредоточенных сжимающих сил в днище будет действовать поток сжимающих усилий, которые могут привести к местной потере устойчивости днища. В данном случае несущая способность конструкции может быть повышена установкой местных подкрепляющих накладок или ребер жесткости.

При действии на распорный шпангоут конического днища сосредоточенных сил P (рис. 66), T или M_0 для определения внутренних усилий в шпангоуте M , N при углах конусности $\theta_0 > 35^\circ$ можно воспользоваться данными, приведенными в табл. 22.

Схема нагружения шпангоута	δ	0,01	0,005	0,003	0,001	0,0005	0,0001	Координата расчетного сечения
	k_M k_N	-0,086 -0,76	-0,07 -0,84	-0,061 -0,92	-0,045 -1,16	-0,037 -1,29	-0,024 -1,42	$\alpha=0^\circ$
	k_M k_N	-0,09 -0,655	-0,077 -0,74	-0,065 -0,81	-0,048 -0,97	-0,04 -1,07	-0,025 -1,32	$\alpha=0^\circ$
	k_M k_N	-0,011 -0,29	-0,0072 -0,31	-0,0055 -0,32	-0,0029 -0,34	-0,002 -0,35	-0,0009 -0,37	$\alpha \approx 10^\circ \dots 15^\circ$ При $\alpha=0^\circ$ $k_N=0,5$ для всех значений $\frac{M}{P}$
	k_M k_N	$\pm 0,5$ 0,0						$\alpha=0^\circ$

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШПАНГООТОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ В ЕГО ПЛОСКОСТИ

Определение действующих напряжений

Основными внутренними усилиями, определяющими прочность шпангоута, являются изгибающие моменты M , поэтому при проведении расчетов в шпангоуте выделяются те сечения, в которых моменты имеют максимальное значение. Нормальные напряжения определяются с учетом одновременного действия в

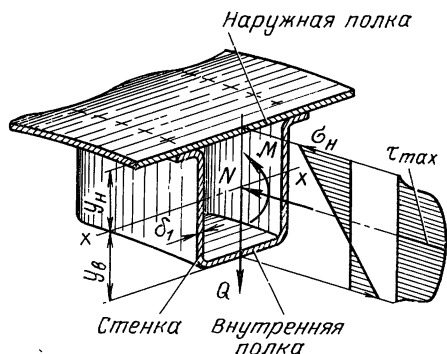


Рис. 67. Усилия, действующие в сечении шпангоута, эпюры напряжений

$y_{в}$ — расстояние от нейтральной линии до наружных и внутренних волокон шпангоута.

Здесь M и N подставляются в формулы (89) с теми знаками, которые получаются при их вычислении. Напомним, что знак минус для усилия M означает, что наружная полка шпангоута сжата (внутренняя растянута); для усилия N знак минус показывает, что данное усилие сжимающее.

Расчет касательных напряжений от поперечной силы Q производится обычно для сечений, имеющих профиль со сравнительно тонкой стенкой, как, например, сечение, показанное на рис. 67. Максимального значения касательные напряжения достигают в стенке около нейтральной оси x

$$\tau_{max} = \frac{QS_x}{I_x b}, \quad (90)$$

$b = 2\delta_1$ — для сечений с двойной стенкой (см. рис. 67); $b = \delta_1$ — для сечений с одинарной стенкой (рис. 68); δ_1 — толщина стенки; S_x — статический момент части площади сечения, расположенной выше нейтральной оси, относительно этой оси;

$$S_x = F_0 y_0,$$

рассматриваемом сечении осевой растягивающей или сжимающей силы N . Максимального значения нормальные напряжения достигают в наружной и внутренней полках шпангоута (рис. 67) и соответственно равны

$$\sigma_n = \frac{My_n}{I_x} + \frac{N}{F}, \quad (89)$$

$$\sigma_{вн} = -\frac{My_{в}}{I_x} + \frac{N}{F},$$

где I_x , F — собственный момент инерции, площадь сечения шпангоута с присоединенной оболочкой; y_n ,

где F_0 — часть площади сечения, расположенная выше оси x (на рис. 68 заштрихована); y_0 — координата центра тяжести площади F_0 .

При соединении шпангоута с наружной или внутренней полкой заклепками или сварными точками (рис. 69) от действия поперечных сил Q между соединяемыми деталями возникают

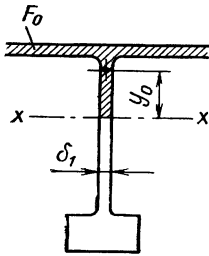


Рис. 68. К определению статического момента сечения

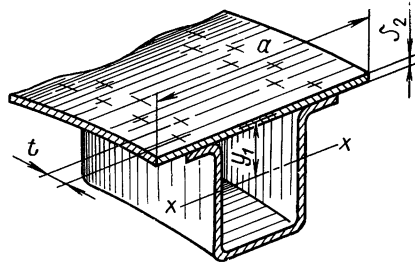


Рис. 69. К расчету заклепок (сварных точек)

усилия среза, которые могут привести к срезу заклепок или сварных точек. Сила, срезающая одну заклепку или сварную точку

$$P_{\text{ср}} = qt/n, \quad (91)$$

где t — шаг заклепок (сварных точек) в ряду; n — число рядов заклепок (сварных точек). Для сечения, показанного на рис. 69, $n=2$.

Касательные усилия, действующие между соединяемыми деталями

$$q = \frac{QS_{\text{н}}}{I_x} = \frac{QF_{\text{н}}y_1}{I_x}, \quad (92)$$

где $F_{\text{н}}$, $S_{\text{н}}$ — площадь сечения и статический момент площади сечения наружной детали относительно нейтральной оси x ; y_1 — координата центра тяжести сечения наружной детали. Для сечения, показанного на рис. 69

$$S_{\text{н}} = F_{\text{н}}y_1,$$

где $F_{\text{н}} = a\delta_2$; a , δ_2 — ширина и толщина полки.

Подставляя (92) в (91), получим формулу для определения срезающей силы, приходящейся на одну заклепку (сварную точку)

$$P_{\text{ср}} = \frac{QF_{\text{н}}y_1t}{I_x n}. \quad (93)$$

По усилию $P_{ср}$ проводится расчет заклепок на срез и смятие. Наиболее достоверная оценка прочности сварных точек может быть проведена по экспериментальным данным, полученным на плоских образцах из рассматриваемого материала.

Проектирование шпангоутов

Задача проектирования силового шпангоута состоит в определении формы профиля сечения, его высоты, толщины стенок и

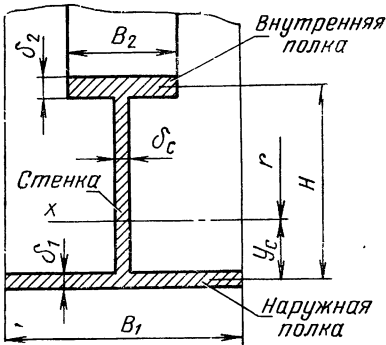


Рис. 70. Основные конструктивные элементы шпангоута

назначении конструктивных мероприятий, исключающих потерю устойчивости тонкостенных элементов шпангоута. При действии нагрузки в плоскости шпангоута профиль сечения обычно назначают исходя из конструктивно-технологических соображений. Конструктивно шпангоут состоит из внутренней и наружной полки, соединенных стенкой (рис. 70).

Введем безразмерные параметры относительных размеров элементов сечения. Условимся параметры, относящиеся к наружной полке, обозначать индексом 1, к внутренней — индексом 2:

$$\eta_1 = \frac{\delta_1}{\delta_c}, \quad \eta_2 = \frac{\delta_2}{\delta_c}, \quad \beta_1 = \frac{B_1}{H}, \quad \beta_2 = \frac{B_2}{H}.$$

Площадь сечения, координаты центра тяжести и собственный момент инерции представим в следующем виде:

$$F = \delta_c H a_F, \quad y_c = H a_y, \quad I_x = \delta_c H^3 a_I, \quad (94)$$

где δ_c , H — толщина и высота стенки шпангоута,

$$a_F = 1 + \eta_1 \beta_1 + \eta_2 \beta_2, \quad a_y = \frac{1 + 2\eta_2 \beta_2}{2a_F},$$

$$a_I = \eta_1 \beta_1 a_y^2 + \eta_2 \beta_2 (1 - a_y)^2 + 0,083.$$

Здесь при определении момента инерции сечения собственный момент инерции полок не учитывался, так как его величина при достаточном разнесе полок пренебрежимо мала.

Выражением (94) можно воспользоваться при определении геометрических характеристик любого произвольного сечения, состоящего из полок и стенок. В табл. 23 приведены расчетные данные для некоторых видов сечений.

Формулы для расчета геометрических характеристик сечений

Сечение, обозначения	Расчетные формулы
	$F = \delta_c H a_F$ $y_c = H a_y$ $I_x = \delta_c H^3 a_{I1}$ <p>где</p> $a_F = 1 + \eta_1 \beta_1 + \eta_2 \beta_2$ $a_y = \frac{0,5 + \eta_2 \beta_2}{a_F}$ $a_{I1} = \eta_1 \beta_1 a_y^2 + \eta_2 \beta_2 (1 - a_y)^2 + 0,083,$ <p>здесь</p> $\eta_1 = \frac{\delta_1}{\delta_c}, \quad \eta_2 = \frac{\delta_2}{\delta_c}$ $\beta_1 = \frac{B_1}{H}, \quad \beta_2 = \frac{B_2}{H}$
<p>Эквивалентная толщина наружной полки, принимаемая в расчетах</p> $\delta_1 = \frac{c_2 a_1 + c_1 (B_1 - a_1)}{B_1}$	
<p>Эквивалентная толщина наружной полки, принимаемая в расчетах</p> $\delta_1 = \frac{c_1 B_1 + a_1 \delta_c}{B_1}$	

η_1, η_2		1,0		1,5		2,0	
		0,8	1,6	0,8	1,6	0,8	1,6
$\beta_2=0,4$	a_F	2,2	3,0	2,8	4,0	3,4	5,0
	a_y	0,409	0,3	0,393	0,275	0,382	0,26
	a_I	0,357	0,423	0,489	0,581	0,622	0,736
$\beta_2=0,8$	a_F	2,6	3,4	3,4	4,6	4,2	5,8
	a_y	0,5	0,382	0,5	0,369	0,5	0,362
	a_I	0,483	0,622	0,683	0,888	0,883	1,053

Запишем условие прочности шпангоута для материала с допускаемыми напряжениями $[\sigma]$:

$$\sigma = \pm \frac{My_{\max}}{I_x} + \frac{N}{F} \leq [\sigma], \quad (95)$$

где y_{\max} — расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленной полки.

С достаточной точностью для проектировочного расчета можно пренебречь напряжениями от усилия N . В результате с учетом (94) запишем:

$$\text{при } y_{\max} = y_c \quad \sigma = \pm \frac{Ma_y}{\delta_c H^2 a_I} \leq [\sigma], \quad (96)$$

$$\text{при } y_{\max} = H - y_c \quad \sigma = \mp \frac{M(1 - a_y)}{\delta_c H^2 a_I} \leq [\sigma].$$

Таким образом, проектировочный расчет сводится к определению значения $\delta_c H^2$, удовлетворяющего условию (96).

Последовательность проектировочного расчета

Задано: внешняя нагрузка, габариты емкости (радиус кривизны оболочки R), допускаемые напряжения материала $[\sigma]$.

1. Рассмотрев эпюру изгибающих моментов в кольце, выделим расчетные сечения и определим изгибающие моменты M . Радиус кривизны оси шпангоута может быть принят равным $r \approx (0,9 \dots 1,15)R$, большее значение при наружном расположении шпангоута, меньшее — при внутреннем.

2. Выбираем профиль сечения шпангоута. Задаемся безразмерными параметрами $\eta_1, \eta_2, \beta_1, \beta_2$, которые обычно лежат в интервалах:

$$\eta_1 = 1,0 \dots 2,0; \quad \beta_1 = 0,8 \dots 1,6;$$

$$\eta_2 = 1,0 \dots 3,0; \quad \beta_2 = 0,3 \dots 0,8.$$

Меньшее значение β_1, β_2 принимают для сечений двутаврового профиля с одинарной стенкой, большее — для коробчатых сечений с двумя стенками.

3. По формулам, приведенным в табл. 23, вычислим безразмерные параметры a_F, a_y, a_I .

4. Определим $\delta_c H^2$:

$$\text{при } a_y \leq 0,5 \quad \delta_c H^2 \geq \frac{M}{[\sigma]} \frac{1 - a_y}{a_I},$$

$$\text{при } a_y \geq 0,5 \quad \delta_c H^2 \geq \frac{M}{[\sigma]} \frac{a_y}{a_I}.$$
(96, а)

5. Назначим толщину стенки δ_c и высоту H , которые удовлетворяли бы условию (96, а). Из условия минимума массы толщина стенки должна быть минимальной, ее значение принимают обычно исходя из конструктивно-технологических ограничений.

6. Определим ширину и толщину полок

$$\delta_1 = \eta_1 \delta_c, \quad \delta_2 = \eta_2 \delta_c, \quad B_1 = \beta_1 H, \quad B_2 = \beta_2 H,$$

величины которых принимаются окончательно в соответствии с конструктивно-технологическими соображениями.

7. Вычислив для окончательно принятых размеров коэффициенты a_F, a_y, a_I по формулам (94), определим F, y_c, I_x .

8. По формулам (89) и (90) проводим уточненный расчет прочности шпангоута.

Данный алгоритм проектировочного расчета может быть использован при проектировании шпангоутов постоянной и переменной жесткости.

Пример. На цилиндрическую емкость радиуса $R=50$ см действует радиальная сила $P=10$ тс (рис. 71). Материал: сталь, $[\sigma]=5000$ кгс/см².

1. Принимаем $r=0,9 \cdot R=0,9 \cdot 50=45$ см. Рассматривая эпюры моментов (см. табл. 19, схема 1) для расчетных сечений $\alpha_1=105^\circ$ и $\alpha_2=180^\circ$ найдем $M_1=47200$ кгс-см, $M_2=108000$ кгс-см.

2. Принимаем сечение двутаврового профиля (см. рис. 70). Задаемся $\eta_1=\eta_2=1,5$; $\beta_1=0,8$; $\beta_2=0,4$.

3. Из табл. 23 определим $a_F=2,8$, $a_y=0,393$, $a_I=0,489$.

4. Для сечения α_1

$$\delta_c H^2 = \frac{M(1 - a_y)}{[\sigma] a_I} = \frac{47200 \cdot 0,607}{5000 \cdot 0,489} = 11,8 \text{ см}^3;$$

для сечения α_2

$$\delta_c H^2 = \frac{108000 \cdot 0,607}{5000 \cdot 0,489} = 26,8 \text{ см}^3.$$

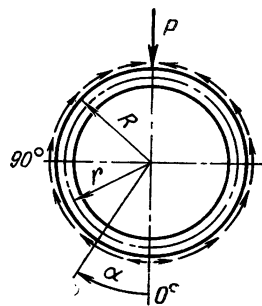


Рис. 71. Шпангоут под действием радиальной силы

5. Принимая $\delta_c = 0,15$ см, найдем:

для сечения α_1
$$H = \sqrt{\frac{11,8}{0,15}} = 8,87 \text{ см,}$$

для α_2
$$H = \sqrt{\frac{26,8}{0,15}} = 13,3 \text{ см.}$$

6. Для шпангоута постоянной жесткости определим

$$\delta_1 = \delta_2 = 1,5 \cdot 0,15 = 0,225 \text{ см,}$$

$$B_1 = \beta_1 H = 0,8 \cdot 13,3 = 10,6 \text{ см,}$$

$$B_2 = \beta_2 H = 0,4 \cdot 13,3 = 5,3 \text{ см.}$$

Местная потеря устойчивости элементов шпангоута, усиливающих конструктивные мероприятия

Стремление получить конструкцию минимальной массы приводит к применению шпангоутов с тонкостенным сечением.

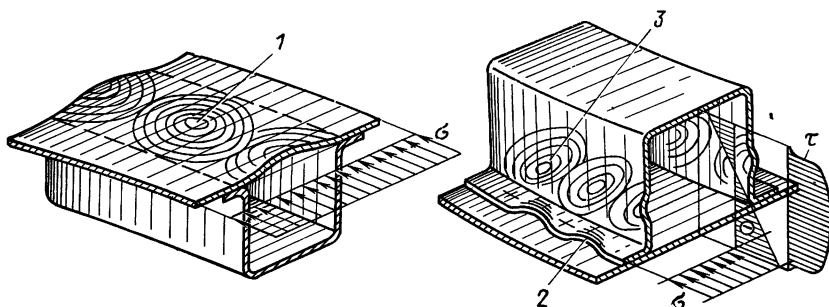


Рис. 72. Потеря устойчивости элементов шпангоута:

1—наружной полки; 2—в промежутке между заклепками (сварными точками); 3—в стенке

Уменьшение толщины стенок и полок требует увеличения высоты сечения шпангоута, что может привести к местной потере устойчивости тонкостенных элементов в следующих местах шпангоута:

1) в наружной или внутренней полках, находящихся под действием равномерно распределенных по ширине полки сжимающих напряжений (рис. 72, поз. 1).

2) в промежутке между заклепками (сварными точками) (см. рис. 72, поз. 2);

3) в стенке шпангоута, находящейся одновременно под действием касательных и нормальных напряжений.

Для предотвращения местной потери устойчивости предусматриваются конструктивные элементы в виде рихтовок, ребер жесткости и отверстий с отбортованными краями. В местах при-

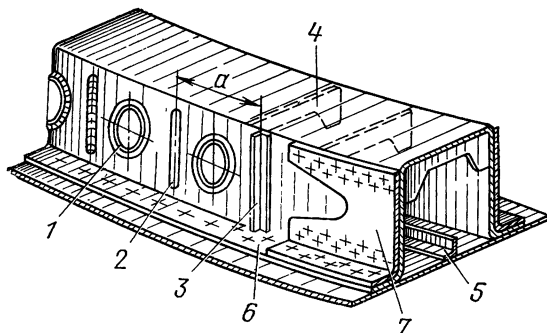


Рис. 73. Варианты усиления, предотвращающие местную потерю устойчивости тонкостенных элементов шпангоута:

1—отверстие с отбортованным краем; 2—рихтовка; 3—ребро жесткости на стенке; 4—поперечное ребро жесткости на внутренней полке; 5—продольное ребро жесткости на наружной полке; 6—защелки (сварные точки); 7—накладка

ложения сосредоточенных сил устанавливаются местные накладки, увеличивающие прочность узла в месте нагружения.

На рис. 73 показаны примеры таких подкреплений, которые не требуют больших затрат массы материала.

Для шпангоутов с одинарной стенкой возможна общая потеря устойчивости стенки (рис. 74, а). Такой вид разрушения не-

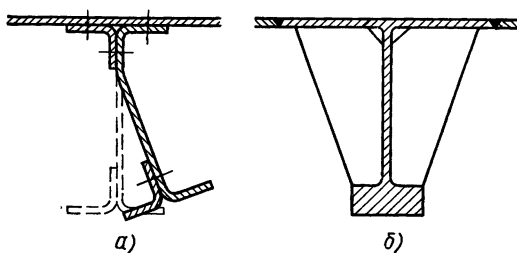


Рис. 74. Сечение шпангоута с одинарной стенкой:

а—общая потеря устойчивости стенки; б—подкрепление поперечными ребрами, предотвращающими общую потерю устойчивости стенки

возможно оценить расчетным путем, если принять во внимание, что в этом случае также могут влиять местные несовершенства формы, внутренние технологические напряжения и т. п. Установ-

ка поперечных ребер (см. рис. 74, б) является надежным конструктивным мероприятием, не требующим больших затрат массы. При проведении расчетов местной устойчивости тонкостенные элементы шпангоута

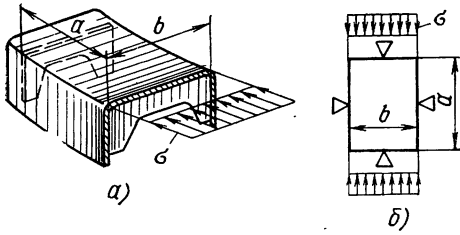


Рис. 75. Закрытая полка шпангоута:
а—схема нагружения; б—расчетная схема

обычно рассматриваются как прямоугольные плоские пластинки, размеры которых равны размерам рассматриваемого элемента. Учитывая деформируемость самого шпангоута, кромки выделенных элементов принимают опертыми. Рассмотрим расчет местной устойчивости на примерах.

Пример 1. Полка шпангоута находится под действием равномерно распределенных по ширине нормальных сжимающих напряжений (рис. 75 и 76). Критические напряжения потери устойчивости полки определим по формуле

$$\sigma_{кр} = kE\delta^2/b^2.$$

При определении коэффициента k для закрытых полок (см. рис. 75) все четыре кромки принимаем опертыми; для открытых полок (см. рис. 76) три кромки принимаем опертыми, а боковую — свободной. Длину пластинки l принимаем равной шагу поперечных подкреплений, а если их нет, длину можно принять равной бесконечности ($a = \infty$).

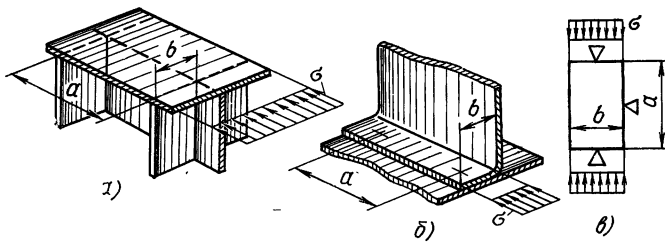


Рис. 76. Открытая полка шпангоута:
а, б—схемы нагружения; в—расчетная схема

Если напряжения, определенные по данной формуле, окажутся больше предела текучести материала σ_T , расчет проводим по формуле

$$\sigma_{кр} = \sigma_B - \frac{\sigma_B - \sigma_T}{\sqrt{\frac{kE}{\sigma_T}}} \frac{b}{\beta}.$$

Затем критические напряжения сравниваются с расчетными, определенными по формуле (89).

При недостаточной жесткости закрытой полки наиболее эффективным конструктивным мероприятием будет установка на полке ребер жесткости,

уменьшающих расчетную ширину пластинки. Так, например, продольное ребро δ , показанное на рис. 73, уменьшит расчетную ширину в два раза, при этом критические напряжения возрастут в четыре раза. Критические напряжения открытых полок могут быть повышены подкреплением свободной кромки, например, отбортовкой, а полки, показанной на рис. 76, δ — уменьшением шага сварных точек (заклепок).

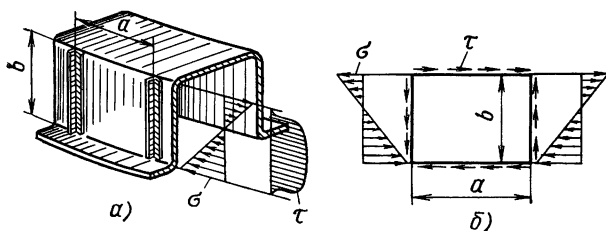


Рис. 77. К расчету стенки шпангоута:

a —схема нагружения; b —расчетная схема

Пример 2. В стенках шпангоута одновременно действуют касательные и нормальные напряжения (рис. 77). За расчетную схему стенки будем принимать плоскую пластинку, находящуюся под действием эксцентричного сжатия и равномерно распределенного потока касательных усилий. Критические нормальные напряжения с учетом одновременного действия сдвига и критические касательные напряжения с учетом одновременного действия сжатия равны

$$\sigma_{кр,\tau}^{\tau} = c_1 \sigma_{кр}, \quad \tau_{кр,\tau}^{\sigma} = c_2 \tau_{кр};$$

c_1, c_2 определим с помощью графиков, приведенных в части II $\sigma_{кр}, \tau_{кр}$ — критические напряжения пластинки при раздельном действии силовых факторов:

$$\sigma_{кр} = k E \delta^2 / b^2, \quad \tau_{кр} = k E \delta^2 / b^2.$$

При выборе коэффициента k все четыре кромки принимаются опертыми. Если $\sigma_{кр} > \sigma_{\tau}$, $\tau_{кр} > 0,6 \sigma_{\tau}$ критические напряжения определяются так же, как в примере 1.

РАСЧЕТ КОЛЕЦ (ШПАНГОУТОВ) ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ, НАГРУЖЕННЫХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ИХ ПЛОСКОСТИ

В этом разделе приведены некоторые справочные материалы к расчету замкнутых круговых колец постоянной жесткости. Данные материалы могут быть использованы для приближенных проектировочных расчетов шпангоутов цилиндрических отсеков под действием сил, перпендикулярных их плоскости. Такой расчет будет приближенным, так как он не учитывает упругости оболочки. Однако для некоторых схем нагружения шпангоутов цилиндрических отсеков этот расчет будет достаточно точно отражать количественную сторону напряженного состояния узла в сечениях, расположенных около мест приложения сил. Существующие в настоящее время точные методы непригодны для проектировочного расчета из-за сложности.

Действие равномерно распределенного погонного момента

На замкнутое кольцо постоянного сечения действуют равномерно распределенные погонные крутящие моменты m . При направлении нагрузки m , показанном на рис. 78, вся верхняя поверхность кольца A будет сжата в окружном направлении, а нижняя растянута, что показано на эпюре нормальных напряжений.

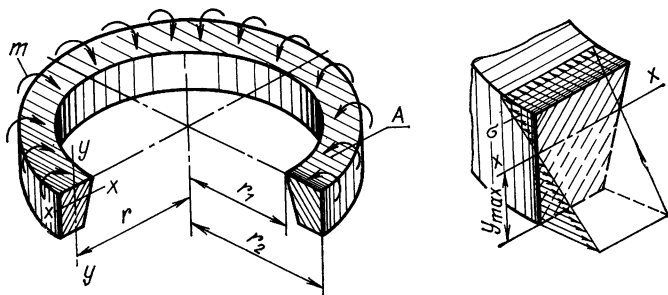


Рис. 78. Схема нагружения кольца равномерно распределенными погонными крутящими моментами; эпюра нормальных напряжений в сечении

Максимальные нормальные напряжения и угол поворота сечения кольца, у которого размеры поперечного сечения малы по сравнению с радиусом ($r_2 \leq 1,2r_1$) равны

$$\sigma_{\max} = \frac{m r y_{\max}}{I_x}; \quad \theta = \frac{m r^2}{E I_x}, \quad (97)$$

где I_x — момент инерции сечения относительно оси x , лежащей в плоскости кольца; y_{\max} — расстояние от нейтральной оси кольца до максимально удаленных точек сечения; r — радиус кривизны оси кольца.

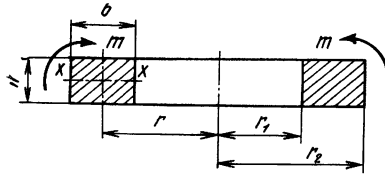
Максимальные напряжения колец прямоугольного сечения и угол поворота сечения определяются по формулам, приведенным в табл. 24.

Действие на замкнутое круговое кольцо постоянного сечения сосредоточенных сил, приложенных перпендикулярно его плоскости

Различают три типа сосредоточенных сил: осевая сила P , изгибающий момент L , крутящий момент K , которые уравниваются погонными усилиями q (рис. 79).

При действии внешних сил в сечениях кольца действуют внутренние усилия: изгибающий момент M , крутящий момент N , поперечная сила Q (рис. 80). Эти усилия вызывают нормальные

Формулы для расчета напряжений и деформаций кольца
прямоугольного сечения



$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad W_x = \frac{bh^2}{6}, \quad I_x = \frac{bh^3}{12}$$

Соотношения размеров поперечного сечения	Наибольшие напряжения	Угол поворота сечения
Размеры поперечного сечения кольца малы по сравнению с радиусом, $r_2 < 1,2r_1$ [10]	$\sigma_{\max} = \pm \frac{mr}{W_x}$	$\theta = \frac{mr^2}{EI_x}$
Размеры поперечного сечения кольца соизмеримы с радиусом $r_2 > 1,2r_1$ [10]	$\sigma_{\max} = \pm \frac{mr}{W_x} \times \frac{b}{2,3r_1 \lg \frac{r_2}{r_1}}$	$\theta = \frac{mrb}{2,3EI_x \lg \frac{r_2}{r_1}}$
Тонкая кольцевая пластинка при $r_2 > 2r_1$ и $h < 0,2b$	Расчеты проводятся по формулам для тонкой пластинки	

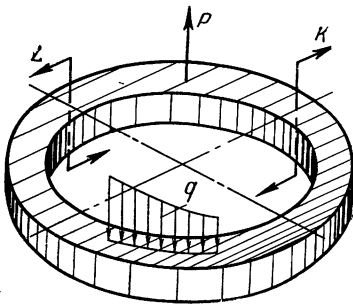


Рис. 79. Виды сосредоточенных сил

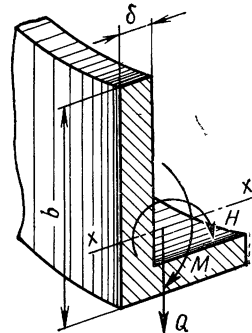


Рис. 80. Внутренние усилия, действующие в сечении кольца

**Внутренние усилия в кольцах постоянной жесткости
под действием сил, направленных перпендикулярно плоскости кольца**

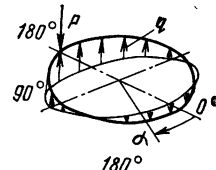
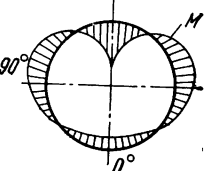
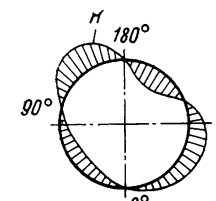
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы			
<p>1. Осевая сила P уравнивается распределенной по радиусу нагрузкой</p> $q = \frac{P}{\pi R} \left(\frac{1}{2\pi} - \cos \alpha \right)$ <p>R — радиус оболочки r — радиус оси кольца</p>  <p>Эпюра изгибающих моментов M</p>  <p>Эпюра крутящих моментов H</p> 	$M = k_M r P$ $H = k_H r P$ $Q = k_Q P$ <p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ [15]</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 1 \right)$ $k_H = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \frac{R}{r} \cos \alpha - \left(2 - \frac{R}{2r} \right) \sin \alpha + \alpha \right]$ $k_Q = \frac{1}{2\pi} (2 \sin \alpha - \alpha)$			
	α°	k_M	k_H <hr/> $R/r=1$	k_Q
	0	-0,08	0,0	0,0
	15	-0,072	0,0202	0,041
	30	-0,049	0,0363	0,076
	45	-0,015	0,0445	0,10
	60	0,025	0,043	0,11
	75	0,063	0,0316	0,10
	90	0,091	0,011	0,068
	105	0,102	-0,0146	0,017
	120	0,09	-0,0405	-0,057
	135	0,05	-0,0592	-0,151
	150	-0,02	-0,0637	-0,258
	165	-0,118	-0,0458	-0,376
	180	-0,239	0,0	-0,5

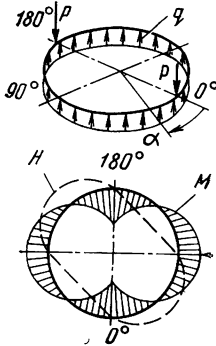
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий

Расчетные формулы

2. Две осевых силы P уравниваются равномерно распределенной по радиусу R нагрузкой

$$q = \frac{P}{\pi R}$$

R — радиус оболочки
 r — радиус оси кольца



Эпюры изгибающих моментов M и крутящих H

$M = k_M Pr$, $H = k_H Pr$, $Q = k_Q P$
при $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ [20]

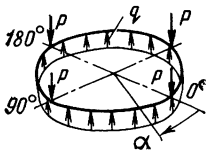
$$k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{\pi}$$

$$k_H = \frac{R}{2r} \cos \alpha + \frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2}, \quad k_Q = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi}$$

α°	k_M	k_H	k_Q
		$R/r=1$	
0	-0,318	0,0	0,5
15	-0,189	0,067	0,416
30	-0,068	0,10	0,333
45	0,035	0,104	0,25
60	0,115	0,084	0,167
75	0,165	0,046	0,083
90	0,182	0,0	0,0
105	0,165	-0,046	-0,083
120	0,115	-0,084	-0,167
135	0,035	-0,104	-0,25
150	-0,068	-0,10	-0,333
165	-0,189	-0,067	-0,416
180	-0,318	0,0	-0,5

3. Четыре осевых силы P уравниваются равномерно распределенной по радиусу R нагрузкой

$$q = \frac{P}{2\pi R}$$



$M = k_M Pr$, $H = k_H Pr$, $Q = k_Q P$
При $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$k_M = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{2}{\pi}$$

$$k_H = \frac{R}{2r} (\cos \alpha - \sin \alpha) + \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{1}{2}$$

$$k_Q = \frac{1}{2} - \frac{2\alpha}{\pi}$$

α°	k_M	k_H	k_Q
		$R/r=1$	
0	-0,137	0,0	0,5
15	-0,024	0,021	0,333
30	0,046	0,017	0,166
45	0,071	0,0	0,0
60	0,046	-0,017	-0,166
75	-0,024	-0,021	-0,333
90	-0,137	0,0	-0,5

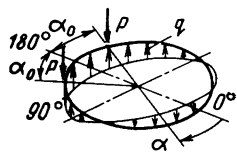
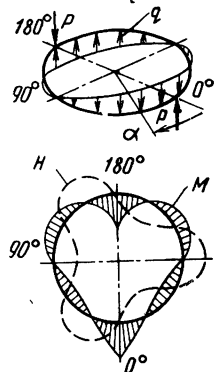
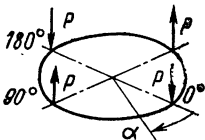
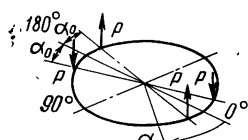
Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы																																																			
<p>4. Две осевых силы P, приложенные под углом $2\alpha_0$, уравниваются распределенной по радиусу R нагрузкой</p> $q = \frac{P}{\pi R} (1 - \cos \alpha \cos \alpha_0)$ 	<p>При $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ - \alpha$</p> $M = \frac{Pr}{\pi} \left(\alpha a_2 + \alpha_0 b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right)$ $H = \frac{Pr}{\pi} \left[\alpha \frac{R}{r} b_1 - \alpha_0 \frac{R}{r} a_1 - \left(2 - \frac{R}{2r} \right) \times \right. \\ \left. \times a_2 + \alpha \right]$ $Q = \frac{P}{\pi} (2a_2 - \alpha)$ <p>При $180^\circ - \alpha_0 \leq \alpha < 180^\circ$</p> $M = \frac{Pr}{\pi} \left[(\alpha - \pi) a_2 + (\alpha_0 - \pi) b_2 + \frac{1}{2} b_1 - 1 \right]$ $H = \frac{Pr}{\pi} \left[(\alpha - \pi) \frac{R}{r} b_1 - (\alpha_0 - \pi) \frac{R}{r} a_1 - \right. \\ \left. - \left(2 - \frac{R}{2r} \right) a_2 + (\alpha - \pi) \right]$ $Q = \frac{P}{\pi} [2a_2 - (\alpha - \pi)],$ <p>где</p> $a_1 = \sin \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_1 = \cos \alpha_0 \cos \alpha$ $a_2 = \cos \alpha_0 \sin \alpha, \quad b_2 = \sin \alpha_0 \cos \alpha$																																																			
<p>5. Пара сил P уравнивается распределенной по радиусу R нагрузкой</p> $q = \frac{2P}{\pi R} \cos \alpha$  <p>Эпюры изгибающих моментов M и крутящих H</p>	<p>При $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$</p> $M = -\frac{Pr}{2\pi} [(\pi - 2\alpha) \sin \alpha - \cos \alpha]$ $H = -\frac{Pr}{2\pi} \left[(\pi - 2\alpha) \frac{R}{r} \cos \alpha + \right. \\ \left. + \left(4 - \frac{R}{r} \right) \sin \alpha - \pi \right]$ $Q = -\frac{P}{2\pi} (\pi - 4 \sin \alpha)$ <table border="1" data-bbox="414 1139 925 1401"> <thead> <tr> <th rowspan="2">α°</th> <th colspan="2">k_M</th> <th>k_H</th> <th rowspan="2">k_Q</th> <th rowspan="2">α°</th> </tr> <tr> <th>$\alpha < 90^\circ$</th> <th>$\alpha \geq 90^\circ$</th> <th>$R/r=1$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0,159</td> <td>-0,159</td> <td>0,0</td> <td>-0,5</td> <td>180</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>0,046</td> <td>-0,046</td> <td>-0,0271</td> <td>-0,335</td> <td>165</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>-0,029</td> <td>0,029</td> <td>-0,0271</td> <td>-0,182</td> <td>150</td> </tr> <tr> <td>45</td> <td>-0,064</td> <td>0,064</td> <td>-0,0143</td> <td>-0,049</td> <td>135</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>-0,064</td> <td>0,064</td> <td>0,0032</td> <td>0,051</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>-0,039</td> <td>0,039</td> <td>0,0167</td> <td>0,115</td> <td>105</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>0,0</td> <td>0,0</td> <td>0,0223</td> <td>0,137</td> <td>90</td> </tr> </tbody> </table>	α°	k_M		k_H	k_Q	α°	$\alpha < 90^\circ$	$\alpha \geq 90^\circ$	$R/r=1$	0	0,159	-0,159	0,0	-0,5	180	15	0,046	-0,046	-0,0271	-0,335	165	30	-0,029	0,029	-0,0271	-0,182	150	45	-0,064	0,064	-0,0143	-0,049	135	60	-0,064	0,064	0,0032	0,051	120	75	-0,039	0,039	0,0167	0,115	105	90	0,0	0,0	0,0223	0,137	90
α°	k_M		k_H	k_Q	α°																																															
	$\alpha < 90^\circ$	$\alpha \geq 90^\circ$	$R/r=1$																																																	
0	0,159	-0,159	0,0	-0,5	180																																															
15	0,046	-0,046	-0,0271	-0,335	165																																															
30	-0,029	0,029	-0,0271	-0,182	150																																															
45	-0,064	0,064	-0,0143	-0,049	135																																															
60	-0,064	0,064	0,0032	0,051	120																																															
75	-0,039	0,039	0,0167	0,115	105																																															
90	0,0	0,0	0,0223	0,137	90																																															

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы
<p>6. Две осевые силы P уравниваются двумя осевыми силами P</p> 	<p>При $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ [20]</p> $M = \frac{Pr}{2} (\sin \alpha - \cos \alpha)$ $H = \frac{Pr}{2} \left(\frac{R}{r} \sin \alpha + \frac{R}{r} \cos \alpha - 1 \right)$ $Q = 0,5P$ <p>Наибольшие значения усилий:</p> <p>при $\alpha = 0^\circ$ $M_{\max} = 0,5Pr$</p> <p>при $\alpha = 90^\circ$ $M_{\max} = -0,5Pr$</p> <p>при $\alpha = 45^\circ$ $H_{\max} = 0,207Pr \left(\frac{R}{r} = 1 \right)$</p>
<p>7. Две осевые силы P уравниваются двумя осевыми силами P, приложенными под углом $2\alpha_0$</p> 	<p>При $0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_0$ [20]</p> $M = Pr \cos \alpha_0 \sin \alpha$ $H = Pr \left(\cos \alpha_0 \cos \alpha + \frac{2\alpha_0}{\pi} - 1 \right)$ $Q = P \left(1 - \frac{2\alpha_0}{\pi} \right)$ <p>При $\alpha_0 < \alpha \leq 180^\circ - \alpha_0$</p> $M = Pr \sin \alpha_0 \cos \alpha$ $H = Pr \left(\frac{2\alpha_0}{\pi} - \sin \alpha_0 \sin \alpha \right)$ $Q = -\frac{2\alpha_0}{\pi} P$ <p>Наибольшие значения усилий:</p> <p>при $\alpha = \alpha_0$ $M_{\max} = 0,5Pr \sin 2\alpha_0$ $\alpha_0 \leq 45^\circ$</p> <p>при $\alpha = 0^\circ$ $H = Pr (0,637\alpha_0 - 1 + \cos \alpha_0)$ $\alpha_0 \geq 45^\circ$</p> <p>при $\alpha = 90^\circ$ $H = Pr (0,637\alpha_0 - \sin \alpha_0)$</p>

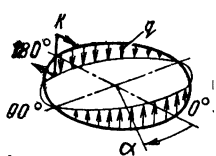
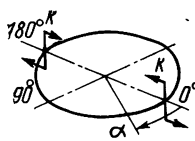
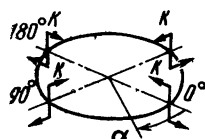
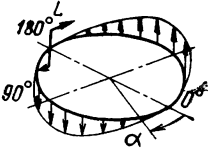
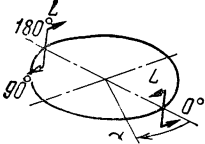
<p>Схема нагружения, эпюры внутренних усилий</p>	<p>Расчетные формулы</p>
<p>8. Крутящий момент K уравнивается распределенными по радиусу кольца r усилиями</p> $q = -\frac{K}{\pi r^2} \cos \alpha$ 	$M = k_M K$ $H = k_H K$ $Q = k_Q \frac{K}{r}$ <p>При $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ [15]</p> $k_M = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \sin \alpha + \frac{1 - 3\lambda}{2(1 + \lambda)} \cos \alpha \right]$ $k_H = \frac{1}{2\pi} \left[\alpha \cos \alpha - \frac{3 - \lambda}{2(1 + \lambda)} \sin \alpha \right]$ $k_Q = -\frac{\sin \alpha}{\pi}$ <p>$\lambda = \frac{EI}{GI_K}$ — отношение жесткости кольца на изгиб к жесткости на кручение</p>
<p>9. На кольцо действуют два самоуравновешенных крутящих момента K</p> 	<p>При $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ [20]</p> $M = \frac{1}{2} K \sin \alpha$ $H = \frac{1}{2} K \cos \alpha$ $Q = 0$ <p>Наибольшие значения усилий: при $\alpha = 90^\circ$ $M_{\max} = 0,5K$ при $\alpha = 0^\circ$ $H_{\max} = 0,5K$</p>
<p>10. На кольцо действуют четыре самоуравновешенных крутящих момента K</p> 	<p>При $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ [20]</p> $M = \frac{1}{2} K (\sin \alpha + \cos \alpha)$ $H = \frac{1}{2} K (\cos \alpha - \sin \alpha)$ <p>Наибольшие значения усилий: при $\alpha = 45^\circ$ $M_{\max} = 0,707K$ при $\alpha = 0^\circ$ $H_{\max} = 0,5K$</p>

Схема нагружения, эпюры внутренних усилий	Расчетные формулы
<p>11. Изгибающий момент уравнивается распределенной по радиусу r нагрузкой</p> $q = -\frac{L}{\pi r^2} \sin \alpha$ 	<p>При $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ [15]</p> $M = \frac{L}{2\pi} \left(\frac{1}{2\pi} \sin \alpha - \alpha \cos \alpha \right)$ $H = -\frac{L}{2\pi} \left(\alpha \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - 1 \right)$ $Q = \frac{L}{2\pi r} (1 - 2 \cos \alpha)$
<p>12. На кольцо действуют два самоуравновешенных изгибающих момента L</p> 	<p>При $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ [20]</p> $M = L \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\alpha}{\pi} \cos \alpha \right)$ $H = L \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \sin \alpha \right)$ $Q = \frac{L}{\pi r}$ <p>Наибольшие значения усилий:</p> <p>при $\alpha = 0^\circ$ $M_{\max} = \pm 0,5L$</p> <p>при $\alpha = 0^\circ$ $H_{\max} = 0,318L$</p>

напряжения изгиба и касательные напряжения, которые определим по формулам

$$\sigma = \pm \frac{My}{I_x}, \quad \tau = \frac{H}{W_k}, \quad \tau = \frac{QS_x}{I_x \delta},$$

где W_k — момент сопротивления сечения при кручении. Касательные напряжения от силы Q рассчитываются обычно только для сечений с тонкостенным профилем.

В табл. 25 приводятся формулы внутренних усилий в кольце для наиболее часто встречающихся схем нагружения. Формулы применимы для расчета колец с толстостенным сечением, а также с тонкостенным замкнутым профилем (коробчатое сечение). Профиль сечения принимается толстостенным, если отношение ширины его стенок к их толщине $b/\delta < 5 \div 10$ (см. рис. 80).

СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Все принятые в практике методы расчета сварных соединений приближены. Они дают возможность получить решение с меньшей затратой времени, однако нуждаются в дополнительной корректировке, основанной на опыте, накопленном в процессе изготовления, эксплуатации и экспериментального исследования.

При сварке в околошовной зоне ухудшаются механические характеристики основного материала независимо от термической обработки после сварки. Это учитывается при расчетах коэффициентом сварного шва φ , который равен отношению прочности образца со сварным швом к пределу прочности материала детали

$$\varphi = \frac{(\sigma_B)_{\text{св.ш}}}{\sigma_B}$$

Таким образом коэффициент φ характеризует конструктивную прочность сварного соединения с учетом качества его изготовления. При расчетах принимают для швов первой категории $\varphi = 0,9$. Швы первой категории назначают в особо ответственных узлах со швами, выполненными встык. Контроль коэффициента φ производится на образцах-свидетелях, изготовленных одновременно со сваркой основных деталей. Швы второй категории назначают для швов, выполненных встык или внахлестку, прочность соединения которых на образцах-свидетелях не контролируется. Расчет прочности сварных соединений ведется условно с учетом предполагаемого равномерного распределения напряжений по сечению швов. Практика показывает, что для соединений, выполненных встык, такой расчет будет достаточно точным.

СОЕДИНЕНИЯ ВСТЫК

Соединение встык наиболее надежное. Из всех существующих соединений оно менее других изменяет форму, поэтому характеризуется меньшими значениями концентрации напряжений. Изменение формы сечения в соединениях, выполненных встык, происходит только за счет местного утолщения шва, вызванного необходимостью иметь некоторый технологический допуск на толщину шва. Утолщение шва приводит к повышению концентрации напряжений в наиболее опасном сечении, расположенном на границе перехода от шва к основному металлу. Наиболее напряженным участком является место перехода от поверхности шва к поверхности основного металла (рис. 81, зона А). При удалении утолщения механической обработкой концентрация напряжений устраняется, однако при этом может снизиться прочность сварного шва, так как удаляется наиболее прочная часть

наплавленного металла. Утолщение шва не связано с необходимостью увеличения его прочности. Поэтому термин «усиление шва», употребляющийся иногда для обозначения местного утолщения, неточен, так как приводит к неправильным представле-

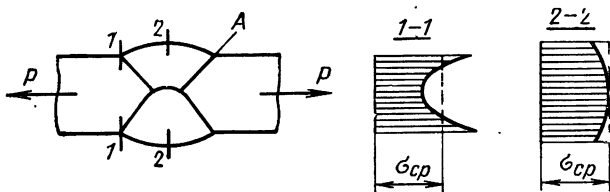


Рис. 81. Распределение напряжений в стыковом соединении

ниям о прочности сварного соединения и, в связи с этим, кошибочным рекомендациям по дополнительному наплавлению шва. Однако это не дает ожидаемого эффекта при пластичных материалах, а в случае высокопрочных материалов приводит к снижению прочности соединения.

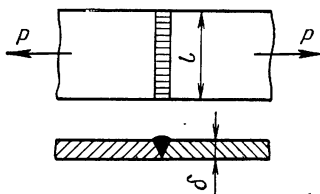


Рис. 82. Сварное соединение встык

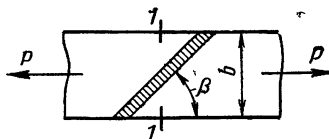


Рис. 83. Соединение встык косым швом

Условие прочности стыковочного сварного шва (рис. 82).

$$\sigma = P/l\delta \leq \varphi [\sigma], \quad (98)$$

где $[\sigma]$ — допускаемые напряжения для основного материала; δ — толщина свариваемой кромки детали.

Иногда с целью повышения прочности соединения применяют косые швы (рис. 83). Такое соединение при $\beta \approx 45^\circ$ равнопрочно целому сечению. Напряжения в сечении 1—1 определяют, принимая $\varphi = 1$

$$\sigma = \frac{P}{b\delta}. \quad (99)$$

СОЕДИНЕНИЯ ВНАХЛЕСТКУ

Соединения внахлестку выполняют угловыми швами. Такие швы характеризуются высокой концентрацией напряжений, что ограничивает область их использования в ответственных узлах с высоким уровнем напряжений. Концентрация увеличивается еще и от неравномерности распределения усилий между отдельными швами.

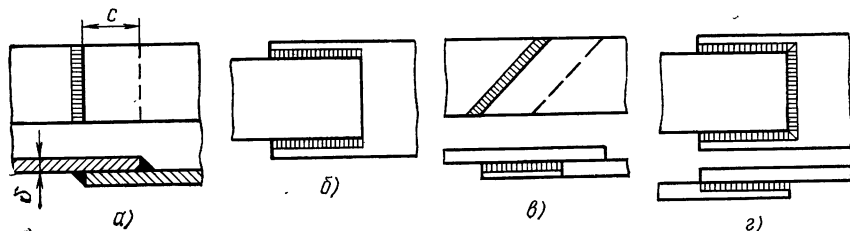


Рис. 84. Виды нахлесточных швов:

a—лобовой; *б*—фланговый; *в*—косой; *г*—комбинированный

Нахлесточные соединения выполняют лобовыми, фланговыми, косыми и комбинированными угловыми швами (рис. 84). Величина нахлестки c должна быть не менее 4δ . В соединениях с лобовыми швами имеет место резкая концентрация напряжений как за счет изменения направления силового потока при передаче усилия от полосы к полосе, так и за счет конфигурации шва. Распределение напряжений в лобовом шве в зависимости от его конфигурации показано на рис. 85 [12]. За единицу принята величина напряжения растяжения в сечении детали.

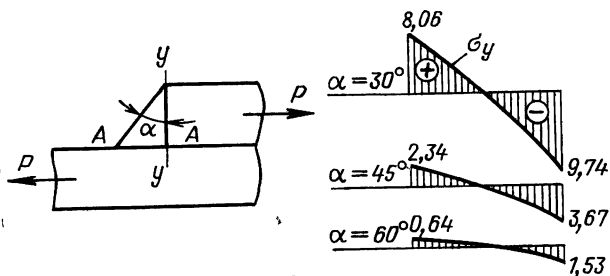


Рис. 85. Распределение напряжений σ_y в лобовом шве по сечению А—А в зависимости от угла α

В соединениях фланговыми швами распределение напряжений по длине шва весьма неравномерно. На концах шва они больше, чем в середине (рис. 86). Неравномерность распределения напряжений возрастает с увеличением длины шва и разности жесткостей деталей. В практике длину фланцовых швов ограничивают условием $l \leq 50k$. Минимальная длина шва 30 мм.

При меньшей длине дефекты в начале и конце шва значительно снижают его прочность. Угловые швы рассчитывают условно на срез по сечению, совпадающему с биссектрисой прямого угла шва (рис. 87).

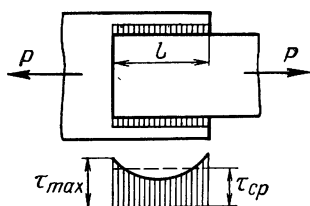


Рис. 86. Распределение напряжений во фланговом шве

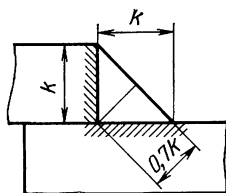


Рис. 87. Расчетное сечение углового шва

Рассмотрим расчет нахлесточных швов для некоторых схем.

1. Расчет лобовых, фланговых и комбинированных угловых швов (см. рис. 84) при растяжении (сжатии) проводится по среднему напряжению. Условие прочности соединения

$$\tau = \frac{P}{0,7kl} \leq \varphi [\tau], \quad (100)$$

где $l = l_1 + l_2 + l_3$ — суммарная длина швов (рис. 88); k — катет сварного шва; $[\tau] = 0,6[\sigma]$ — допускаемые напряжения на срез для основного материала.

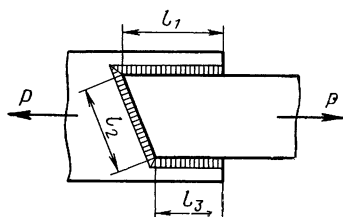


Рис. 88. Комбинированный шов, выполненный внахлестку

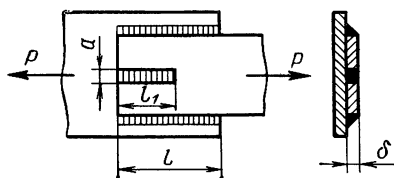


Рис. 89. Соединение фланговыми швами и швами в прорезях

2. Иногда для усиления соединения с фланговыми швами делают швы в специальных прорезях (рис. 89). Рекомендуемые размеры прорезей: $a = 2\delta$, $l_1 = (10 \div 25)\delta$. Условие прочности соединения, показанного на рис. 89

$$\tau = \frac{P}{0,7k \cdot 2l + al_1} \leq \varphi [\tau]. \quad (101)$$

3. При несимметричном соединении деталей или несимметричном нагружении (рис. 90) определяется нагрузка, воспринимаемая каждым швом. Усилия в швах 1 и 2

$$P_1 = P \frac{e_2}{b}, \quad P_2 = P \frac{e_1}{b}.$$

Условие равнопрочности выполняется при $e_1 l_1 = e_2 l_2$. Если $e_1 = e_2$ наиболее напряженным будет тот шов, длина которого меньше.

4. Соединение фланговыми швами нагружено моментом M (рис. 91). Для сравнительно коротких швов ($l < b$) можно принять, что напряжения направлены вдоль швов и распределены

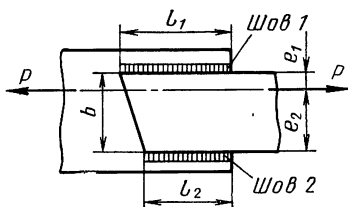


Рис. 90. Несимметричное нагружение фланговых швов

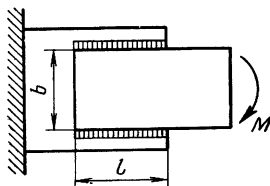


Рис. 91. Нагружение соединения с фланговыми швами моментом

по длине равномерно. Напряжения в двух швах образуют пару сил с плечом b , уравнивающую момент M

$$\tau = \frac{M}{0,7klb} \leq \varphi [\tau]. \quad (102)$$

Для длинных швов ($l > b$) максимальные напряжения можно определить по формуле кручения

$$\tau = \frac{M}{W_p} \leq \varphi [\tau], \quad (103)$$

где W_p — момент сопротивления кручению, который подсчитывается для сечения швов в плоскости разрушения (см., например, расчетное сечение, изображенное на рис. 93).

5. Соединение с лобовым швом нагружено моментом M и поперечной силой Q (рис. 92). Условие прочности шва

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \leq \varphi [\tau], \quad (104)$$

где

$$\tau_1 = \frac{M}{W} = \frac{6M}{0,7kb^2}, \quad \tau_2 = \frac{Q}{0,7kb}.$$

Здесь принималось, что распределение касательных напряжений от момента M подобно распределению нормальных напряжений в поперечном сечении балки при изгибе.

6. Комбинированное соединение лобовыми и фланговыми швами (рис. 93) нагружено моментом M . При приближенном рас-

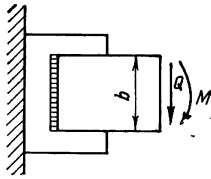


Рис. 92. Нагруженные соединения с лобовым швом моментом и поперечной силой

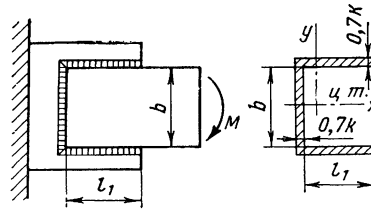


Рис. 93. Соединение комбинированным швом под действием момента; расчетное сечение шва

чете полагают, что момент, воспринимаемый комбинированным соединением, равен сумме моментов, воспринимаемых каждым швом отдельно

$$M = \tau \cdot 0,7kl_1b + \frac{\tau 0,7kb^2}{6},$$

откуда

$$\tau = \frac{M}{0,7kb \left(l_1 + \frac{b}{6} \right)} \leq \varphi [\tau]. \quad (105)$$

При более точном расчете касательные напряжения определяются по формуле (103), где полярный момент сопротивления W_p вычисляется для расчетного сечения, показанного на рис. 93.

ТАВРОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Тавровыми соединениями свариваются детали, расположенные во взаимно перпендикулярных плоскостях. Это соединение может выполняться встык с разделкой кромок или угловыми швами без разделки кромок. В соединениях без разделки кромок и без обеспечения проплавлений по всей толщине соединяемых элементов имеет место сильное искажение силового потока, что приводит к значительной концентрации напряжений в отдельных его участках [12] (рис. 94, а). Разделка кромок обеспечивает плавную передачу силового потока и меньшую концентрацию напряжений. Условия работы таврового соединения с разделкой кромок (см. рис. 94, б) приближаются к условиям работы соединения, выполненного встык.

Рассмотрим расчет тавровых соединений для некоторых схем.

1. Соединение нагружено растягивающей (сжимающей) силой и изгибающим моментом (рис. 95). Условие прочности соединения: без разделки кромок (см. рис. 95, а)

$$\tau = \frac{P}{2 \cdot 0,7kl} + \frac{6M}{2 \cdot 0,7kl^2} \leq \varphi [\tau], \quad (106)$$

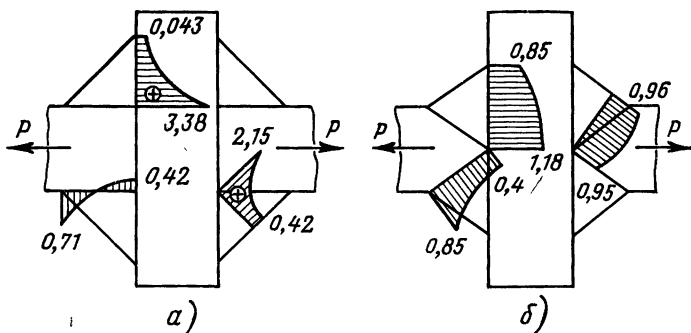


Рис. 94. Распределение напряжений в тавровых соединениях: а—без разделки кромок; б—с двусторонней разделкой кромок

с разделкой кромок (см. рис. 95, б)

$$\tau = \frac{P}{\delta l} + \frac{6M}{\delta l^2} \leq \varphi [\sigma]. \quad (107)$$

2. Труба, приваренная тавровым соединением, нагружена крутящим и изгибающим моментами (рис. 96). Условие прочности соединения

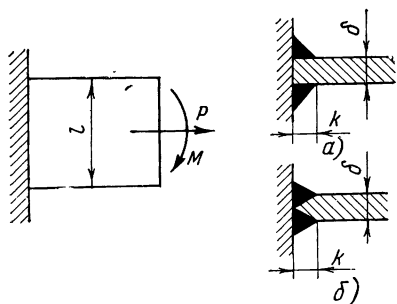


Рис. 95. Тавровое соединение: а—без разделки кромок; б—с разделкой кромок

$$\tau = \sqrt{\tau_k^2 + \tau_n^2} \leq \varphi [\tau]. \quad (108)$$

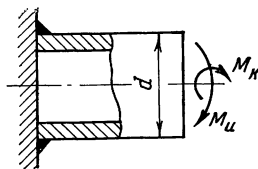


Рис. 96. Труба, приваренная тавровым соединением, без разделки кромок

Напряжения в шве, выполненные без разделки кромок: от крутящего момента

$$\tau_k = \frac{2M_k}{0,7k\pi(d + 0,7k)^2},$$

от изгибающего момента

$$\tau_u = \frac{4M_u}{0,7k\pi(d + 0,7k)^2}.$$

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ СВАРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Прочность сварного соединения зависит от свариваемости материала, от совершенства технологического процесса сварки и от характера действующих нагрузок (постоянные или переменные). Сварочные температурные деформации вызывают остаточные напряжения в соединениях, которые не оказывают заметного влияния на статическую прочность, если основной и наплавленный металл сохраняют пластические свойства. Поэтому стремятся подбирать такие материалы, которые обладали бы повышенной пластичностью и не теряли ее после сварки.

При проектировании сварных конструкций необходимо избегать резких изменений сечения по потоку сил и создавать плавные переходы, уменьшающие опасность проявления концентрации напряжений. Очаги концентрации напряжений возникают в местах технологических дефектов: наплавов, подрезов, прожогов, кратеров, газовых пор, шлаковых включений, трещин непроваров (рис. 97). Эти дефекты являются основными причинами образования трещин как в процессе сварки, так и при эксплуатации изделий. Влияние технологических дефектов на прочность заметно сказывается при действии переменных и ударных нагрузок. Применение автоматической сварки является эффективной мерой борьбы с технологическими дефектами.

Особенно осторожным нужно быть при проектировании сварных конструкций из высокопрочных материалов. Сварные швы нельзя выполнять в местах резкого изменения жесткости сечений, где концентрация напряжений неизбежна. При проектировании силовых сварных соединений предпочтительнее выполнять швы встык.

При конструировании выпуклых днищ рекомендуется учитывать следующие общие нормы [15], [9]. Эллиптические, тороидальные и тороконические днища под внутренним давлением должны быть снабжены изготовленной заодно с ними цилиндрической частью высотой h (рис. 98). Это делают с той целью, чтобы изгибающие моменты, возникающие в местах соединений днищ с цилиндром, не влияли на сварной шов, который плохо работает на изгиб.

При соединении днища и оболочки корпуса разной толщины встык предпочтительно, чтобы их срединные поверхности являлись одна продолжением другой (рис. 99, а), хотя допускается

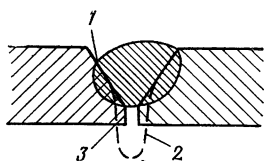


Рис. 97. Дефекты сварного шва:

1—подрез; 2—прожог; 3—непровар

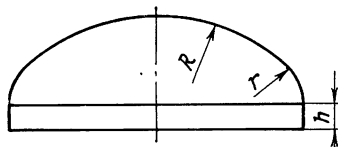


Рис. 98. Торосферическое днище с цилиндрическим участком

также смещение внешних и внутренних поверхностей (см. рис. 99, б). При разной толщине деталей делают плавный переход от одной поверхности к другой с уклоном не более 1:4. В отдельных случаях допускается и соединение внахлестку, но с обя-

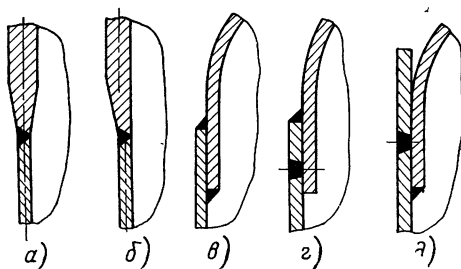


Рис. 99. Конструктивные варианты соединений торосферических, тороконических и эллиптических днищ с корпусом емкости

зательной сваркой внутри и снаружи емкости (см. рис. 99, в, г, д). Совершенно непригодным для значительных давлений следует считать соединения днищ с корпусом без перехода, т. е. под углом (рис. 100).

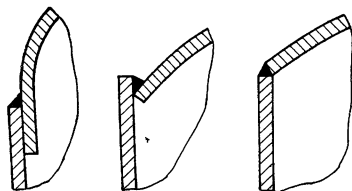


Рис. 100. Недопустимые соединения днищ с корпусом емкости

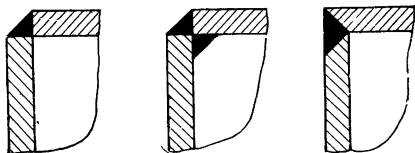


Рис. 101. Недопустимые соединения в силовых узлах

При проектировании соединений днищ с распорным шпангоутом следует придерживаться аналогичных принципов.

В силовых узлах недопустимо угловое соединение деталей, показанное на рис. 101. Такие соединения являются нерабочими, и не рассчитываются на прочность.

Глава 5

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

При нормальной эксплуатации в условиях статического нагружения резьбовые детали разрушаются редко. Статистический анализ случаев разрушения резьбовых деталей при значительных перегрузках показывает, что 90% всех поломок носят усталостный характер. Это объясняется прежде всего тем, что при переменных напряжениях прочность резьбовых деталей снижается из-за наличия резьбы и переходных сечений (сбег резьбы, сопряжения стержня болта с головкой), которые являются концентраторами напряжений. Иногда разрушения болтов являются следствием того, что при проектировании не учитывались дополнительные нагрузки, возникающие в процессе эксплуатации, а также плохой сборки, неточностей изготовления и т. п.

Разрушения резьбовых деталей могут привести к различным последствиям, нарушить нормальную эксплуатацию изделия, привести к его простоя. В этом случае для устранения неисправности достаточно замены разрушенной детали. Иногда же последствия оказываются очень тяжелыми: разрушение одной резьбовой детали может вызвать серьезную аварию изделия. Необходимая надежность резьбовых соединений обеспечивается выбором количества болтов (шпилек) и конструктивных форм соединения, технологическими и эксплуатационными мерами, а также соблюдением правил монтажа при сборке.

В многочисленных экспериментах по испытанию резьбовых соединений на растяжение до разрушения статической нагрузкой наблюдалось два вида поломок: разрыв стержня болта и срез витков резьбы.

Основным является первый вид — разрушение стержня болта. Разрушение второго вида встречается только при мелкой резьбе, недостаточной толщине стенки гайки или пониженной прочности материала гайки.

Прочность витков резьбы

Основными конструктивными параметрами, определяющими прочность витков, являются отношение d_0/s и относительная вы-

сота гайки H/d_0 . Экспериментальные исследования прочности витков показывают следующее [4]:

1. С увеличением отношения d_0/s , т. е. для резьбы с мелким шагом опасность разрушения вследствие среза витков возрастает. При статических и переменных нагрузках можно рекомендовать $d_0/s = 10 \div 15$. Не рекомендуется применять резьбу с $d_0/s < 8$. При мелкой резьбе ($d_0/s > 20$) может наступать явление цепного среза, когда разрушение витков идет одно за другим, и равнопрочности гайки и болта нельзя достигнуть даже при очень большой высоте гайки. Для гаек из пластмасс цепной срез витков возможен при $d_0/s > 7$.

2. С увеличением механических свойств материала болта и понижением их у материала гайки из условия равнопрочности стержня болта и витков резьбы гайки необходимая величина H/d_0 возрастает. При равноценных механических свойствах материала гайки и болта усталостная прочность резьбы повышается с увеличением высоты гайки до $H = 1,2d_0$. Дальнейшее увеличение высоты гайки не дает существенного возрастания прочности, так как нагрузка на первый виток изменяется очень мало.

3. У резьбы, изготовленной по третьему классу точности, при нормальной высоте гайки не обнаруживается снижение статической прочности по сравнению с резьбой, изготовленной более точно.

4. Прочность ответственной силовой резьбы, нагруженной переменными усилиями, заметно снижается при стандартном для метрической резьбы закруглении впадин между витками $r = 0,108s$, поэтому принимают $r = (0,15 \dots 0,22)s$.

5. Накатывание резьбы увеличивает усилия среза витков на $4 \div 8\%$. Накатывание резьбы можно производить на всех материалах, имеющих относительное удлинение не ниже $8-10\%$ и предел прочности не выше 110 кгс/мм^2 .

Усталостная прочность накатанной резьбы при правильных режимах накатки и при отсутствии последующей термической обработки на 30% больше усталостной прочности нарезанной резьбы. При особых режимах накатки это увеличение может достигать $80 \div 100\%$.

Прочность гаек

Соединение типа болт-гайка характеризуется неравномерностью распределения нагрузки между витками (рис. 102). Наиболее нагруженным оказывается первый виток, на который может приходиться до 30% нагрузки. Увеличение числа витков резьбы в гайке при работе материала в упругой области за счет увеличения высоты гайки неэффективно. Поэтому полезную высоту гайки обычно назначают равной $H = (0,8 \dots 1)d_0$. При большой нагрузке, особенно при нагрузке, близкой к разру-

шающей, пластические деформации приведут к более равномерному распределению нагрузки между витками и полезная высота гайки окажется большей. Отметим, что прочность соединения повышается, если материал гайки менее твердый, чем материал болта.

Применение гаек из материала, имеющего меньший модуль упругости, чем материал болта, приводит к более равномерно-

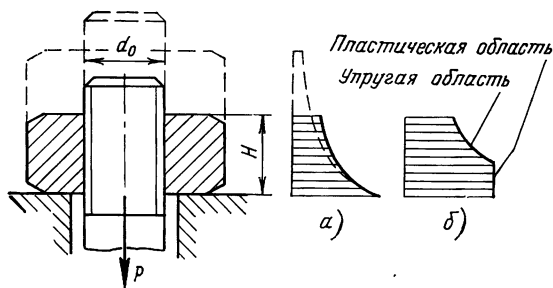


Рис. 102. Распределение нагрузки по высоте гайки:

а—с деформациями в пределах упругости; б—с пластическими деформациями

му распределению нагрузки по виткам. Так, например, при алюминиевой гайке и стальном болте нагрузка на первый виток на 30% меньше, чем при однородных материалах. Существенным недостатком гаек из материала с малым модулем упругости является их небольшая статическая прочность. При уменьшении модуля упругости материала гайки усталостная прочность соединения возрастает на 10—20%.

Увеличение равномерности распределения усилий по высоте гайки может быть достигнуто соответствующим выбором ее конструктивных форм: применение сжато-растянутых гаек, гаек с переменным сечением или с переменным диаметром нарезки резьбы.

Прочность болтов

Расчет болтов на прочность при действии растягивающих сил производится, как для гладкого стержня при одноосном растяжении. Работа болта в нарезанной части характеризуется объемным напряженным состоянием, неравномерностью распределения напряжений в сечении, наличием местных концентраций напряжений. Опыты показали, что местные пики напряжений не оказывают существенного влияния на прочность стержня [4], так как напряжения, возникающие в поперечном направлении, в сочетании с осевыми растягивающими создают напряженное со-

тояние, увеличивающее прочность стержня и затрудняющее развитие пластических деформаций. Таким образом, здесь имеет место влияние двух противоположных факторов: неравномерность распределения напряжений снижает прочность стержня, а объемность напряженного состояния увеличивает. Чем пластичнее материал, тем меньше влияние первого фактора и больше влияние второго.

Размеры резьбовых элементов определяют габариты соединяемых деталей, а следовательно, и их массу, поэтому, болты, шпильки и гайки выполняют из материалов с высоким пределом прочности. Однако не рекомендуется применять стали с пределом прочности $\sigma_B > 160$ кгс/мм² с пониженной пластичностью.

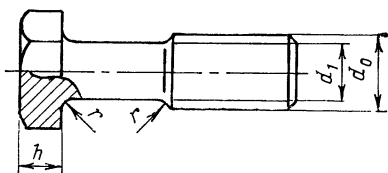


Рис. 103. Конструктивная форма болта из высокопрочного материала

При недостаточной высоте головки болта происходит ее срез по цилиндрической поверхности диаметра d_0 . На основании опыта и экспериментальных данных можно

считать, что при высоте головки $h \geq 0,6 d_0$ статические изломы по головке болта устраняются.

При проектировании болтов с пределом прочности $\sigma_B > 110$ кгс/мм² необходимо применять более плавные переходы от головки болта к стержню и при сбеге резьбы, так как такие болты часто разрушаются по указанным местам. Радиус закругления в местах сопряжения должен быть $r \geq 0,2 d_0$ (рис. 103). Следует также избегать резких изменений сечений в деталях.

Статическая прочность резьбовых соединений при перекосе опорных поверхностей характеризуется следующим [4]. Высокопрочные стали с $\sigma_B = 130 \dots 160$ кгс/мм² очень чувствительны к перекоосу; легированные стали с $\sigma_B = 90 \dots 120$ кгс/мм² и углеродистые с $\sigma_B = 80$ кгс/мм² не снижают прочности при перекоесе. Чувствительность к перекоосу тесно связана с величиной ударной вязкости a_H . Меньшим значениям a_H соответствует большая чувствительность к перекоосу.

При разработке конструкции соединения необходимо предусматривать меры, устраняющие нагружение болтов изгибом. С этой целью вводят строгие допуски на перекоос поверхностей, на биение торца гайки, обработку поверхностей деталей под гайками и головками болтов, предусматривают специальные сферические или шарнирные шайбы.

В последние годы находят применение болты из титановых сплавов с пределом прочности до 90—110 кгс/мм², что позволяет снизить массу резьбовых деталей до 45%. Эксперименты показали, что титановые болты по статической прочности почти

не уступают болтам из легированной стали. Упругое удлинение при одних и тех же напряжениях в титановых болтах приблизительно в два раза больше, что очень важно для сохранения первоначальной затяжки. Детали, изготовленные из титановых сплавов, чувствительны к концентраторам напряжений и качеству обработки поверхности. При статических нагрузках прочность нарезанных и накатанных болтов одинакова. Усталостная прочность накатанных болтов в два раза выше нарезанных.

НЕКОТОРЫЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ГРУППОВЫХ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

При действии на консольно закрепленную деталь момента необходимо найти целесообразное размещение болтов по отношению к действующей нагрузке и рациональное соотношение всех элементов стыка. Иногда расположение болтов и их количество определяются видом стыкуемых деталей. Так, например, при соединении двух деталей трубчатого сечения стык будет кольцевым, а шаг болтов принимается конструктивно из соображений обеспечения равномерного нагружения фланца. Расчет прочности сводится к определению необходимого диаметра болта, а затем толщины фланца.

Выбор силовой схемы стыка часто имеет первостепенное значение. Конструктивный вид стыка в каждом случае устанавливается исходя из конкретных условий. С увеличением расстояния между крайними болтами уменьшается усилие на болт, а следовательно, уменьшается их диаметр и толщина полки фланца. Однако при этом одновременно увеличиваются габариты детали. В этом случае трудно дать какие-либо конкретные рекомендации. Получение наиболее рациональных соотношений всех элементов во многом будет зависеть от опытности конструктора. Но некоторые соображения общего характера необходимо учитывать при проектировании.

Прежде всего необходимо рационально разместить болты в стыке по отношению к действующей нагрузке [13]. При креплении кронштейна по типу *I* (рис. 104) в результате неправильного размещения болтов они будут работать с изгибом. Под действием силы *P* кронштейн стремится повернуться вокруг точки *A*. При соотношениях, показанных на рис. 104, сила, действующая на каждый болт, равна

$$P_6 = Pl/2b.$$

Кроме того, болт подвергается изгибу моментом

$$M = P_6 d/2,$$

где *d* — диаметр головки болта.

Однако, если учесть деформацию фланца и обжатие поверхностей стыка, реальная точка опрокидывания лежит ближе к оси

болта. Поэтому для подобных стыков, если размер b соизмерим с диаметром болта и $b \ll l$, принимают, что весь внешний момент воспринимается только болтами, работающими на изгиб. Изгибающий момент для одного

$$M = Pl/2.$$

При расположении фланца по типу 2 болт будет работать на растяжение. При значительных внешних нагрузках увеличивают число болтов в нагруженном ряду. Введение болта по типу крепления 3 не увеличивает прочности соединения, так как дополнительный болт не

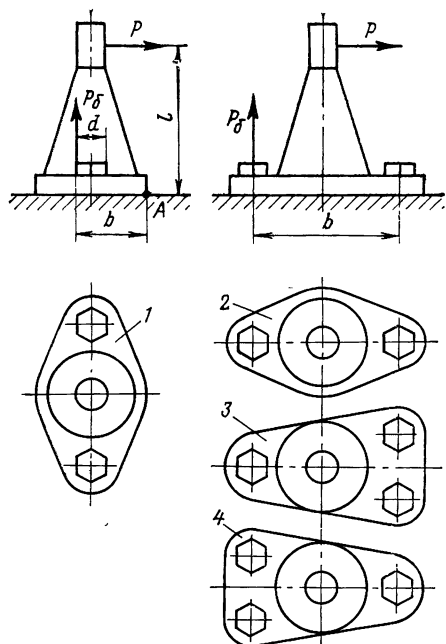


Рис. 104. Размещение болтов в стыке по отношению к действующей нагрузке:

1—неправильное; 2—правильное; 3—нерациональное; 4—рациональное

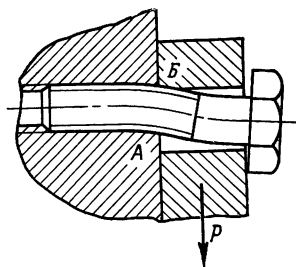


Рис. 105. Деформирование болта, установленного с зазором в отверстие детали, под действием поперечной силы

принимает участия в работе. Целесообразна конструкция 4: здесь сила, действующая на каждый болт, по сравнению со стыками 2 и 3 уменьшится в два раза, пропорционально количеству болтов в нагруженном ряду.

Основное условие нормальной работы резьбовых деталей состоит в том, что резьбовое сечение болтов должно быть изолировано от нагружения изгибом и срезом. Болт, установленный с зазором в отверстие детали (рис. 105), при действии поперечной силы подвергается изгибу и срезу, а также и растяжению вследствие удлинения при смещении стягиваемых деталей. Все эти напряжения складываются с напряжениями растяжения от момента, действующего на кронштейн. Поперечные силы создают большие местные напряжения смятия в отверстиях деталей (зона А и Б), расклинивая витки резьбового отверстия. При малой глубине завинчивания болта витки будут работать еще и на срез.

В результате возникает сложное напряженное состояние, усугубляющееся тем, что резьбовые витки являются концентраторами напряжений. Последнее особенно опасно для болтов, изготовленных из материалов повышенной прочности. В результате создаются ненадежные условия в работе стыка.

Таким образом, задача упрочнения группового резьбового соединения заключается в том, чтобы устранить сложное напря-

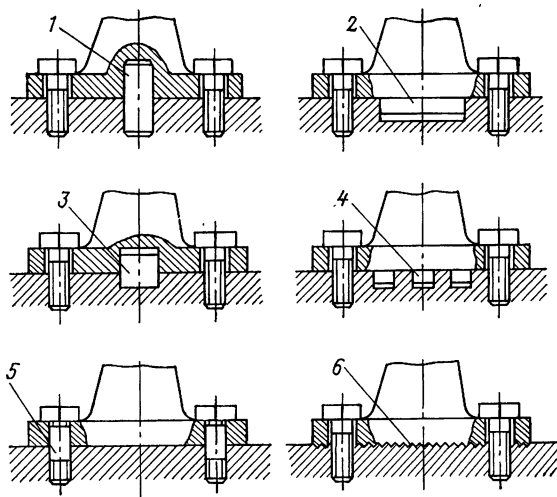


Рис. 106. Конструктивные элементы для передачи поперечных сил:

1—штифт; 2—кольцевой центрирующий бурт; 3—шпонка
4—шлицы; 5—срезные болты; 6—насечка

женное состояние в деталях крепления и создать условия, при которых они работали бы только на растяжение. Поперечные силы следует воспринимать дополнительными силовыми элементами, работающими на срез. Для передачи поперечных сил [13] чаще всего применяются штифты, центрирующие бурты, шпонки, шлицы, специальные срезные болты (рис. 106). Существуют также способы, увеличивающие сцепление поверхностей стыкуемых деталей, такие, например, как насечка или клеевое соединение.

Рассмотрим крепление консольного стержня в корпусе (рис. 107). Конструкция 1 нежелательна, так как максимум изгибающего момента от поперечной силы P приходится на нарезной участок стержня. В зоне A резьбовая поверхность будет работать на смятие, под действием усилий $q_{см}$, а при малой глубине завинчивания в корпус одновременно будут действовать также и усилия среза $q_{ср}$. Введение буртика в конструкции 2 при до-

таточной затяжке детали уменьшает усилия $q_{см}$ и $q_{ср}$ благодаря разгружающему действию реакции корпуса q_k на бурт.

В конструкциях 3 и 4 стержень снабжен цилиндрическим или коническим пояском, плотно входящим в отверстие корпуса и

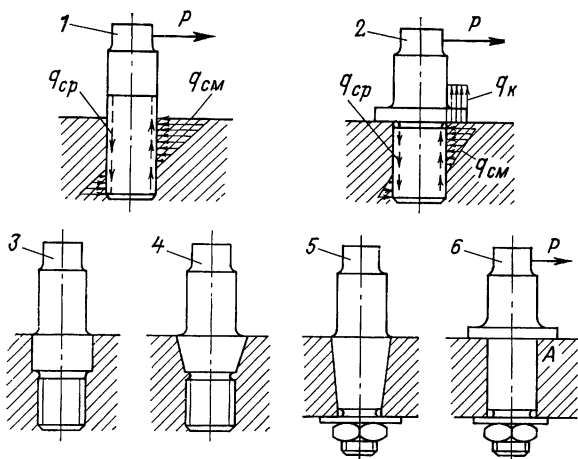


Рис. 107. Варианты крепления консольного стержня, нагруженного поперечной силой

эффективно тормозящим поперечные деформации. Целесообразно также рассмотреть конструкции 5 или 6, где резьба полностью разгружена от изгиба и работает в основном на растяжение силой затяжки. Упорный бурт в конструкции 6 позволяет уменьшить напряжения смятия в зоне А.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ГРУППОВОМ СОЕДИНЕНИИ

Расчет прочности группового резьбового соединения сводится к определению усилий в наиболее нагруженном болте и проверке его прочности. В общем случае в стыке двух деталей действует осевая сила P , поперечная сила Q и опрокидывающий момент M (рис. 108). Расчет на осевую силу P , приведенную к центру тяжести сечений болтов, не представляет затруднений, так как эта нагрузка равномерно распределяется между болтами. При расчете на опрокидывающий момент M принимаем: для стыкуемых деталей с абсолютно жесткими фланцами раскрытие стыка происходит относительно оси x , проходящей через крайний ненагруженный ряд болтов; усилия между болтами распределяются по линейному закону, все болты имеют одинаковое сечение и расположены с равным шагом. Определим усилия в болтах от момента M для некоторых форм стыков.

1. Кольцевой стык (рис. 109). Усилие в i -м болте с координатой

$$P_i = \sigma_i f, \text{ где } \sigma_i = \frac{M y_i}{I_x}; \quad f - \text{площадь сечения болта.} \quad (109)$$

Момент инерции $I_x = \sum_{i=1}^n f y_i^2$ можно вычислить, непосредственно суммируя $y_i^2 f$. Однако при большом числе болтов их се-

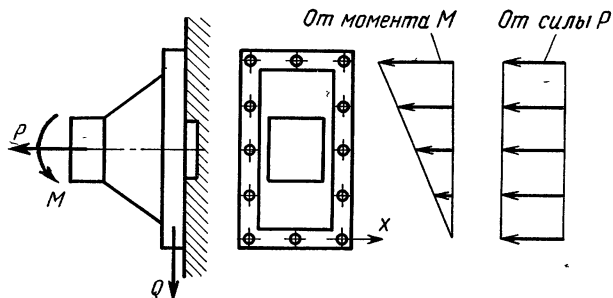


Рис. 108. Схема нагружения кронштейна и распределение усилий между болтами от момента M и осевой силы P

чения могут быть «размазаны» по условному кольцу (см. рис. 109, б), площадь которого $\pi d \delta = f n$, а момент инерции относительно оси x

$$I_x = \frac{\pi d^3}{8} \delta + \pi d \delta \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{3}{8} d^2 n f.$$

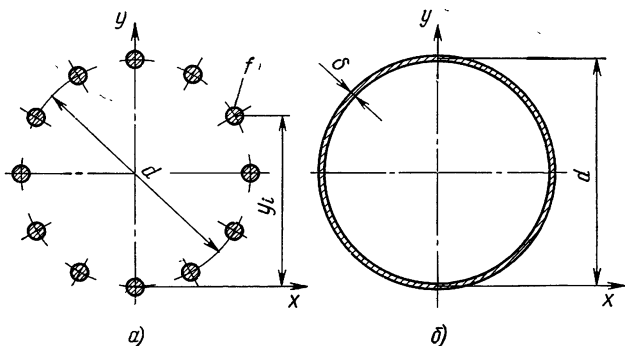


Рис. 109. К расчету кольцевого стыка с жесткими фланцами (раскрытие стыка относительно оси x): а—сечение по болтам; б—сечение, эквивалентное по площади

Наиболее нагруженным будет крайний болт с координатой $y_i = d$, для которого из выражения (109) определим

$$P_{\max} = 2,67 \frac{M}{nd}. \quad (110)$$

При нежестких фланцах стыка, например, при стыковке двух тонкостенных отсеков посредством нежестких шпангоутов, нейтральная линия x_1 будет находиться между линией MN и осью x (рис. 110). Принимая положение нейтральной линии с координатой $\alpha_1 \approx 30^\circ$, расчетную схему эквивалентного кольцевого сечения

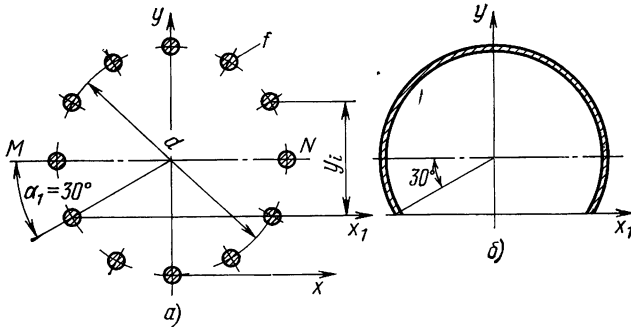


Рис. 110. К расчету кольцевого стыка с нежесткими фланцами (раскрытие стыка относительно оси x_1):
а—сечение по болтам; б—сечение, эквивалентное по площади

ния болтов представим в виде рис. 110, б. Усилие в наиболее нагруженном болте с координатой $y_i = \frac{3}{4}d$

$$P_{\max} = \frac{4M}{nd}. \quad (111)$$

2. **Прямоугольный стык** (рис. 111). Представим, что сечения болтов «размазаны» по прямоугольному контуру (см. рис. 111, б), у которого

$$\delta_1 = \frac{n_1 f}{B}, \quad \delta_2 = \frac{n_2 f}{H}.$$

Момент инерции относительно оси x

$$I_x = \delta_1 B H^2 + 2 \frac{\delta_2 H^3}{12} + 2 \delta_2 H \left(\frac{H}{2} \right)^2 = f H^2 \left(n_1 + \frac{2}{3} n_2 \right).$$

Наибольшее усилие в болте крайнего ряда с координатой $y = H$ определим из выражения (109)

$$P_{\max} = \frac{M}{H \left(n_1 + \frac{2}{3} n_2 \right)} \quad (112)$$

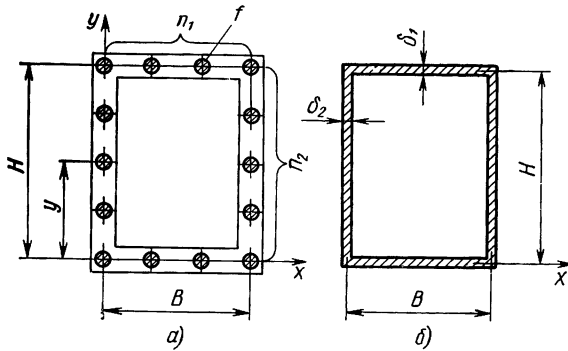


Рис. 111. Прямоугольный стык с жесткими фланцами (раскрытие относительно оси x):

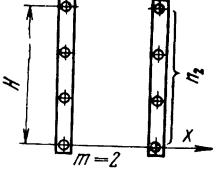
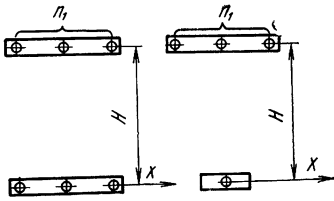
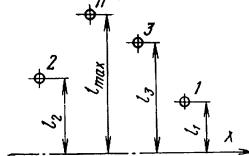
a —сечение по болтам; b —сечение, эквивалентное по площади

В табл. 26 приводятся формулы для расчета усилий в наиболее нагруженных болтах некоторых стыков.

Таблица 26

Формулы для расчета усилий в наиболее нагруженных болтах

Схема стыка, положение оси, относительно которой раскрывается стык	Расчетные формулы
	<p>Раскрытие стыка относительно оси x</p> $P_{\max} = 2,67 \frac{M}{nd}$ <p>Раскрытие стыка относительно оси x_1</p> $P_{\max} = \frac{4M}{nd}$
	$P_{\max} = \frac{M}{H \left(n_1 + \frac{1}{3} mn_2 \right)}$ <p>n_1, n_2 — число болтов в ряду m — число вертикальных рядов</p>

Схема стыка, положение оси, относительно которой раскрывается стык	Расчетные формулы
	$P_{\max} = \frac{3M}{Hmn_2}$ <p>m — число вертикальных рядов</p>
	$P_{\max} = \frac{M}{Hn_1}$
<p>Стык с произвольным расположением болтов</p> 	$P_{\max} = \frac{Ml_{\max}}{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + \dots + l_n^2}$

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ РЕЗЬБОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В данном разделе изложен упрощенный расчет резьбовых деталей, который необходим для предварительного определения основных размеров. Во многих случаях расчет, проведенный в этом объеме, будет окончательным.

1. **Определение диаметра болта (шпильки).** Диаметр стержня болта является основным параметром, определяющим геометрические размеры резьбовых деталей, а в некоторых случаях и размеры стыкуемых деталей. Расчет болта на прочность будем проводить по максимальному эксплуатационному усилию P , приходящемуся на один болт при работе его в групповом соединении, $P = P_{\max}$. Требуемая площадь сечения болта по внутреннему диаметру резьбы

$$F_1 = k \frac{P}{[\sigma]}, \quad (113)$$

$k=1,25$ — коэффициент, учитывающий требование повышенной прочности крепления по отношению к прочности стыкуемых деталей.

Занимая незначительную часть массы узла, болты являются весьма ответственным элементом конструкции. Учет коэффициента k позволяет обеспечить надежное соединение, а при проведении экспериментальной отработки прочности получить данные о несущей способности самого узла.

По найденному расчетному значению F_1 в соответствии с табл. 27 принимается номинальный диаметр болта d_0 и шаг резьбы s . Здесь же приводится значение разрушающего усилия болтов на разрыв, определенное по пределу прочности материала болта. Проверочный расчет принятого диаметра болта проводится по формуле

$$\sigma = k \frac{4P}{\pi d_1^2} \leq [\sigma]. \quad (114)$$

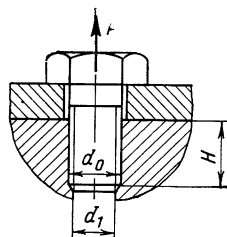


Рис. 112. Напряжение болта осевой силой

2. Расчет витков резьбы, определение глубины завинчивания. При действии осевой силы (рис. 112) напряжения среза витков резьбы гайки или корпуса детали рассчитываются по формуле:

$$\tau = k \frac{P}{\pi d_0 H \beta k_m} \leq [\tau], \quad \text{где } [\tau] \approx 0,6 [\sigma]; \quad (115)$$

k_m — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по виткам; $k_m=0,56$ — болт и гайка из одинаковых (по модулю упругости материалов); $k_m=0,75$ — болт стальной, гайка из алюминиевого сплава; β — коэффициент полноты заполнения резьбы; $\beta=0,8$ — для метрической резьбы; $\beta=0,65$ — для трапецидальной резьбы; $\beta=0,5$ — для прямоугольной резьбы.

Если число витков $z > 8$, то для обеспечения работы витков в пределах упругости при расчетах принимают эффективную глубину завинчивания болта в корпус равной $8z$.

При разнородных по механическим свойствам материалах гайки и болта, для обеспечения равнопрочности стержня и витков резьбы гайки (корпуса) должно выполняться условие [3]

$$\frac{H}{d_0} = \frac{d_1^2}{d_0^2} \cdot \frac{1}{4\beta k_m} \cdot \frac{(\sigma_B)_{\text{болта}}}{0,6 (\sigma_B)_{\text{гайки}}}. \quad (116)$$

Из соотношения (116) следует, что величина H/d_0 возрастает с повышением механических свойств материала болта (шпильки) и с понижением этих свойств у материала гайки (корпуса).

Данные для расчета болтов на разрыв

d_0	s	d_1	F_1 , см ²	Разрушающее усилие болтов на разрыв в кгс при	
				$\sigma_B=60$	$\sigma_B=110$
				кгс/мм ²	
мм					
5	0,8	4,02	0,127	761	1395
6	1,0	4,77	0,179	1075	1970
8	1,0	6,77	0,36	2160	3960
	1,25	6,47	0,328	1970	3610
10	1,0	8,77	0,604	3620	6640
	1,5	8,16	0,523	3140	5750
12	1,5	10,16	0,809	4850	8900
	1,75	9,85	0,768	4600	8450
14	1,5	12,16	1,16	6960	12750
	2,0	11,55	1,05	6300	11550
16	1,5	14,16	1,57	9420	17250
	2,0	13,55	1,44	8650	15850
18	1,5	16,16	2,05	12300	22500
	2,5	14,93	1,75	10500	19250
20	1,5	18,16	2,59	15550	28500
	2,5	16,93	2,25	13500	24700
22	1,5	20,16	3,19	19150	35100
	2,5	18,93	2,81	16900	30900
24	1,5	22,16	3,86	23200	42500
	2,0	21,55	3,64	21900	40000
	3,0	20,32	3,24	19450	35600
27	1,5	25,16	4,97	29900	54600
	2,0	24,55	4,73	28400	52000
	3,0	23,32	4,27	25600	47000
30	1,5	28,16	6,23	37400	68500
	2,0	27,54	5,96	35800	65500
	3,5	25,7	5,19	31100	57000
33	1,5	31,16	7,63	45800	84000
	2,0	30,54	7,33	44000	80600
	3,5	28,7	6,47	38800	71200
36	2,0	33,54	8,84	53000	97100
	3,0	32,3	8,2	49200	90100
	4,0	31,1	7,59	45500	83400

Глубина завинчивания стальных шпилек в корпус, при которой обеспечивается равнопрочность резьбового соединения, принимается в соответствии с табл. 28.

Таблица 28

Значение H/d_0 для определения глубины завинчивания шпильки

Предел прочности шпильки, кгс/мм ²	Предел прочности гайки, кгс/мм ²			
	сталь		алюминиевый сплав	
	90—100	30—40	30—40	литье 16—20
40—50	—	0,8—0,9	0,8—0,9	1,4—2,0
90—110	0,8—0,9	1,6—2,0	1,6—2,0	2,0—2,5*

* Рекомендуется увеличить диаметр шпильки.

При действии на болт поперечной силы, когда болт ввернут на небольшую глубину $l_2 < 1,5d_0$, может произойти срез витков

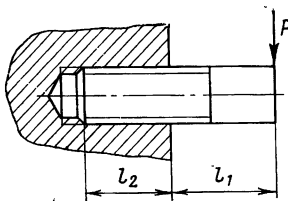


Рис. 113. Нагружение резьбовой детали поперечной силой

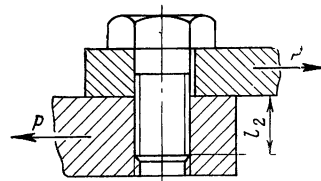


Рис. 114. Нагружение болтового соединения поперечной силой

резьбы. Для схемы нагружения, показанной на рис. 113, прочность витков можно оценить по формуле

$$\tau = 0,4 \frac{P}{\beta l_2 d_0^2} (2l_1 + l_2), \quad (117)$$

Если болт, соединяющий две детали (рис. 114), предварительно затянут, срез резьбы поперечной силой будет затруднен из-за стесненного изгиба болта. Напряжения среза витков

$$\tau = 0,2 \frac{P}{\beta d_0^2} + \frac{Q_{зат}}{\pi d_0 l_2 \beta}; \quad (118)$$

$Q_{зат}$ — осевое усилие в болте от затяжки соединения, определяется по формуле (112).

3. **Конструктивные формы резьбовых деталей.** Обычно применяются стандартные болты (шпильки) и гайки, размеры которых выбраны с учетом соблюдения условия равнопрочности всех элементов болта и гайки. При этом проекторочный расчет сводится по существу к определению внутреннего диаметра резьбы.

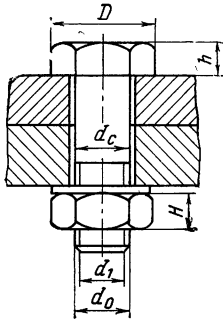


Рис. 115. Болтовое соединение

Конструктивные формы элементов нестандартных деталей крепления (рис. 115) с однородными механическими свойствами материала гайки и болта могут быть приняты из следующих соотношений [16]

$$h = \begin{cases} 0,7d_0 - \text{нормальная высота головки,} \\ 0,6d_0 - \text{пониженная высота головки,} \end{cases}$$

$$H = 0,6 \dots 1,0 d_0;$$

$$d_c = \begin{cases} d_0 - \text{болты, нагруженные статическими нагрузками,} \\ d_1 - \text{для болтов, нагруженных переменными нагрузками и} \end{cases}$$

для болтов, изготовленных из материала с повышенной твердостью

$$D \approx \begin{cases} 1,8 \dots 2d_0 - \text{болты (гайки) с нормальной головкой,} \\ 1,5 \dots 1,7d_0 - \text{для болтов (гаек) с уменьшенной головкой.} \end{cases}$$

Размер под ключ ориентировочно может быть определен из соотношения.

4. **Усилия в болте от момента затяжки.** Крутящий момент затяжки $M_{зат}$, равный произведению силы, приложенной на конце ключа, на плечо ключа, создает осевую силу $Q_{зат}$, растягивающую болт. Величина момента $M_{зат}$, приложенного к гайке, уравновешивается моментом от сил трения, возникающих на поверхности витков гайки и болта [4]

$$M_1 = Q_{зат} \frac{d_{cp}}{2} \frac{\frac{s}{\pi d_{cp}} + \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}}}{1 - \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\pi d_{cp}}} \quad (119)$$

и моментом от сил трения на торце гайки

$$M_2 = \frac{2}{3} Q_{зат} f_0 \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (120)$$

где f — коэффициент трения поверхности гайки по болту, f_0 — коэффициент трения на кольцевой опорной поверхности гайки с

радиусами r_1 и r_2 ; α — угол профиля резьбы, d_{cp} , s — средний диаметр нарезки, шаг резьбы.

При технических расчетах можно положить

$$d_{cp} \approx d_0, \quad \frac{2}{3} \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \approx r_{cp},$$

где d_0 — наружный диаметр резьбы; r_{cp} — средний радиус опорной поверхности гайки $r_{cp} = \frac{1}{2} (r_1 + r_2)$. Момент затяжки на ключе

$$M_{зат} = M_1 + M_2. \quad (121)$$

Для метрической резьбы из формулы (121) получим

$$M_{зат} = Q_{зат} \left[\frac{1}{2} d_0 \left(\frac{s}{\pi d_0} + 1,15 f \right) + f_0 r_{cp} \right]. \quad (122)$$

Принимая $r_{cp} \approx 0,7 d_0$, $d_0/s = 8$, из формулы (122) получим выражение для осевого усилия в болте от момента затяжки

$$Q_{зат} = k \frac{M_{зат}}{d_0}, \quad \text{где } k = \frac{1}{0,02 + 0,575 f + 0,7 f_0}. \quad (123)$$

Величина усилия $Q_{зат}$, вызываемого затяжкой, в большой степени зависит от величины коэффициентов трения в резьбе и на опорной поверхности гайки (табл. 29). Трение как бы блокирует силу затяжки: большая часть ее расходуется на преодоление трения и только незначительная часть передается на стержень болта. При соединении стяжкой $f_0 = 0$, т. е. внешний момент $M_{зат}$, приложенный к ключу, уравновешивается только силами трения витков резьбы.

Коэффициент трения зависит от материала болта и гайки, состояния поверхности соприкосновения, числа затяжек и сорта смазки. При ориентировочных расчетах коэффициент f можно принять равным 0,17, как наиболее соответствующий опытным данным для чистовой резьбы [4]. При этом осевое усилие затяжки в болтовых соединениях равно

$$Q_{зат} = 4,2 \frac{M_{зат}}{d_0}. \quad (124)$$

В силовых узлах с болтовыми соединениями допускаемые напряжения затяжки в долях от предела текучести материала могут быть приняты равными $[\sigma] = (0,4 \dots 0,5) \sigma_T$, а во фланцевых соединениях для получения требуемого запаса плотности стыка обычно принимают $[\sigma] = (0,5 \dots 0,7) \sigma_T$. В табл. 30 приводится допускаемый момент затяжки на ключе, определенный по формуле $M_{зат} \approx 0,15 Q_{зат} d_0$, где допускаемые напряжения принимались равными $0,4 \sigma_T$.

Значения k в зависимости от коэффициентов трения

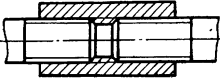
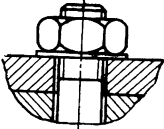
Конструктивная схема резьбового соединения	$k = f(f, f_0)$				
1. Соединение стяжкой 	$f_0 = 0$				
	f	0,1	0,15	0,2	0,3
	k	12,9	9,4	7,4	5,18
2. Болтовое соединение 	$f = f_0$	0,1	0,15	0,2	0,3
	k	6,77	4,74	3,64	2,5

Таблица 30

Допускаемый момент затяжки $M_{зат}$ (в кгс · м)

d_0	s мм	σ_T , кгс/см ²		
		6500	8500	10500
5	0,8	19,5	25,2	32,8
6	1	34	43,2	54,5
8	1	92	120	150
	1,25	64	110	140
10	1	200	260	320
	1,5	171	300	278
12	1,5	270	350	430
	1,75	250	330	410
14	1,5	570	750	920
	2	510	670	840
16	1,5	920	1200	1500
	2	850	1000	1300
18	1,5	1400	1900	2300
	2	1300	1700	2100

У ответственных резьбовых соединений необходимо контролировать величину затяжки. Как чрезмерная, так и недостаточная затяжка могут явиться причиной разрушения соединения. Наиболее простым и распространенным способом является способ затяжки тарированными ключами, которые позволяют контролировать величину приложенного крутящего момента. В неотчетственных соединениях силу затяжки не регламентируют. В механизированных сборочных цехах для затяжки используют гайковерты и болтоверты с регулируемым и автоматически выдерживаемым моментом затяжки. При затяжке болтов малых диаметров обычными (нетарированными) ключами может произойти их разрушение, поэтому не рекомендуется использовать в нагруженных узлах болты диаметром меньше 8—10 мм. Вероятность перетяжки болтов с резьбой больше М12 при пользовании стандартными ключами практически исключена.

Кроме осевых напряжений растяжения от момента затяжки

$$\sigma_1 = Q_{\text{зат}}/F_1,$$

в стержне болта действуют касательные напряжения кручения [3]

$$\tau = M_{\text{зат}}/0,2d_1^3.$$

Эквивалентные нормальные напряжения определим по формуле [3]

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + 3\tau^2}.$$

Напряжения кручения возникают только при затяжке и в дальнейшем практически исчезают в результате упругой отдачи болта. Поэтому при расчете болтов на длительную прочность напряжения кручения обычно не учитывают, ограничиваясь расчетом на осевую силу.

Глава 6

РАСЧЕТ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗЪЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

РАСЧЕТ ФЛАНЦЕВ

Фланцевые соединения можно подразделить на три основных конструктивных вида: неконтактирующие, контактирующие и свободные (рис. 116). Для расчета фланцев использовались зависимости, приведенные в книге [3]. В данном разделе приведен упрощенный проверочный расчет круговых фланцев на усилия, действующие в болтах от внешних нагрузок (давление в емкости p , опрокидывающий момент M_0 , осевая сила T), и на усилия затяжки болтов (рис. 117). Эквивалентная суммарная осевая сила, действующая на болты

$$Q = k \frac{\pi D_{\text{пр}}^2}{4} p + k_1 \frac{M_0}{D_{\text{пр}}} + T, \quad (125)$$

где $D_{\text{пр}}$ — средний диаметр прокладки; $k_1 = 2,67 \dots 4$; большее значение принимают для нежестких фланцев, полагая, что раскрытие стыка происходит относительно оси, проходящей через точку E , меньшее — для жестких фланцев (раскрытие относительно точки E_1).

Коэффициент затяжки k , зависящей от материала и вида прокладки, обычно принимают равным 1,25—3,0. Меньшее значение соответствует неметаллическим (мягким) прокладкам, большее — металлическим прокладкам [3].

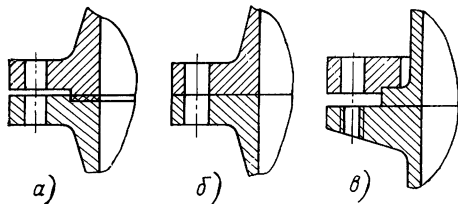


Рис. 116. Конструктивные виды фланцевых соединений:

а — неконтактирующие; б — контактирующие; в — свободные фланцы

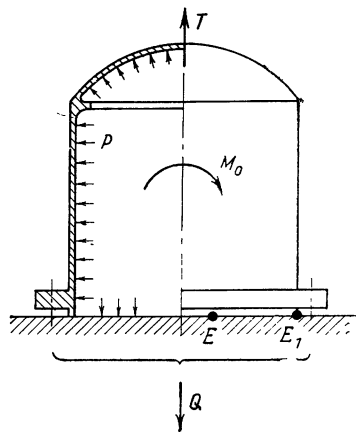


Рис. 117. Схема нагружения фланцевого стыка

Условие прочности фланцевых болтов

$$\sigma = \frac{Q}{nF_1} \leq [\sigma],$$

где n — число болтов, F_1 — площадь сечения болта по внутреннему диаметру.

Расстояние между осями болтов (шаг болтов) обычно принимают: 5 ... 7 d_0 при малых давлениях ($p \leq 10$ кгс/см²); 2,5 ... 4 d_0 при больших давлениях ($p \geq 30$ кгс/см²).

Неконтактирующие фланцы

На фланец действует усилие Q (формула 125). Опасным сечением обычно является место перехода от фланца к трубе (рис. 118, сечение $A-B$). Напряжения изгиба в этом сечении

$$\sigma_n = \frac{6M_1}{\delta_1^2} = \frac{6}{\delta_1^2} \eta \frac{Ql_1}{\pi D_1} \quad (126)$$

где η — коэффициент, учитывающий упругость фланца и трубы.

В табл. 31 приведены значения η , которые вычислялись по формуле

$$\eta = \frac{1}{1 + 1,16 \left(\frac{h}{\delta_{cp}} \right)^3 \sqrt{\frac{\delta_{cp}}{D_{тр}}} \lg \frac{D_H}{D}} \quad (127)$$

или при $D_H \leq 1,2D$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{h^3 b}{\delta_{cp}^3 D} \sqrt{\frac{\delta_{cp}}{D_{тр}}}}, \quad (127a)$$

где b — ширина сечения фланцевого кольца;

$\delta_{cp} = \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta)$ — средняя толщина трубы на коническом участке.

В самом фланце возникают окружные напряжения

$$\sigma_{окр} = 0,83 \frac{Ql_1(1-\eta)}{Dh^2 \lg \frac{D_H}{D}} \quad (128)$$

или при $D_H \leq 1,2D$

$$\sigma_{окр} = 0,95 \frac{Ql_1(1-\eta)}{h^2 b}. \quad (128a)$$

Наиболее опасной будет точка B , где в двух взаимно перпендикулярных площадках действуют сжимающие напряжения σ_n и растягивающие окружные напряжения $\sigma_{окр}$. Эквивалентные напряжения

$$\sigma_{эkv} = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_{окр}^2 + \sigma_n \sigma_{окр}}. \quad (129)$$

При большом уклоне конической части ($l_2 < 2\delta_1$) и для труб больших диаметров может оказаться опасным сечение в месте перехода к коническому участку. Напряжения изгиба в сечении A_1-B_1

$$\sigma_n = \frac{6M_2}{\delta^2} = \frac{6\eta Ql_1}{\pi D_1 \delta^2} e^{-\beta l_2} \cos \beta l_2, \quad (130)$$

где

$$\beta = \frac{1,28}{\sqrt{\delta_{cp} R_{тр}}}.$$

Окружные напряжения в этом сечении от нормального давления p можно принять

$$\sigma_{окр} = \frac{pR_{тр}}{\delta}. \quad (131)$$

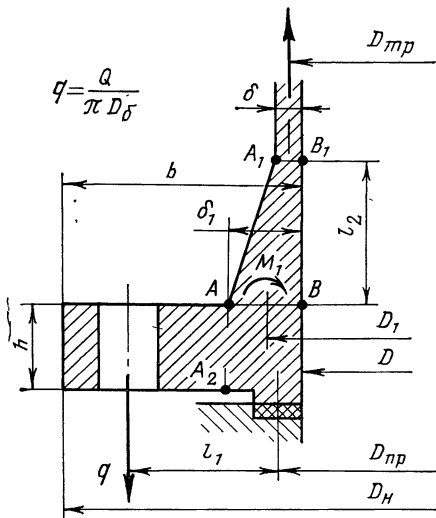


Рис. 118. Расчетная схема неконтактирующего фланца

Коэффициент η

$\frac{\delta_{ср}}{h}$	$\delta_{ср}=0,01 D_{тр}$			$\delta_{ср}=0,05 D_{тр}$			$\delta_{ср}=0,2 D_{тр}$		
	D_H/D								
	1,2	1,5	2,0	1,2	1,5	2,0	1,2	1,5	2,0
1,0	0,991	0,980	0,966	0,980	0,956	0,928	0,961	0,916	0,865
0,8	0,982	0,962	0,936	0,962	0,918	0,868	0,926	0,849	0,766
0,6	0,959	0,913	0,860	0,912	0,824	0,733	0,840	0,702	0,579
0,5	0,931	0,860	0,782	0,859	0,733	0,616	0,752	0,578	0,445
0,4	0,874	0,758	0,647	0,757	0,584	0,451	0,609	0,418	0,291
0,3	0,747	0,570	0,437	0,569	0,372	0,258	0,397	0,229	0,148

Прочность сечения $A_1—B_1$ оценивают по формуле (129).

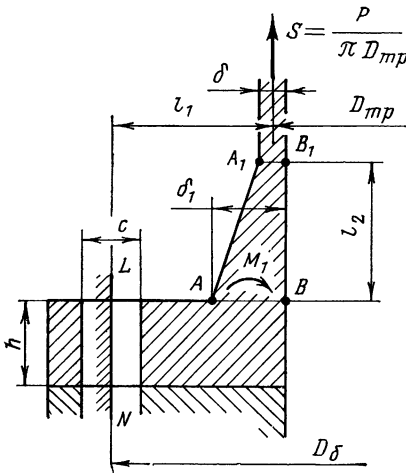
При сравнительно малой толщине фланца h и редком шаге болтов возможен местный изгиб фланца под болтом по сечению $A—A_2$, прочность которого можно оценить по формуле (145).

Контактирующие фланцы

На фланцевый стык действует момент M_0 , осевая сила T и нормальное давление p (см. рис. 117). В отличие от неконтактирующих фланцев усилия затяжки болтов не влияют на прочность фланца и его заделку в трубе. Эквивалентная суммарная осевая сила, действующая на фланец

$$P = \frac{\pi D_{тр}^2}{4} p + k_1 \frac{M_0}{D_6} + T. \quad (132)$$

Расчетные формулы для контактирующих фланцев получены при предположении, что фланец заделан в сечении $L—N$ (рис. 119) и упруго связан с трубой. Напряжения изгиба в сечении $L—N$



$$\sigma_n = \frac{6M}{(\pi D_6 - \pi c) h^2} = \frac{6\eta_1 P l_1}{(\pi D_6 - \pi c) h^2}, \quad (133)$$

Рис. 119. Расчетная схема контактирующего фланца

η_1 — коэффициент, учитывающий влияние упругости трубы

($0,5 \leq \eta_1 \leq 1$). Если труба очень жесткая, то $\eta_1 = 0,5$; для тонкой трубы $\eta_1 = 1$. Значение η_1 определяется по формуле

$$\eta_1 = \frac{1 + \lambda}{2 + \lambda},$$

где $\lambda = 0,51 \frac{\sqrt{D_{\text{тр}} \delta}}{l_1} \left(\frac{h}{\delta_{\text{ср}}} \right)^3 \frac{\pi D_6 - \pi c}{\pi D_{\text{тр}}}$,

$\delta_{\text{ср}} = \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta)$ — средняя толщина трубы на коническом участке.

В приближенных расчетах можно принимать $\eta_1 \approx 0,8 \div 1,0$. Напряжения изгиба в сечении $A-B$ от момента M_1

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{6M_1}{\delta_1^2} = \frac{6Pl_1}{\delta_1^2 \pi D_{\text{тр}}} (1 - \eta). \quad (134)$$

Напряжения изгиба в сечении A_1-B_1 от момента M_2

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{6M_2}{\delta_2} = \frac{6M_1}{\delta^2} e^{-\beta l_2} \cos \beta l_2. \quad (135)$$

При сравнительно малой толщине фланца h и редком шаге болтов возможен изгиб фланца под болтом по сечению $A-A_2$ (см. рис. 119), прочность которого можно оценить по формуле (144).

Свободные фланцы

На фланец действует усилие Q (формула 125). Окружные напряжения в свободном фланце прямоугольного сечения (рис. 120)

$$\sigma_{\text{окр}} = 0,83 \frac{Ql_1}{Dh^2 \lg \frac{D_{\text{н}}}{D}}. \quad (136)$$

При $D_{\text{н}} \leq 1,2D$

$$\sigma_{\text{окр}} = 0,95 \frac{Ql_1}{h^2 b}. \quad (136a)$$

Максимальные окружные напряжения в свободном фланце произвольного сечения (см. рис. 120, б)

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{Ql_1 y_{\text{max}}}{2I_x}, \quad (137)$$

где I_x — момент инерции сечения относительно оси x ; y_{\max} — координата наиболее удаленной от нейтральной линии точки сечения.

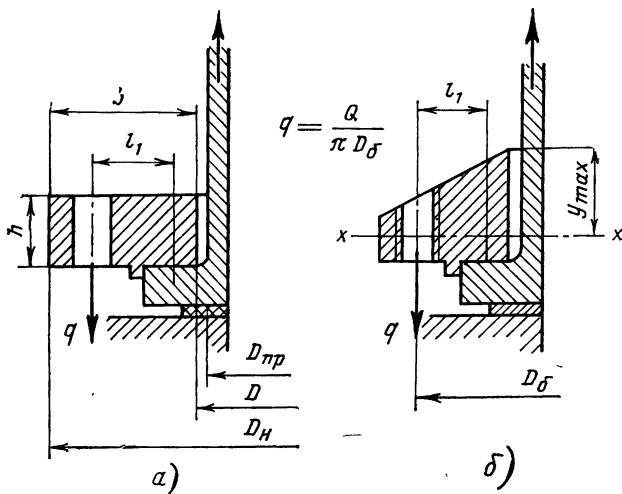


Рис. 120. Расчетная схема свободного фланца

СОЕДИНЕНИЯ УШКОВОГО ТИПА

Расчет на смятие и разрыв

Формулы для расчета деталей соединений ушкового типа приводятся в табл. 32, на смятие — в табл. 33. Распределение контактного давления в продольном направлении принималось по линейному закону, а в окружном — по закону косинуса.

Предел прочности при смятии неподвижных соединений рекомендуется принимать

$$\sigma_{\text{см}} = 1,3\sigma_{\text{в}},$$

хотя можно брать $\sigma_{\text{см}} = 1,5 \dots 1,7\sigma_{\text{в}}$.

Срез цилиндрических осей, штифтов

Предел прочности при срезе для сталей и алюминиевых сплавов

$$\tau_{\text{в}} = 0,6 \dots 0,7\sigma_{\text{в}},$$

для магниевых сплавов $\tau_{\text{в}} = 0,5 \dots 0,6\sigma_{\text{в}}$.

Меньшее значение берется для высокопрочных материалов [1].

Формулы для расчета на разрыв деталей с отверстием

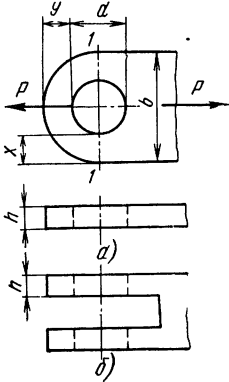
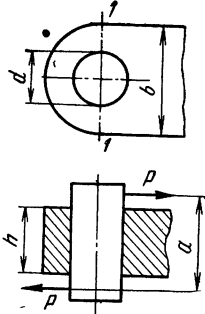
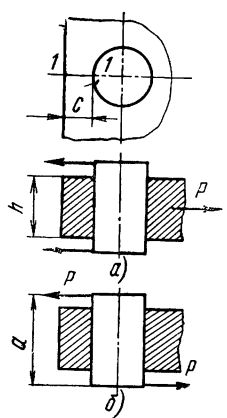
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p data-bbox="91 237 434 308">Одиная или двойная проушина нагружена растягивающей силой</p> 	<p data-bbox="460 237 939 286">Напряжения в сечении 1—1 для одинарной проушины (схема а)</p> $\sigma = \frac{P}{kh(b-d)}$ <p data-bbox="481 360 726 388">для двойной (схема б)</p> $\sigma = \frac{P}{2kh(b-d)}$ <p data-bbox="481 463 865 491">Здесь k коэффициент концентрации</p> $k = 0,45 + 0,45 \frac{y}{x} - 0,075 \frac{b}{d},$ <p data-bbox="455 566 939 659">но не более $k \leq 1$. Для двойных проушин из высокопрочных алюминиевых сплавов значение k необходимо снизить, умножив на 0,8</p>
<p data-bbox="91 837 434 887">Одиная проушина под действием момента</p> 	<p data-bbox="455 837 939 887">Максимальные напряжения в сечении 1—1</p> $\sigma = \frac{6M}{kh^2(b-d)} = \frac{6Pa}{kh^2(b-d)}$

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>Плоская деталь с отверстием нагружена растягивающей силой или моментом</p> 	<p>Условные напряжения разрыва в сечении I—I при нагружении по схеме а</p> $\sigma = \frac{P}{2hc}$ <p>по схеме б</p> $\sigma = \frac{3M}{ch^2} = \frac{3Pa}{ch^2}$

Для элементов соединений, выполненных по высокому классу точности (рис. 121, а), при котором обеспечиваются малые зазоры между сопрягаемыми деталями, расчет проводится, как в случае чистого среза

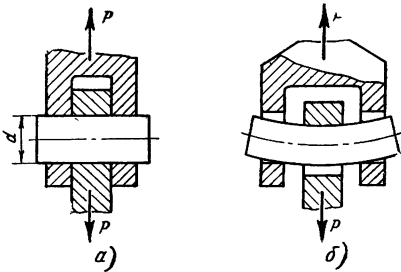


Рис. 121. Соединение двух деталей цилиндрической осью:

а—без зазоров; б—деформирование оси при значительных зазорах между деталями

$$\tau = \frac{P}{nF}, \quad (138)$$

где F — площадь сечения, работающего на срез;

n — число срезаемых плоскостей для соединения, показанного на рис. 121, $n=2$.

При посадке деталей с очень большими зазорами, величина которых соизмерима с размером диаметра цилиндрической оси d (см. рис. 121, б) расчет оси на срез проводится, как для случая поперечного изгиба. Касательные напряжения круглого сечения определим по формуле

$$\tau = 1,33 \frac{P}{nF}. \quad (139)$$

**Максимальные напряжения смятия в соединениях
с цилиндрическими поверхностями**

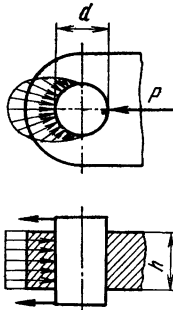
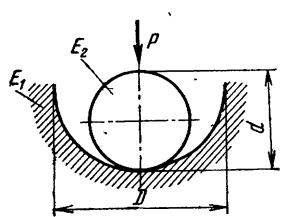
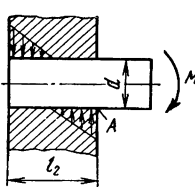
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>1. Проушина с цилиндрической осью</p> 	$\sigma = 1,27 \frac{P}{hd}$
<p>2. Две детали различных диаметров с цилиндрическими поверхностями</p> 	<p>При свободной посадке сопрягаемых деталей из разнородных материалов</p> $\frac{d}{D} < 0,5 + \sqrt{0,25 - \frac{2,3P}{E_1 h D \alpha}}$ $\sigma = 0,835 \sqrt{\alpha E_1 \frac{P}{h} \frac{D-d}{Dd}}$ <p>где $\alpha = \frac{1}{1 + E_1/E_2}$</p>
<p>3. Деталь с отверстием, нагружена моментом, приложенным к цилиндрической оси</p> 	<p>Напряжения в точке A</p> $\sigma = \frac{7,6M}{dl_2^2}$

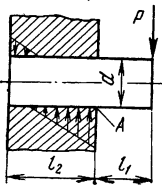
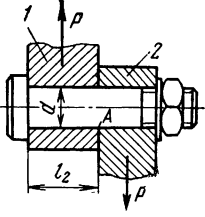
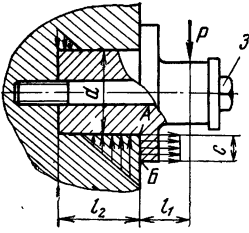
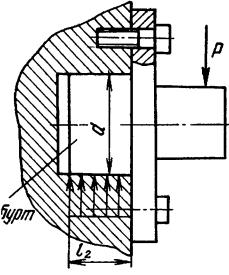
Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>4. Деталь с отверстием нагружена поперечной силой, приложенной к цилиндрической оси</p> 	<p>Напряжения в точке А</p> $\sigma = \frac{7,6P}{dl_2^2} (l_1 + 0,665l_2)$
<p>5. Две плоские детали стянуты болтом</p> 	<p>Для детали 1 напряжения в точке А</p> $\sigma = 3,2 \frac{P}{dk_2}$ <p>Для детали 2 расчет проводится аналогично</p>
<p>6. Цапфа с кольцевым буртом, установленным в цилиндрическом гнезде, притянута болтом и находится под действием поперечной силы</p> 	<p>При $l_2 \approx 0,9 \div 1,1d$, $c \geq 0,2l_2$ напряжения на цилиндрической поверхности в точке А</p> $\sigma = \frac{7,6P}{dl_2^2} (0,5l_1 + 0,42l_2)$ <p>при буртом на поверхности Б</p> $\sigma = \frac{1,27P}{cd^2} \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right)$ <p>При $l_2 \gg 1,1d$ или $c=0$ расчет проводится по формулам, приведенным в п. 4.</p> <p>Примечание. Усилие растяжения в болте 3 можно определить по формуле</p> $P_3 = \frac{Pl_1}{\frac{1}{2}(d+c)}$

Схема нагружения	Расчетные формулы
<p>7. Кронштейн с цилиндрическим буртом, установленным в цилиндрическом гнезде, соединен с другой деталью группой болтов</p> 	<p>Напряжения на цилиндрической поверхности под буртом</p> $\sigma = \frac{1,27 P}{l_2 d}$

Как видно из сравнения формул (138) и (139), при сопряжении деталей с большими зазорами напряжения среза в цилиндрической оси бурта будут в 1,33 раза больше. Кроме того, ось в этом случае будет работать еще и на изгиб.

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ДЕТАЛЕЙ НА ИЗГИБ

Весовое совершенство сечений

В узлах конструкций применяют детали типа кронштейнов, балок, цилиндрических осей и т. п., которые при передаче сосредоточенных сил работают на изгиб. За расчетную схему для таких деталей обычно принимается консольно защемленная или опертая в нескольких местах балка, находящаяся под действием сосредоточенных сил.

Максимального снижения массы деталей можно добиться, придавая им полную равнопрочность. Идеальным представляется случай, когда напряжения в каждом сечении детали и в каждой точке сечения одинаковы. Это — условие равнопрочности. В этом случае материал используется наилучшим образом, масса детали при заданном уровне напряжений получается наименьшей. Такой случай оказывается возможным лишь для некоторых простейших видов нагружения, таких, например, как растяжение или сжатие.

При изгибе напряжения по сечению распределяются неравномерно. Они имеют максимальную величину в крайних точках сечения и снижаются до нуля на нейтральной оси. Можно толь-

ко приблизиться к условию полной равнопрочности, удаляя металл из наименее нагруженных мест и сосредоточивая его в наиболее нагруженных участках сечения. Эта задача решается прежде всего выбором наиболее рациональной формы сечения и соответствующим подбором высоты сечения и толщины стенки.

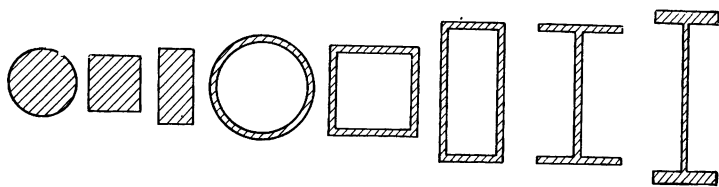


Рис. 122. Профили сечений с одинаковой площадью, расположенные в последовательности увеличения рациональности формы

На рис. 122 показан ряд профилей с одинаковой площадью сечения в порядке увеличения рациональности формы сечения при работе его на изгиб [13]. Наиболее рациональные формы (пустотелые и двутавровые) отличаются повышенной прочностью и жесткостью.

С точки зрения весового совершенства детали, работающей на изгиб, наиболее эффективным будет сечение, у которого большая часть металла сконцентрирована в полках, разнесенных от оси x , а материал стенки занимает незначительную долю, на-

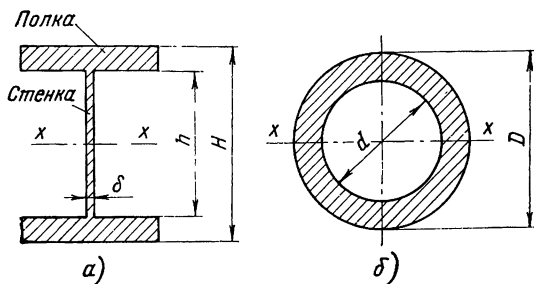


Рис. 123. Профили сечений с выборкой металла в районе нейтральной оси:
 а—прямоугольное сечение; б—круглое

пример, двутавровый профиль (рис. 123, а). Для деталей цилиндрических форм оптимальным будет тонкостенное круглое сечение (см. рис. 123, б).

Рассмотрим эффективность выборки металла h и d для прямоугольного и круглого сечения с точки зрения массы детали. Полагаем, что материал работает в пределах упругости. При-

нимаем, что в прямоугольном сечении стенка отсутствует $\delta=0$.
Условие прочности сечения при действии изгибающего момента

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq [\sigma]. \quad (140)$$

Момент сопротивления прямоугольного сплошного сечения и облегченного выборкой металла высотой h

$$W_0 = \frac{BH_0^2}{6}, \quad W = \frac{BH^2}{6}(1 - \beta^3),$$

где $\beta = h/H$.

Момент сопротивления круглого сплошного сечения и облегченного выборкой металла диаметром d :

$$W_0 = \frac{\pi D_0^3}{32}, \quad W = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4),$$

где $\alpha = \frac{d}{D}$.

Коэффициент весового совершенства сечения, показывающий, какую долю составляет площадь облегченного сечения от площади сплошного сечения при равной их несущей способности:

для прямоугольного сечения $K_G = \frac{(H-h)B}{H_0B}$,

(141)

для круглого сечения $K_G = \frac{\frac{\pi D^3}{4}(1 - \alpha^4)}{\frac{\pi D_0^3}{4}}$.

Определив из выражения (140) необходимые размеры сплошных сечений H_0 , D_0 и размеры облегченных сечений H , D , из формул (141) получим коэффициент весового совершенства: прямоугольного сечения

$$K_G = (1 - \beta) \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^3}}, \quad (142)$$

круглого сечения

$$K_G = \sqrt[3]{\frac{1 - \alpha^4}{(1 + \alpha^2)^2}}. \quad (143)$$

Значения K_G приведены на графике, изображенном на рис. 124. Как видно из графика, весовое совершенство облегченного сечения возрастает с увеличением параметров выборки β и α . Для практических расчетов можно рекомендовать для прямо-

угольных сечений $\beta=0,8 \dots 0,9$, для круглых $\alpha=0,95$, при этом облегчение сечения составляет $\sim 70\%$. При значении $\alpha \leq 0,95$ возможность потери устойчивости цилиндрической стенки исключена.

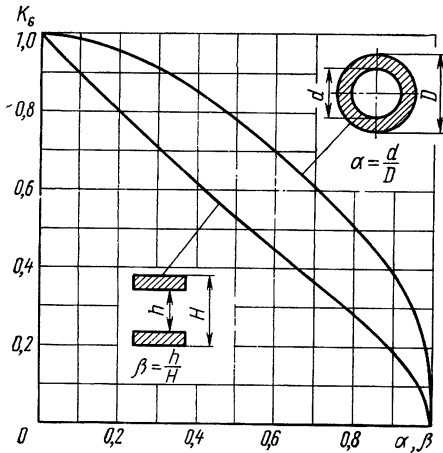


Рис. 124. Коэффициент весового совершенства прямоугольного и круглого сечений

Проектировочный расчет кронштейнов

В узлах конструкций для закрепления различных агрегатов применяют кронштейны, которые в силовом отношении представляют консольный элемент, закрепленный на жестком основании, находящийся под действием сосредоточенных сил. В общем случае нагрузка может быть самого произвольного вида. Рассмотрим наиболее часто встречающийся случай — действие одной сосредото-

ченной силы, приложенной на некотором плече от плоскости заделки (рис. 125). Проектировочные расчеты проводятся в следующей последовательности.

1. Выбирается материал, определяются допускаемые напряжения $[\sigma]$.

2. Принимается расчетная схема: консольная защемленная балка под действием силы, приложенной на конце (см. рис. 125).

3. Определяются основные габаритные размеры.

Расчет основных размеров целесообразно сопровождать конструктивными чертежами. Ширина B для всех рассчитываемых сечений принимается из конструктивных соображений и может быть выполнена постоянной или расширяющейся в сторону основания кронштейна.

Толщина уха в сечении 1—1 в районе посадочного места груза

$$h_1 = \sqrt{\frac{6Pl_1}{B[\sigma]}}$$

Высота сечения 2—2 в районе основания кронштейна

$$H = \sqrt{\frac{6Pl_2}{B[\sigma](1-\beta^3)}}$$

толщина полки

$$\delta_2 = \frac{1}{2} H (1-\beta),$$

можно принять $\beta = 0,8 \dots 0,9$. Для принятого значения β по графику, приведенному на рис. 124, можно оценить весовое совершенство сечения K_G . Необходимо отметить, что коэффициент K_G не характеризует весовое совершенство детали в целом, так как не учитывает массу вертикальной стенки, основания кронштейна и прочих конструктивных элементов, однако будет тем ближе к K_G детали, чем больше ее длина.

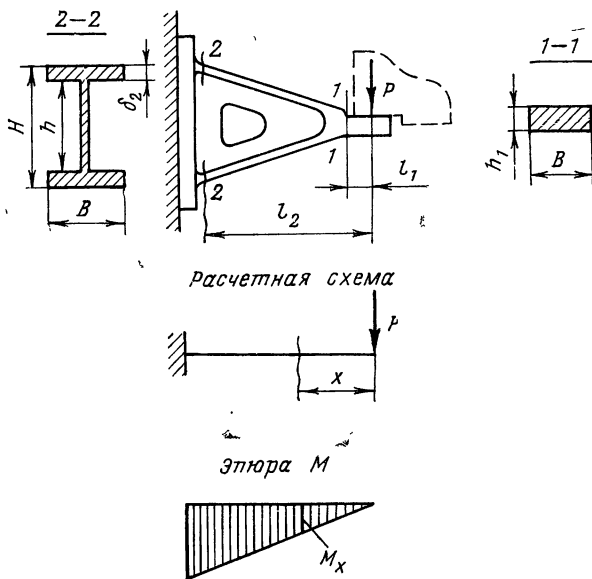


Рис. 125. Расчетная схема консольного кронштейна; расчетные сечения

Для облегчения детали в вертикальной стенке выполняют отверстия, как это показано на рис. 125. Максимальный размер отверстий не должен превышать $0,5H$. При больших отверстиях кронштейн в силовом отношении будет представлять уже рамную систему, для которой балочная схема расчета становится неприменимой.

Тонкостенные полки при $B > 8\delta_2$ необходимо проверить на местную устойчивость.

4. Рассчитывается крепление кронштейнов. Для приварных кронштейнов оценивается прочность сварных швов. Для резьбового стыка определяется усилие в максимально нагруженном болте (шпильке) в соответствии с табл. 32 и назначается диаметр болта (шпильки) d_0 и размер головки болта (гайки) S под ключ.

5. Рассчитываем фланец кронштейна на изгиб под болтом. Полка фланца оценивается на местный изгиб под отдельным

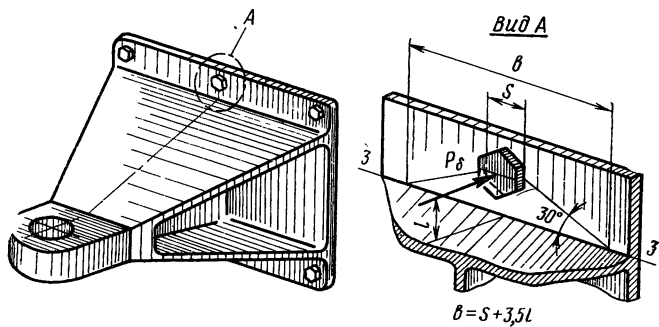


Рис. 126. К определению эффективной ширины полки фланца на изгиб

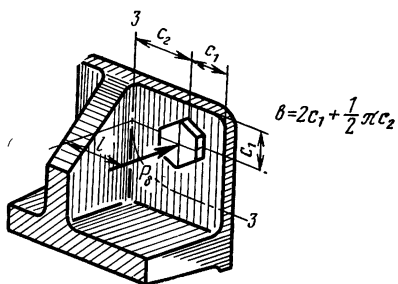


Рис. 127. Эффективная ширина полки фланца на изгиб

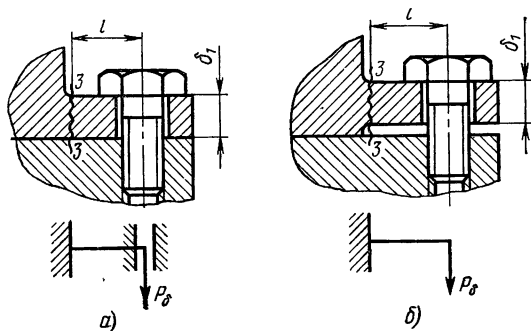


Рис. 128. Расчетная схема фланца кронштейна на изгиб:
 а—контактирующий фланец; б—неконтактирующий

болтом по сечению $3-3$ (рис. 126, 127). Контакт кронштейна с другой деталью обычно осуществляется по всей поверхности стыка. В этом случае при затянутом болтовом соединении изгиб полки фланца будет стесненным. Принимая расчетную схему для оценки полки кронштейна на изгиб в соответствии с рис. 128, напряжения изгиба в сечении $3-3$ для контактирующего фланца

$$\sigma = 0,5 \frac{P_6 l}{W}, \quad (144)$$

для неконтактирующего фланца (см. рис. 128, б)

$$\sigma = P_6 l / W, \quad (145)$$

где $W = b \delta_1^2 / 6$,

δ_1 — толщина полки фланца; b — ширина полки, эффективно работающая на изгиб, определяется в соответствии с рис. 126 или 127.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ ИЗГИБЕ

При расчете по допускаемым напряжениям за предельное состояние конструкции принимается такое, при котором максимальные напряжения достигают величины допускаемых напряжений $[\sigma]$ или $[\tau]$. Однако в случае неоднородного напряженного состояния возникновение пластических деформаций в одной наиболее напряженной точке еще не приводит к разрушению конструкции. При достижении напряжений текучести в местной зоне деталь еще может сопротивляться увеличению внешних сил до тех пор, пока пластические деформации не охватят значительный объем детали.

Предельное состояние конструкции соответствует величинам таких перемещений, превышение которых обращает ее в геометрически изменяемую систему или нарушает условия нормальной эксплуатации. Нагрузки, соответствующие предельному состоянию, называются предельными.

При расчете предельного состояния конструкции вначале определяется величина предельной нагрузки, после чего вычисляется коэффициент запаса прочности как отношение предельной нагрузки к действующей.

При растяжении, когда напряжения распределены по сечению равномерно, материал достигает предела текучести сразу по всему сечению. Расчет статически определимых систем, работающих на растяжение, по методу предельного состояния и методу допускаемых напряжений приводит к одинаковым результатам.

Иначе обстоит дело при изгибе, отличающемся неравномерным распределением напряжений по сечению. Когда напряжения в крайних волокнах достигают предела текучести σ_T , несущая способность детали сохраняется, так как остальные волокна испытывают напряжения, меньшие σ_T . При дальнейшем нагруже-

нии область пластических деформаций охватывает все большую часть сечения, пока во всех волокнах, за исключением бесконечно малого центрального ядра, напряжения не достигнут предела текучести. Если материал неупрочняющийся, то дальнейшее увеличение нагрузки невозможно.

Характеристика диаграмм растяжения материала

Для расчета конструкций за пределом упругости необходимо знать диаграмму растяжения (сжатия) материала $\sigma = f(\epsilon)$. Для большинства металлов можно принять, что диаграммы растяжения и сжатия совпадают. На рис. 129 показаны характерные диаграммы растяжения материалов [14]. Зона OA носит название зоны упругости. У некоторых материалов (например, у малоуглеродистых сталей) диаграмма растяжения 1 имеет площадку текучести AB , которая называется зоной общей текучести. Здесь происходит существенное изменение длины образца без заметного увеличения нагрузки. Наличие площадки текучести для металлов не является характерным. В большинстве случаев при испытании на растяжение и сжатие она не обнаруживается. Кривая 2 типична для высокопрочных легированных сталей; 3 — хрупкие материалы; 4 — высокопрочные алюминиевые сплавы; 5 — пластичные алюминиевые сплавы.

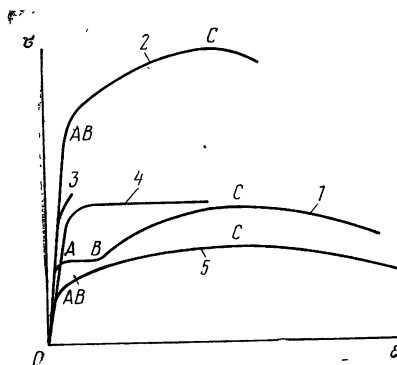


Рис. 129. Вид диаграммы растяжения некоторых материалов:

1—малоуглеродистые стали; 2—высокопрочные легированные стали; 3—хрупкие материалы; 4—высокопрочные алюминиевые сплавы; 5—пластичные алюминиевые сплавы

пластичных алюминиевых сплавов. Зона BC называется зоной упрочнения. Здесь удлинение образца сопровождается возрастанием нагрузки, но неизмеримо более медленным (в сотни раз), чем на упругом участке.

Несущая способность во многом будет зависеть от пластических свойств материала. Под пластичностью понимают способность материала получать большие остаточные деформации, не разрушаясь. Мерой пластичности является относительное удлинение δ при разрыве. Чем больше δ , тем более пластичным будет материал.

Противоположным пластичности является свойство хрупкости, т. е. способность материала разрушаться без заметной пластической деформации. Диаграмма растяжения хрупких материалов 3 (рис. 129) не имеет площадки текучести и зоны упрочнения. У таких материалов величина удлинения при разрыве не превышает 2%, а в ряде случаев измеряется долями процента.

К хрупким материалам относятся чугун, высокоуглеродистая сталь. К ним можно отнести также некоторые литейные алюминиевые и магниевые сплавы.

Распределение напряжений в сечении при изгибе за пределом упругости

Для определения распределения напряжений в сечении в зависимости от удлинения ε рядом с поперечным сечением изображаем диаграмму растяжения $\sigma=f(\varepsilon)$ (рис. 130). Удлинения ε

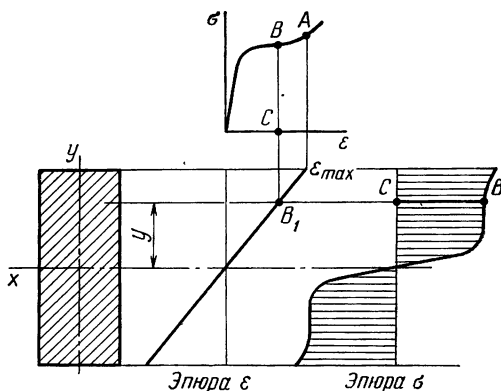


Рис. 130. Определение распределения напряжений в сечении при изгибе за пределом упругости

распределены по высоте сечения по линейному закону. Далее строим эпюру напряжений [19]. Для некоторого значения y по удлинению ε (точка B_1) на диаграмме $\sigma=f(\varepsilon)$ находим напряжение σ (точка B). Откладывая длину отрезка BC, строим справа эпюру распределения напряжений по высоте. Таким образом, имея диаграмму растяжения, можно определить распределение напряжений в сечении при любом удлинении ε_{max} .

Схематизация диаграммы растяжения

Для упрощения расчетов диаграмма растяжения может быть схематизирована, т. е. заменена линиями (прямыми или кривыми), имеющими достаточно простое математическое выражение. Схематизация диаграммы зависит от ее вида и от того, насколько широки пределы изменения деформаций в рассматриваемой задаче. Так, например, если деформации находятся в пределах $\varepsilon_{max} \leq \varepsilon_1$ (рис. 131), диаграмму можно заменить прямыми OA и AB .

У малоуглеродистых сталей деформация, соответствующая окончанию площадки текучести, в 10—20 раз больше величины упругой деформации, что дает возможность считать длину площадки текучести неограниченной.

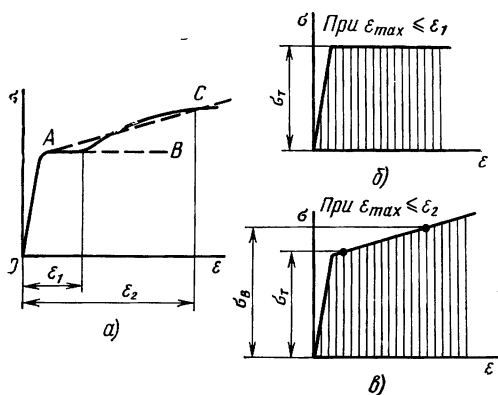


Рис. 131. Диаграмма растяжения материала:

a—реальная диаграмма с площадкой текучести;
б—расчетная диаграмма идеальной пластичности;
в—расчетная диаграмма с упрочнением материала

Такая диаграмма, показанная на рис. 131, б, носит название диаграммы идеальной пластичности. Если необходимо исследовать распределение напряжений в пределах больших деформаций ($\epsilon_{\max} > \epsilon_1$), диаграмма может быть заменена прямыми *OA* и *AC*. Аналогично можно представить диаграмму растяжения, показанную на рис. 132.

Если рассматриваются значительные пластические деформации, то участками кривых, соответствующих упругому деформированию, при расчетах можно пренебречь. Тогда схематизированные кривые деформирования

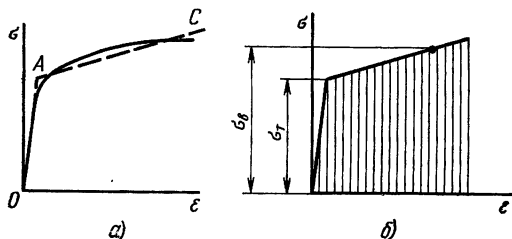


Рис. 132. Аппроксимация диаграммы растяжения материала с упрочнением (*a*), расчетная диаграмма (*б*)

$\sigma = f(\epsilon)$ имеют вид, показанный на рис. 134, *a* и 136, *a*. Материал, наделенный такими свойствами, называется жестко пластическим.

Определение разрушающего момента

Изгибающий момент, при котором в какой-либо точке сечения возникает напряжение, равное пределу прочности материала, называют предельным разрушающим моментом.

В зависимости от диаграммы растяжения материалы можно разделить на хрупкие, пластичные упрочняющиеся и идеально пластичные.

Хрупкий материал. Реальную диаграмму растяжения хрупкого материала можно заменить линейной зависимостью OA

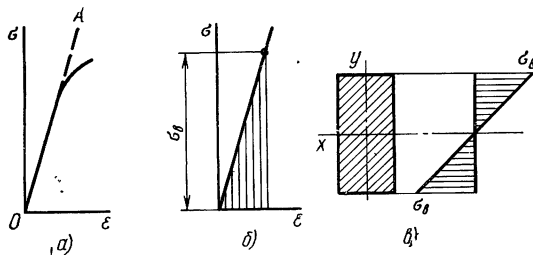


Рис. 133. Аппроксимация диаграммы растяжения хрупкого материала (а), расчетная диаграмма (б), распределение напряжений при изгибе в момент разрушения (в)

(рис. 133, а). Таким образом, в момент разрушения распределение напряжений в сечении будет иметь линейный характер (см. рис. 133, в). Для расчета прочности применим метод расчета по напряжениям

$$\sigma = M/W \leq \sigma_B,$$

откуда разрушающий момент $M_B = \sigma_B W$,

$$(146)$$

где W — упругий момент сопротивления сечения.

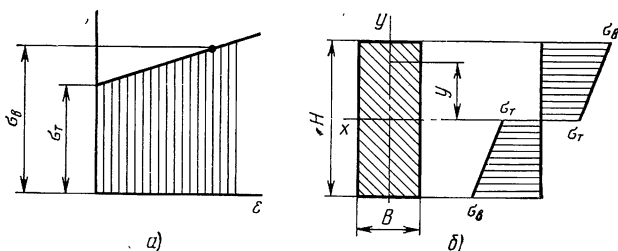


Рис. 134. Расчетная диаграмма растяжения пластично-го материала с упрочнением (а); распределение напряжений при изгибе в момент разрушения (б)

Пластичный упрочняющийся материал. При определении разрушающего момента будем исходить из аппроксимированной кривой деформирования для полностью пластичного материала, показанной на рис. 134.

Рассмотрим сначала стержень прямоугольного сечения. Распределение изгибающих напряжений в момент разрушения по-

казано на рис. 134, б. В крайних волокнах напряжение равно σ_b , на расстоянии y от оси

$$\sigma = \sigma_T + (\sigma_b - \sigma_T) \frac{2y}{H}.$$

Из условия равновесия разрушающий момент равен [3]

$$M_B = 2 \int_0^{H/2} \left[\sigma_T + (\sigma_b - \sigma_T) \frac{2y}{H} \right] y B dy$$

или $M_B = \sigma_T W_T + (\sigma_b - \sigma_T) W$, (147)

где упругий и пластический моменты сопротивления для прямоугольного сечения соответственно равны

$$W = \frac{BH^2}{6}, \quad W_T = \frac{BH^2}{4}.$$

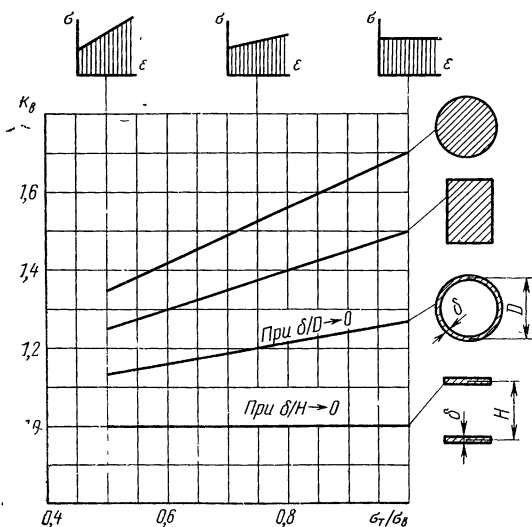


Рис. 135. Значение коэффициента k_b в зависимости от формы сечения и отношения σ_T/σ_b

Значения коэффициента k_b для круглых и прямоугольных сечений приводятся на графике, изображенном на рис. 135.

Для сечений двутаврового и швеллерного вида (см. табл. 34) коэффициент пластичности равен

$$k = \frac{\alpha\beta + 0,25}{\alpha\beta + 0,167}. \quad (149)$$

Воспользовавшись выражением (149), получим, что с погрешностью, не превышающей 3%, при практических расчетах можно принимать $k_b = 1$, если $\alpha\beta \geq 2,6$.

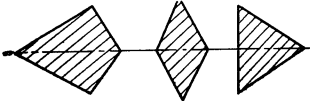
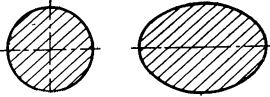
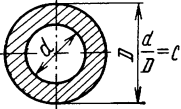
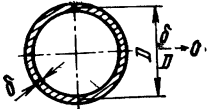
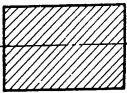
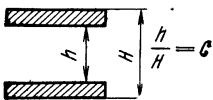
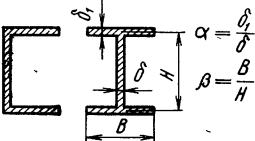
Формула (147) справедлива для любого поперечного сечения, имеющего две оси симметрии. Приближенно можно считать, что она справедлива и для сечения с одной осью симметрии. Это равенство удобнее записать в другом виде:

$$M_B = k_b W \sigma_b, \quad (148)$$

где $k_b = 1 + \frac{\sigma_T}{\sigma_b} (k - 1)$,

$k = W_T/W$ — коэффициент пластичности, зависящий от формы сечения (табл. 34).

Коэффициент пластичности при изгибе

Сечение	k
	2
	1,7
	$1,7 \frac{1 - c^3}{1 - c^4}$
	При $\delta/D \rightarrow 0$ $k=1,27$
	1,5
	$1,5 \frac{1 - c^2}{1 - c^3}$ При $c \geq 0,95$ $k \approx 1$
	$\frac{\alpha\beta + 0,25}{\alpha\beta + 0,167}$ При $\alpha\beta \geq 2,6$ $k=1$

Таким образом, расчет деталей с сечениями рациональной формы профиля по методу предельных нагрузок и методу напряжений дает одинаковые результаты.

Идеальный пластичный материал. Для материалов, у которых действительная диаграмма растяжения имеет вид кривой 4 (см. рис. 129), аппроксимированную диаграмму можно представить диаграммой для идеально пластичного материала (рис. 136, а). Распределение напряжений в момент разрушения показано на рис. 136, б. Разрушающий момент определим по формуле (148), где коэффициент k_b при $\sigma_T/\sigma_b = 1$ равен коэффициенту пластичности, т. е. $k_b = k$.

Для материалов, имеющих значительную площадку текучести, диаграмма идеально пластичного материала используется для определения предельного пластического момента, когда все сечение стержня находится в области пластической деформации. Распределение напряжений изгиба по сечению в этом случае показано на рис. 137, б. Предельный пластический момент определим по формуле

$$M_T = kW\sigma_T. \quad (15C)$$

Коэффициент пластичности k для некоторых сечений приводится в табл. 34.

Графики, изображенные на рис. 135, наглядно иллюстрируют все рассмотренные выше случаи. При рассмотрении графиков можно отметить следующее:

1. Наибольшее значение коэффициент k_b имеет при $\sigma_T/\sigma_b = 1$, что соответствует диаграмме растяжения материала с идеальной пластичностью. Здесь коэффициент k_b равен коэффициенту пластичности $k_b = k$.

2. В диапазоне $\sigma_T/\sigma_b < 1$, который соответствует пластичным материалам с упрочнением, значения k_b уменьшаются с уменьшением отношения σ_T/σ_b .

3. В пределе $\sigma_T/\sigma_b \rightarrow 0$ значения графиков для всех форм сечений становятся равными $k_b = 1$, что соответствует хрупким материалам.

4. Коэффициент k_b уменьшается с совершенствованием формы сечения. Так, например, для двутавровых сечений с выборкой металла около нейтральной оси при $\delta/H \rightarrow 0$ коэффициент $k_b = 1$.

5. Для определения предельного разрушающего момента применим метод расчета по упругому моменту сопротивления в следующих случаях:

— при расчете деталей из хрупких материалов независимо от формы сечений;

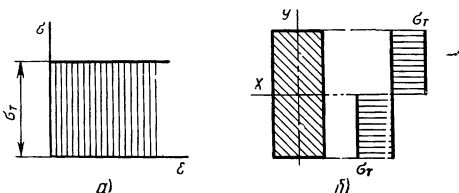
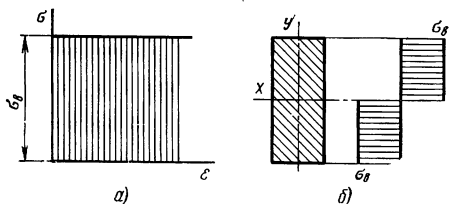


Рис. 136. Расчетная диаграмма растяжения идеально пластичного материала (а), распределение напряжений при изгибе в момент разрушения (б)

Рис. 137. Расчетная диаграмма растяжения материала, имеющего площадку текучести (а), распределение напряжений при изгибе (б)



— для сечений рациональной формы с профилем в виде двутавра или швеллера при $\alpha\beta \geq 2,6$ независимо от вида диаграммы растяжения материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астахов М. Ф. и др. Справочная книга по расчету самолета на прочность. М., Оборонгиз, 1954, 702 с.
2. Балабух П. И. и др. Основы строительной механики ракет. М., «Высшая школа», 1969, 494 с.
3. Биргер И. А. и др. Расчет на прочность деталей машин. М., «Машиностроение». 1966, 616 с.
4. Биргер И. А. Расчет резьбовых соединений. М., Оборонгиз, 1959, 251 с.
5. Гудрамович В. С. и Моссаковский В. И. Общий случай плоской контактной задачи для распорного кольца. «Прикладная механика», 1966, № 6, с. 1—10.
6. Даревский В. М. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальных нагрузках. В кн.: «Прочность и динамика авиационных двигателей», вып. 1, М., «Машиностроение», 1964, с. 23—83.
7. Зик Л., Джермейн А. Окружные напряжения в оболочках вращения для сосудов давления. «Конструирование и технология машиностроения» (Перев. с англ.); серия В, № 2, М., ИЛ, 1963, с. 82—103
8. Иванов М. Н. Детали машин. М., «Высшая школа», 1964, 447 с.
9. Канторович З. Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. М., Машгиз, 1960, 744 с.
10. Кац А. М. Теория упругости. М., Машгиз, 1956, 208 с.
11. Моссаковский В. И., Гудрамович В. С. Контактная задача для подкрепленной цилиндрической оболочки, лежащей на круговом основании. «Расчет пространственных конструкций». вып. XI. М., Стройиздат, 1967, с. 53—72.
12. Навроцкий Д. И. Прочность сварных соединений. М., Машгиз, 1961, 176 с.
13. Орлов П. И. Основы конструирования. М., «Машиностроение», 1968, 568 с.
14. Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Том II. Некоторые задачи прикладной теории упругости. Расчеты за пределами упругости. Расчеты на ползучесть. М., Машгиз, 1958, 974 с.
15. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник, т. I, М., «Машиностроение», 1968, 832 с.
16. Справочник машиностроителя, т. 4, кн. 2, М., Машгиз, 1963, с. 445—931.
17. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки. М., Гостехиздат, 1948, 460 с.
18. Феодосьев В. И. Упругие элементы точного приборостроения. М., Оборонгиз, 1949, 344 с.
19. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М. Физматгиз, 1972, 554 с.
20. Шусторович В. М. Расчет на прочность опорных круговых колец. «Вестник машиностроения», 1966, № 5, с. 16—22.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Предисловие	3
-----------------------	---

Часть первая

Особенности расчета и проектирования конструкций

<i>Глава 1.</i> Основные особенности работ по обеспечению прочности конструкций	5
Анализ режимов эксплуатации	6
Выбор коэффициентов безопасности	7
Проектирование конструкций минимальной массы	8
Выбор материалов	11
Выбор расчетной схемы	16
Расчет на прочность	18
Производственно-технологическая и конструкторская отработка	20
Экспериментальная отработка и проверка прочности	20
Обеспечение контроля прочности в серийном производстве	23
<i>Глава 2.</i> Выбор коэффициентов безопасности	25
Конструкции, работающие на прочность	25
Конструкции минимальной массы, работающие на устойчивость	27
Список литературы	33

Часть вторая

Устойчивость гладких и подкрепленных оболочек и плоских пластинок

Условные обозначения	34
<i>Глава 1.</i> Осевое сжатие цилиндрических и конических оболочек	37
Гладкие цилиндрические оболочки	37
Анализ весовой оптимальности вафельных оболочек	43
Вафельные цилиндрические оболочки	46
Проектировочный расчет вафельных цилиндрических оболочек	52
Цилиндрические оболочки с кольцевыми ребрами	60
Гладкие конические оболочки	64
Вафельные конические оболочки	66
Конические оболочки с кольцевыми ребрами	69
<i>Глава 2.</i> Устойчивость цилиндрических оболочек при сдвиге	71
Гладкие оболочки под действием крутящего момента	71
Гладкие оболочки под действием поперечной силы	73
Вафельные оболочки под действием крутящего момента	74
Вафельные оболочки под действием поперечной силы	77
Оболочки с кольцевыми ребрами под действием крутящего момента	79
Оболочки с кольцевыми ребрами под действием поперечной силы	80
<i>Глава 3.</i> Цилиндрические и конические оболочки под внешним давлением	81
Гладкие цилиндрические оболочки	81
Гладкие цилиндрические оболочки со шпангоутами	88
Выбор оптимальных параметров цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами	92
Результаты анализа весовой оптимальности вафельных оболочек	97
Вафельные цилиндрические оболочки	99
Проектировочный расчет вафельных цилиндрических оболочек	103
Цилиндрические оболочки, подкрепленные кольцевыми ребрами	109
Вафельные цилиндрические оболочки и оболочки с кольцевыми ребрами, подкрепленные шпангоутами	112

	<i>Стр.</i>
Цилиндрические оболочки под действием локального давления	114
Гладкие конические оболочки	121
Вафельные конические оболочки и оболочки с кольцевыми ребрами	124
Конические оболочки, подкрепленные шпангоутами	127
Глава 4. Цилиндрические оболочки под действием комбинации нагрузок	128
Осевое сжатие и внутреннее давление	128
Осевое сжатие и внешнее давление	131
Кручение или поперечный сдвиг и внутреннее давление	133
Кручение или поперечный сдвиг и внешнее давление	135
Поперечный сдвиг и осевое сжатие	135
Поперечный сдвиг, осевое сжатие и внешнее давление	136
Локальное внешнее давление и внутреннее давление	136
Локальное внешнее давление и осевое сжатие	137
Глава 5. Сферические и эллипсоидальные оболочки	138
Гладкие сферические оболочки под внешним давлением	138
Вафельные сферические оболочки под внешним давлением	141
Проектировочный расчет вафельных оболочек	146
Емкости с эллипсоидальными оболочками под внешним давлением	150
Емкости с эллипсоидальными и тороидальными оболочками под внутренним давлением	153
Глава 6. Тороидальные оболочки	155
Емкости с тороидальными оболочками кругового сечения под внешним давлением	155
Эллипсоидальные торовые оболочки под действием внутреннего давления	158
Глава 7. Плоские пластинки	159
Действие сжимающих усилий	159
Действие касательных усилий	165
Действие комбинированных усилий	167
Список литературы	170

Часть третья

Устойчивость многослойных оболочек

Условные обозначения	172
Глава 1. Характеристики жесткости многослойных стенок и заполнителя	
Приведенные жесткости многослойных стенок	173
Приведенные упругие характеристики заполнителя	178
Глава 2. Осевое сжатие цилиндрических и конических оболочек	183
Трехслойные цилиндрические оболочки	183
Анализ весовой оптимальности трехслойных оболочек с симметричной стенкой	189
Проектировочный расчет трехслойных оболочек с симметричной стенкой	194
Двухслойные цилиндрические оболочки	198
Двухслойные и трехслойные конические оболочки	199
Глава 3. Цилиндрические и конические оболочки под внешним давлением	220
Трехслойные цилиндрические оболочки	203
Анализ весовой оптимальности трехслойных оболочек с симметричной стенкой	208
Проектировочный расчет трехслойных оболочек с симметричной стенкой	213
Двухслойные цилиндрические оболочки	216
Двухслойные и трехслойные конические оболочки	217
Глава 4. Сферические оболочки под внешним давлением	220
Трехслойные оболочки	220

Условия весовой оптимальности трехслойной оболочки с симметричной стенкой	224
Проектировочный расчет трехслойных оболочек с симметричной стенкой	225
Двухслойные оболочки	227
Список литературы	228

Часть четвертая

Прочность элементов тонкостенных конструкций

<i>Глава 1.</i> Прочность элементов емкостей при действии равномерного нормального давления	229
Расчет оболочек на прочность	229
Цилиндрические оболочки эллиптического сечения	239
Определение площади шпангоутов в местах сопряжения оболочек различных очертаний	243
Определение напряжений в торосферических и тороконических днищах	256
Проектировочный расчет емкостей давления	262
Компенсация отверстий в оболочках емкостей	265
Решение краевой задачи распорных узлов	269
Краевые перемещения вафельных оболочек	269
<i>Глава 2.</i> Цилиндрические оболочки под действием локальных нагрузок	286
Действие сосредоточенных сил на малых площадках	286
Действие радиальных сосредоточенных сил	290
Окружной момент приложен к большой площадке	295
Продольный момент приложен к большой площадке	297
Влияние внутреннего давления при действии локальных нагрузок	299
<i>Глава 3.</i> Расчет шпангоутов	301
Действие сосредоточенных нагрузок в плоскости шпангоута	301
Внутренние усилия в шпангоутах постоянного сечения, нагруженных в их плоскости	311
Шпангоуты переменной жесткости под действием сил, приложенных в их плоскости	326
Внутренние усилия в распорном шпангоуте днищ под действием сосредоточенных сил	333
Расчет на прочность, проектирование шпангоутов под действием сил в его плоскости	336
Расчет колец (шпангоутов) постоянного сечения, нагруженных перпендикулярно их плоскости	345
<i>Глава 4.</i> Сварные соединения	354
Соединения встык	354
Соединения внахлестку	356
Тавровые соединения	359
Некоторые замечания к проектированию сварных конструкций	361
<i>Глава 5.</i> Резьбовые соединения	363
Характеристика прочности элементов резьбовых соединений	363
Некоторые рекомендации к проектированию групповых резьбовых соединений	367
Определение усилий в групповом соединении	370
Проектировочный расчет резьбовых элементов	374
<i>Глава 6.</i> Расчет некоторых элементов разъемных соединений	381
Расчет фланцев	381
Соединения ушкового типа	386
Расчет элементов деталей на изгиб	391
Определение предельной нагрузки при изгибе	397
Список литературы	405